SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

¿Hasta el 100?... ¡NO! ¿Y las cuentas?... TAMPOCO Entonces... ¿QUÉ?

Reforma Integral de la Educación Básica

Irma Fuenlabrada

Irma Fuenlabrada

¿Hasta el 100?... ¡No! ¿Y las cuentas?... ¡Tampoco! Entonces... ¿Qué?

Reforma Integral de la Educación Básica

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
Alonso Lujambio Irazábal

SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA
José Fernando González Sánchez

DIRECCIÓN GENERAL DE DESARROLLO CURRICULAR
Leopoldo F. Rodríguez Gutiérrez

DIRECCIÓN GENERAL DE DESARROLLO DE LA GESTIÓN E INNOVACIÓN EDUCATIVA
Juan Martín Martínez Becerra

DIRECCIÓN GENERAL DE MATERIALES EDUCATIVOS
María Edith Bernáldez Reyes

DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN INDÍGENA
Rosalinda Morales Garza

DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN CONTINUA DE MAESTROS EN SERVICIO
Leticia Gutiérrez Corona

¿Hasta el 100?...

¡No!

¿Y las cuentas?...

¡Tampoco!

Entonces...

¿Qué?

La edición de *¿Hasta el 100?... ¡No! ¿Y las cuentas?... ¡Tampoco! Entonces… ¿Qué?* fue elaborada en la Dirección General de Desarrollo Curricular, que pertenece a la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública

Coordinación editorial
Felipe G. Sierra Beamonte

Diseño de portada e interiores
Lourdes Salas Alexander

Primera edición, 2009

Argentina 28
Centro, CP 06020
Cuauhtémoc, México, DF

ISBN 978–607–467–019-6

Impreso en México
Distribución gratuita/Prohibida su venta

Índice

Presentación

El texto *¿Hasta el 100?... ¡No! ¿Y las cuentas?... ¡Tampoco! Entonces... ¿Qué?* forma parte de las acciones para impulsar la reforma pedagógica de la educación preescolar que la Secretaría de Educación Pública ha llevado a cabo desde hace más de seis años.

La reforma –cuyo eje es la aplicación del Programa de Educación Preescolar 2004– tiene como finalidad *contribuir a la transformación de las prácticas educativas en el aula, de tal manera que las niñas y los niños dispongan en todo momento de oportunidades de aprendizaje interesantes y retadoras que propicien el logro de competencias fundamentales, partiendo siempre de los saberes y las competencias que poseen*.

Para las educadoras, avanzar hacia el logro de esta finalidad ha significado un proceso de aprendizaje que implica probar con sus alumnos formas de trabajo innovadoras, equivocarse, reflexionar, volver a intentar y *descubrir* en esos intentos de cambio que los niños pequeños tienen múltiples capacidades y que es posible proponerles actividades que las hagan emerger.

La maestra Irma Fuenlabrada aporta en este ensayo ideas clave respecto al desarrollo de competencias en los niños y a lo que ello significa en el ámbito de las matemáticas; se refiere también a ciertas concepciones o creencias sobre los procesos de desarrollo y aprendizaje infantil construidas en la tradición escolar que aún rigen el trabajo educativo cotidiano, y además ofrece consideraciones didácticas precisas que ayudarán a reorientar la práctica docente y a fortalecer la competencia didáctica.

¿Qué deben aprender los pequeños sobre matemáticas durante la educación preescolar? ¿Es posible que desde los tres años de edad los niños resuelvan problemas matemáticos? ¿Aprenden diferente los niños de primero, segundo y tercer grados de preescolar? ¿Por qué el Programa de Educación Preescolar 2004 no plantea competencias para cada grado? ¿Qué deben conocer los docentes de preescolar para plantear distintos tipos de problemas a sus alumnos? ¿Qué tipos de situaciones es conveniente proponer a los niños para hacerlos razonar, buscar y encontrar soluciones a problemas matemáticos?

A estas y otras cuestiones la maestra Fuenlabrada responde en este breve pero sustancioso artículo, con ejemplos que ayudan a pensar sobre los razonamientos de los pequeños y las formas en que su maestra puede intervenir. La autora invita a reflexionar sobre las prácticas pedagógicas que no generan razonamiento, conocimiento ni competencias en los niños, y ofrece alternativas fundamentadas y factibles para mejorar el trabajo docente.

Con base en la experiencia obtenida en varias investigaciones sobre el razonamiento matemático de los alumnos de educación preescolar, la maestra Irma Fuenlabrada describe cómo pueden plantearse a los niños situaciones didácticas que desafíen su intelecto y explica, entre otras cosas, cómo identificar diversos tipos de problemas atendiendo la relación semántica entre los datos numéricos.

El estudio de este material no se agota con una lectura; es útil para el análisis y la discusión académica y sugerente para proponer a los pequeños situaciones análogas a las que ofrece el texto.

La Secretaría de Educación Pública espera que este texto contribuya a la apropiación de una propuesta de trabajo basada en la resolución de problemas numéricos, así como a la mejor comprensión y aplicación del Programa de Educación Preescolar 2004.

Consideraciones generales

Irma Fuenlabrada[1]

Entre las diversas dificultades que han enfrentado las educadoras al aplicar el Programa de Educación Preescolar 2004 (PEP)[2] una sobre la que particularmente nos ocuparemos en este artículo es la confusión que tienen entre "adquirir conocimiento" y "desarrollar competencias".

En primera instancia trataré de esclarecer en dónde se origina dicha confusión para después ofrecer a las educadoras consideraciones didácticas que les ayuden a reorientar su práctica docente, de tal forma que al trabajar sobre el campo Pensamiento matemático propicien que los niños adquieran conocimiento matemático al mismo tiempo que vayan desarrollando competencias.

Las reflexiones que plantearé en este documento se circunscriben a las ideas que las educadoras tienen sobre los primeros números, su representación y el conteo, y a cómo estas ideas inciden en la interpretación que hacen de los problemas y de su utilización como recurso didáctico para promover el conocimiento de los primeros números en los alumnos de preescolar; asimismo, haré algunas acotaciones sobre lo que se espera aprendan los niños al respecto.

1 Integrante del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav) del IPN. Para la realización de este artículo se contó con la colaboración de Ruth Valencia Pulido, profesora de la SEP comisionada al DIE, así como de Bertha Vivanco Ocampo, auxiliar de investigación del mismo departamento.

2 *Educación básica. Programa de Educación Preescolar 2004*, México, SEP.

Teniendo presente que la pretensión del PEP es que las educadoras promuevan *el desarrollo de competencias que permitan a los niños y las niñas del país una participación plena en la vida social* (SEP, 2004:31) organizaré la discusión a partir de los planteamientos hechos en el programa 2004, en relación con las dos primeras competencias sobre número:

- Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios de conteo.
- Plantea y resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos (SEP, 2004:75).

Con el propósito de sustentar el desarrollo del contenido, en este documento retomaré algunos hallazgos de dos investigaciones,[3] en una de las cuales se exploran las creencias matemáticas de las educadoras y la otra documenta y analiza los procedimientos de resolución de problemas de niños de preescolar.

¿Qué significa para las educadoras desarrollar competencias en los niños?

Desde las consideraciones que hace Mercado sobre los saberes docentes[4] se puede decir que las educadoras han elaborado ideas y creencias sobre las matemáticas y su relación con el número, que tienen su origen en su propio tránsito por la escuela, en su formación profesional, en las

3 *Saberes matemáticos de las educadoras y su incidencia en la enseñanza que realizan en el aula* y *El desarrollo del pensamiento matemático en niños del preescolar desde las consideraciones metodológicas del PEP04*. Ambas investigaciones fueron realizadas con la dirección de Irma Fuenlabrada en el DIE del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN.

4 Ruth Mercado (2006), "La organización de la enseñanza", en I. Fuenlabrada y E. Weiss (coords.), *Prácticas escolares y docentes en las escuelas primarias multigrados* Conafe/Cinvestav, Sede Sur, México.

interacciones cotidianas con sus pares y particularmente en el hacer y decir de sus alumnos frente a las situaciones de enseñanza que realizan.

Desde el ciclo escolar 2004-2005 las educadoras han establecido un diálogo con la definición de competencias planteada en el programa 2004, la cual señala:

> Una competencia es un conjunto de capacidades que incluye conocimientos, actitudes, habilidades y destrezas que una persona logra mediante procesos de aprendizaje y que se manifiestan en su desempeño en situaciones y contextos diversos (SEP, 2004: 22).

Las educadoras realizan este diálogo con base en sus ideas, creencias y experiencia docente; así, aunque dicen *estar desarrollando competencias,* siguen –las más de las veces– avocándose a la transmisión de conocimiento por ostentación y repetición.

Se observa todavía en muchos jardines de niños que las educadoras sólo retoman de la definición de *competencia* lo referido al **conocimiento;** específicamente se hacen cargo de los primeros números en su significado de cardinal, con la finalidad de llegar a la representación y al reconocimiento de los símbolos numéricos. Esto significa para ellas la culminación de la adquisición del conocimiento del número y por ello de *una competencia;* la cual se manifiesta, dicen, cuando *los niños pueden contar los elementos de una colección* (dibujada) *y escriben el número* (correspondiente), *y también lo pueden hacer al revés* (realizar la tarea inversa).

Sin embargo, la definición citada dice que la *competencia* es "algo" más que un conocimiento. Es decir, simultáneamente al *conocimiento* que preocupa a las educadoras (los primeros números, su representación y el conteo) deben desarrollar en sus alumnos *actitudes, habilidades* y *destrezas,* y esto debe expresarse en *situaciones* y *contextos diversos*.

A manera de ejemplo, y a partir de la experiencia, he detectado que hay educadoras que sí reparan en ese "algo más" que incluye la definición de **competencia.** Sin embargo, al organizar la enseñanza suponen que deben hacer una "partición" de la definición para lograr los propósitos establecidos en el PEP.

He observado este fenómeno de "partición" de la definición de *competencia* particularmente en jardines de niños en donde la directora y educadoras están organizadas como un colectivo. Entre los acuerdos conjuntos que toman para la marcha e implementación del programa suceden cosas como las que a continuación se describen.

Las maestras deciden empezar en primer grado e inicios del segundo, por los *conocimientos;* esto es equivalente a la "enseñanza" del conteo y la representación simbólica convencional; en segundo grado e inicios del tercero continúan trabajando con las *actitudes, habilidades* y *destrezas*, que identifican con el dominio –por parte de los niños– de "lo aprendido" a través de la repetición (y en todo caso también refiere a una ampliación del rango numérico); finalmente, dejan para tercer grado el espacio para la *utilización* de lo *aprendido* en *situaciones* y *contextos diversos*, que es equivalente al planteamiento de problemas.

No obstante, esta "partición" de la definición de *competencia*, es importante señalar que el desarrollo de *actitudes* involucrado en la definición se desdibuja en el trabajo sobre el campo de Pensamiento matemático, porque se considera que las actitudes se atienden en otros campos.

De hecho, esto no ocurre inconscientemente, las educadoras dan cuenta de ello en sus planeaciones. Al cuestionamiento: En su planeación de enseñanza (matemática), ¿en qué momento se ocupan del desarrollo de **actitudes**?, frecuentemente responden que desarrollar actitudes corresponde al campo de Desarrollo personal y social.

> Una educadora dice: "(trabajamos el desarrollo de actitudes) cuando les enseñamos a los niños a reconocer lo bueno que es tener actitudes favorables a la convivencia, al respeto a todos, [...] poco a poco van mejorando su actitudes, se pelean menos, no se quitan el material, esperan su turno para hablar. Hay niños que les cuesta más trabajo, pero esto tiene que ver con su casa [...] a veces son muy caprichudos [...]. Israel [por ejemplo] es hijo único, siempre quiere hacer su voluntad, no le gusta compartir; él tiene problemas con sus *actitudes* [de convivencia].

Con esta manera de entender el desarrollo de *actitudes*, las educadoras no reconocen la importancia de ocuparse de las mismas en los campos con mayor contenido disciplinar, como es el de matemáticas.

Es fundamental que la enseñanza se ocupe de propiciar en los niños *actitudes* frente a lo que desconocen, como lo es la *actitud* de búsqueda de la solución de un problema, en lugar de esperar que alguien (su maestra) les diga cómo resolverlo.

Todavía me encuentro con educadoras que siguen asumiendo que si ellas no les dicen a los niños lo que deben hacer, ellos "no pueden" (encontrar la solución), "todavía necesitan que uno les ayude", "son muy pequeños y algunos no saben qué hacer", "se distraen fácilmente". Esta manera de actuar en la enseñanza se sustenta en las prácticas docentes dominantes que precisamente el programa 2004 pretende cambiar.

Adicionado a esto último es necesario hacer otra precisión respecto a *la utilización de lo aprendido en situaciones y contextos diversos*. En los datos que se tienen se observa que las educadoras, si bien entienden que deben plantear problemas a los niños, lo hacen hasta que sus alumnos dan muestra de "dominio" de los conocimientos necesarios para resolverlos; es decir, los problemas no son entendidos por las educadoras como un recurso de la enseñanza para propiciar el aprendizaje del conocimiento y favorecerlo como se dice en el programa, sino como el espacio en donde debe "mostrarse" la adquisición de un conocimiento "terminal", entendido como cuando los niños dominan el conteo de colecciones con los primeros números (alrededor del 30), son capaces de reconocer y producir la escritura numérica convencional (al menos hasta el 10) y realizan con éxito tareas explícitas –solicitadas por la educadora– de conteo de objetos en una colección dibujada y el registro numérico de su cardinalidad, y a partir de un número los niños lo interpretan para dibujar una colección que le corresponda.

Sin embargo, al margen de que los problemas sean considerados como un espacio de "aplicación" del conocimiento, se trabajan poco en la educación preescolar y en tercer grado ceden su lugar, en algunos casos, a la ampliación del rango numérico y a la operatoria (sumas y restas) de bidígitos sin transformación.

Con base en el conocimiento actual acerca de cómo aprenden matemática los niños, estos componentes –conocimiento, actitudes, habilidades y destrezas– que se espera desarrollar en ellos no se enseñan "por separado", más aún, deben observarse en situaciones y contextos diversos en el proceso mismo de aprendizaje.

¿Qué se enseña y qué se aprende?

En la definición de competencias en el programa de preescolar se señala que los *conocimientos, actitudes, habilidades* y *destrezas* **se logran mediante procesos de aprendizaje.** Y es desde esta consideración que aparecen las primeras dificultades, porque la manera como usualmente las educadoras **realizan la enseñanza** todavía dista de la posibilidad de lograr lo que el programa establece. Además de lo señalado sobre la "partición" de la definición de competencia, las prácticas de enseñanza en muchos casos continúan signadas por una serie de **actividades matemáticas que terminan siendo actividades manuales.**

A título de ejemplo, el reconocimiento de la representación simbólica de los números se entreteje con el boleo con papel crepé para que los niños rellenen las grafías de los números o bien, los pinten de colores diferentes según las indicaciones de la educadora: "2 de rojo, el 3 de verde", etcétera; con asombrosa facilidad, la intencionalidad matemática original (reconocer los símbolos de los números) cede su lugar, por la preocupación de las educadoras, a la actividad manual inmersa en la situación:

> Este es el 2 (lo señala la educadora), ¿de qué color dijimos que lo vamos a pintar?, ¿rojo? (dice el niño con duda); sí, a ver, ¿cuál es el rojo? (el niño toma una crayola roja), muy bien... ese es el rojo, ahora píntalo (el número) sin salirte de la rayita.

Así, para la educadora acaba siendo más importante que el niño identifique los colores e ilumine bien y, de ser necesario, le ayuda llevándole la manita para que los padres vean "lo bien que trabaja su hijo". Al respecto, una directora-educadora nos explica lo que ella y sus compañeras pretenden: "Deben ser provechosas (las actividades) para que los niños integren varios conocimientos. Usted lo pudo ver, los pequeños trabajaron con los números, los colores y su motricidad. Esto (la motricidad) es muy importante en la lectoescritura, no lo podemos perder de vista".

Frente a la observación de que varios niños no identificaron los números y la educadora se los señalaba, la respuesta siguió la siguiente lógica: "De todo (identificación de los números, los colores y el desarrollo de la motricidad), lo más difícil es el número, es algo abstracto, que poco a poco los niños van comprendiendo, por eso, a las primeras no resulta, hay que ayudarlos, es lento pero los niños lo logran".

Este espacio no es suficiente para analizar todo lo que hay detrás del hacer y decir de las educadoras frente a este suceso; por el momento, sólo quiero destacar el reconocimiento que hacen de que *el número es difícil,* la importancia en la enseñanza del hecho de que los niños aprendan a identificarlos y, desde luego, a escribirlos, pero más importante es reparar en los recursos didácticos que suelen utilizar para lograrlo: **la repetición** ("hay que hacerlo varias veces").

En la situación descrita –y en muchas otras– la representación convencional de los números **se presenta para ser aprendida por ostentación:** "Este es el 2" (se señala) **y por repetición** para que los niños logren recordarlo y, a la larga, trazarlo; es decir, entre otras cosas, no se consideran espacios de aprendizaje para que los niños **enfrenten la situación de comunicar la cantidad de una colección, y con ello vayan reconociendo una de las funciones del número.**

Los recursos gráficos para expresar la cantidad de objetos de una colección son diversos y los niños los manifiestan si se les da oportunidad de hacerlo. Desde luego que entre las muchas maneras como los niños resuelven las situaciones de comunicación de la cantidad aparece la representación convencional de los números (1, 2, 3, 4,...), pero **no es ni la primera forma de resolver y por supuesto tampoco la única**, todo depende de la manera como se plantea la situación de aprendizaje[5] y la actitud de la educadora sobre lo que espera de sus alumnos.

Para ilustrar lo expuesto en el párrafo precedente, revisemos cómo se conduce una educadora,[6] cuando sus recursos de enseñanza responden a los planteamientos metodológicos del PEP. Asimismo, se muestran los efectos de la enseñanza, en la manera de responder de los niños.

La docente en cuestión planteó a sus alumnos (de tercer grado) que el día siguiente debían traer material para hacer una maqueta. Les pidió que tomaran nota, "como quisieran", de los materiales para que en su casa, "con ese recado pudieran recordar lo que les había pedido". Lo importante es, les dijo, que "leyendo su recado puedan decirle a su mamá lo que tienen que traer para mañana". El material solicitado fue: 10 palitos, 6 piedritas, 12 hojas y 8 cocodrilos.

Es muy importante analizar la manera como la educadora presenta la situación (consigna). No les dice a los niños cómo deben hacer la nota (con dibujitos, números, usando palabras, etcétera). Solamente enfatiza la función de la nota: a partir del registro deben poder recuperar la información que ella les va a dar.

Cabe destacar que los niños sabían escribir los números y realizaban esa tarea razonablemente bien cuando les era **explícitamente** solicitado, pero el objetivo de la actividad no es "practicar la escritura numérica" sino instalar a los alumnos en **una situación de comunicación** –para ellos mismos y para sus mamás–, de cantidades de diferentes coleccio-

5 Por ejemplo, puede revisarse la secuencia sobre clasificación cuantitativa, fichas 1, 13, 15 y 19 de *¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático? Fichero de actividades para preescolar* (2008).

6 Ma. de los Ángeles Rangel (2007), *Experimentación de una secuencia didáctica del eje: los números, sus relaciones y sus operaciones en un grupo del nivel preescolar*, tesis de maestría, DIE.

nes. Es decir, se trataba de averiguar qué información de las colecciones (aspecto cualitativo y cuantitativo) resultaba significativa para los niños, y conocer los recursos gráficos con los que contaban para registrar esta información.

Entre las diferentes maneras como los alumnos resolvieron el registro de la información aparecen cuatro (imágenes 1, 2, 3 y 4) particularmente ilustrativas sobre las posibilidades de comunicación de cantidades de los niños. La actitud de la educadora, cuando los niños intentaban resolver cómo registrar la información fue la de mantenerse en no decirles cómo hacerlo: "¿Con dibujitos maestra?" "Cómo ustedes quieran"; "Es que no sé escribir". " No importa, hazlo de otra manera, como tú quieras".

Es así como tanto el manejo de la consigna por parte de la educadora como su actitud ante las diferentes demandas de los niños propicia que en las producciones gráficas se pueda rastrear lo que **entendieron de la situación planteada y sus posibilidades para resolverla.**

Plantear una consigna a los niños sin decirles cómo se espera que resuelvan la actividad, como lo hace la educadora protagonista de este ejemplo, favorece al desarrollo de la habilidad de abstracción numérica. No debe perderse de vista que esto responde a uno de los planteamientos centrales de enseñanza sugeridos en el programa 2004.

En las producciones de los niños queda claro que el autor de este primer registro (imagen 1) entendió que para hacer el recado debía "escribir"; imita el gesto de quienes escriben y hace uso de las letras que sabe trazar, pero el registro no comunica lo que necesita pedirle a su mamá para hacer la maqueta.

Para Rodrigo (imagen 2), en esta situación los números no le son útiles para comunicar cantidades, es mucho mejor para él dibujar las colecciones (cantidad y cualidad).

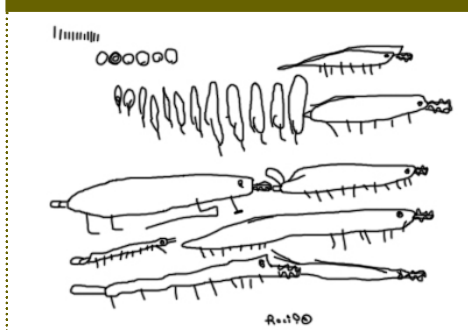
A Doris (imagen 3), los números le "sirven" pero no son lo suficientemente claros para comunicar la cantidad, por lo que todavía necesita acompañarlos con el dibujo de las colecciones. Por cierto, registros como el de Doris, de los ocho cocodrilos, es lo más que se puede esperar para quien utiliza los números como comunicación de cantidades pero todavía no sabe escribir, por lo que la palabra cocodrilo se puede remplazar con un dibujo. Observemos que en la tarea solicitada es igualmente importante registrar la información cuantitativa como cualitativa. Cabe señalar, sin embargo, que la intención de Doris era hacer ocho cocodrilos, pero dada la complejidad del dibujo ya no se ocupó de hacer los otros siete.

Finalmente, Jessica (imagen 4) se acerca mucho al tipo de registro que cualquier alfabetizado puede hacer, usa los números y desde sus posibilidades escribe las palabras correspondientes a los objetos de cada colección.

IMAGEN 1

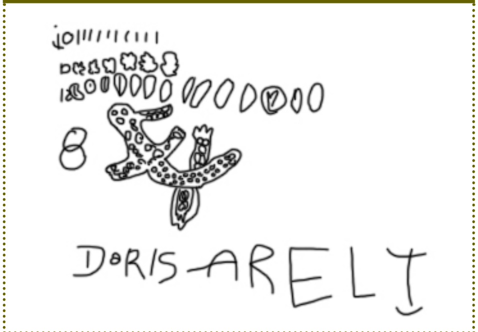
El autor de este primer registro entendió que para hacer el recado debía "escribir"; imita el gesto de quienes escriben y hace uso de las letras que sabe trazar, pero el registro no comunica lo que necesita pedirle a su mamá para hacer la maqueta.

IMAGEN 2



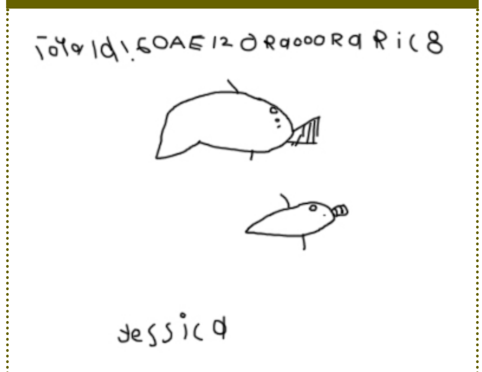
Para Rodrigo los números no le son útiles para comunicar cantidades, es mucho mejor para él dibujar las colecciones (cantidad y cualidad).

IMAGEN 3



A Doris, los números le "sirven" pero no son lo suficientemente claros para comunicar la cantidad, por lo que todavía necesita acompañarlos con el dibujo de las colecciones. La intención de Doris era hacer ocho cocodrilos, pero dada la complejidad del dibujo ya no se ocupó de hacer los otros siete.

IMAGEN 4



Jessica se acerca mucho al tipo de registro que cualquier alfabetizado puede hacer, usa los números y desde sus posibilidades escribe las palabras correspondientes a los objetos de cada colección.

En el ejemplo debe quedar claro que las producciones de los niños son expresiones de las distintas formas de aproximarse a la representación gráfica de las cantidades; al finalizar preescolar se pretende que recurran a la escritura convencional de los números por propia iniciativa, no sólo para enfrentar situaciones de comunicación sino también en otras donde el número, su representación y el conteo sean utilizados.

Desafortunadamente, para muchas educadoras la escritura de los números sigue siendo prioritaria prácticamente desde el inicio de la enseñanza. No han logrado incorporar aún a sus prácticas docentes recursos didácticos que favorezcan situaciones de aprendizaje en las cuales los niños produzcan registros personales, entre otros, para representar la numerosidad de una colección.

La manifestación del conocimiento en situaciones y contextos diversos

Promover el logro del conocimiento en situaciones y contextos diversos se establece en la definición de *competencia,* también tiene que ver con **los procesos de aprendizaje** que posibilite la educadora con las actividades que proponga y mediante su intervención docente. Una pregunta que puede orientar la discusión es: ¿a los niños, en su tránsito por la educación preescolar, se les está dando la posibilidad de desarrollar competencias correlacionadas con el conocimiento del número?

Una manera de averiguarlo es si frente a situaciones y problemas diversos, en lugar de esperar que su maestra "les diga qué tienen que hacer", los niños tienen oportunidades para realizar las siguientes acciones ligadas al razonamiento:

a) Buscar cómo solucionar la situación; es decir, si muestran *actitud de seguridad* y certeza como sujetos pensantes que son.
b) Comprender el significado de los datos numéricos en el contexto del problema; esto es, para mostrar su *pensamiento matemático*.
c) Elegir, del *conocimiento aprendido* (los números, su representación, el conteo, relaciones aditivas, etcétera), el que les sirve para resolver la situación.
d) Utilizar ese conocimiento con soltura para resolver (*habilidades y destrezas*) la situación planteada.

Si las educadoras hacen una pequeña exploración en su grupo y resulta que al plantear a sus alumnos un problema que implique *agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos,* los niños esperan sus indicaciones para proceder, les sugiero hacer la siguiente valoración:

- Si los niños son de primer grado de preescolar, no hay problema, tienen lo que resta del año y dos más para lograr que sus alumnos *desarrollen competencias*, no sólo sobre el conocimiento de lo numérico, sino también sobre *cómo actuar frente a lo que desconocen.* Pero no pierdan de vista que para lograrlo es indispensable permitan a los niños, sistemáticamente, que con sus propios recursos encuentren cómo resolver las diversas situaciones matemáticas que les propongan.

  De no "dejarlos hacer", en el mejor de los casos sus alumnos aprenderán a contar y a escribir los números, pero muy débilmente podrán *reconocer cuáles son las situaciones en las que el número es un conocimiento útil para resolverlas.*
- Si los niños son de segundo grado, ustedes cuentan con menos tiempo para "enderezar el rumbo", ¡todavía están a tiempo de replantear su enseñanza! atendiendo de manera más eficiente las orientaciones metodológicas del PEP 2004.
- Si los niños son de tercer grado, la situación es grave, están a punto de que sus alumnos terminen preescolar sin haber logrado al menos las dos competencias sobre número enunciadas al inicio de este artículo. Independientemente de las "evidencias" recabadas, las cuales mostrarán que sus alumnos han aprendido algo sobre los primeros números (su representación, el conteo, etcétera), no están en posibilidad de evocar ese conocimiento para resolver *situaciones variadas que implican poner en juego los principios de conteo.*

Durante la educación preescolar es necesario que los niños aprendan ciertas cosas sobre los números, esto lo saben bien las educadoras y se han ocupado de ello desde antes del PEP 2004, pero cabría preguntarse: ¿qué han aprendido los niños comúnmente en preescolar?

- La serie numérica oral, ¿hasta el 10?, ¿hasta el 20?, ¿hasta el 100?
- Conteo de colecciones, ¿hasta el 10?, ¿hasta el 20?, ¿hasta cuál…?
- Realizan con éxito **tareas explícitas** de correlación entre una colección y el registro numérico de su cardinalidad y viceversa. Por ejemplo, dada una colección de vacas, pueden contar y escribir cuántas son; o bien, dado un número, logran dibujar una colección cuya cardinalidad corresponda a ese número (imagen 5).
- Saben hacer cálculos (3 y 5, 2 y 4, etcétera) usando los deditos de sus manos, pero ese recurso (contar con los dedos) les sirve de poco, y de hecho en ocasiones es un obstáculo didáctico[7] para resolver cierto tipo de problemas. Sobre esto regresaremos más adelante.
- Algunos niños "muy avanzados" resuelven sumas, al menos de esto presumen sus maestras, con la salvedad de que lo hacen con apoyo de un gráfico[8] (imagen 6). Realmente los niños cuentan y van llenando los espacios, siguiendo las indicaciones y explicaciones de su maestra:

> ¿Cuántas tortugas hay aquí? ¡Cuatro! En la rayita, aquí abajo, escriban cuántas hay, fíjense bien, a dónde van a escribir el 4… a ver, ¿cómo se escribe el 4? (…), la "crucecita" se lee "más" y dice que vamos a juntar estas tortuguitas con las otras (…) escriban el 3 (…) y en total ¿soooon?… ¿cuántas? A ver escriban el 7 en su lugarcito.

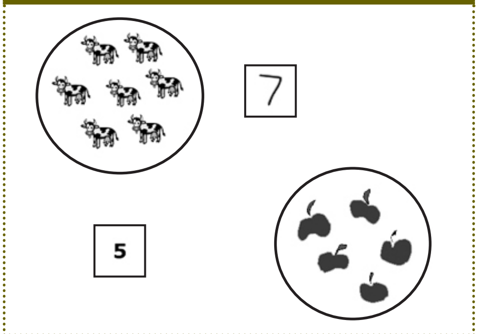
Entonces, si estos son los aprendizajes que favorecen las educadoras, ¿están mal?, ¿son incorrectos? La respuesta es *no*, sólo que es muy poco

7 Brousseau, en su artículo "Educación y didáctica de las matemáticas", publicado en la revista *Educación matemática*, México, Grupo Editorial Iberoamérica, 2000, define como "obstáculo didáctico" aquello que, auspiciado por la enseñanza (los docentes no sólo "lo enseñan" sino, en caso de aparecer espontáneamente en al aula, lo valoran positivamente), se convierte en un obstáculo en el proceso de aprendizaje, en virtud de que los alumnos creen reconocer en él "la manera" de proceder.

8 De las operaciones con números de dos cifras, que también suelen verse en preescolar, emito mi opinión más adelante.

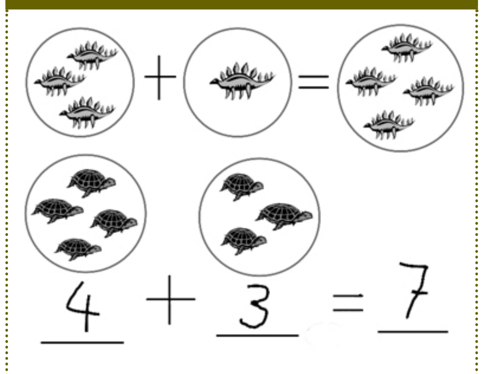
respecto a lo que actualmente la investigación nos dice que los niños pequeños pueden aprender y a lo que se espera aprendan, según se establece en el PEP 2004.

IMAGEN 5



Dada una colección de vacas, pueden contar y escribir cuántas son; o bien, dado un número, logran dibujar una colección cuya cardinalidad corresponda a ese número.

IMAGEN 6



¿Cuántas tortugas hay aquí? ¡Cuatro! En la rayita, aquí abajo, escriban cuántas hay, fíjense bien, a dónde van a escribir el 4... a ver, ¿cómo se escribe el 4? (...), la crucecita se lee "más" y dice que vamos a juntar estas tortuguitas con las otras (...) escriban el 3 (...) y en total ¿soooon?... ¿cuántas? A ver escriban el 7 en su lugarcito.

Las aspiraciones del PEP 2004

Recordemos que la pretensión del programa es que las educadoras propicien en sus alumnos el desarrollo de competencias; esto significa que el **conocimiento, las destrezas y habilidades** que vayan adquiriendo estén **a su disposición para resolver diversas situaciones,** no sólo al término de su educación preescolar sino también en el futuro; lograr esto hace indispensable que las educadoras modifiquen su manera de enseñar, cediendo a los niños más autonomía en el proceso de aprendizaje.

Específicamente para el caso que nos ocupa, la cuestión sería: ¿cómo desarrollar en los niños competencias sobre lo numérico, a la vez que desarrollen la competencia para escuchar a sus compañeros, trabajar en equipo, argumentar, defender sus ideas, etcétera?

¿Qué van a aprender a escuchar? Las explicaciones de sus compañeros (y no sólo de su maestra) sobre cómo resolver un problema.

¿Cómo van a aprender a trabajar en equipo?[9] Buscando juntos, en parejas, tríadas o equipos de cuatro, la solución a los problemas, opinando sobre cómo proceder, negociando con sus pares.

¿Qué van a argumentar? Las consideraciones que tomaron en cuenta para resolverlos.

¿Qué ideas van a defender? Las que les hayan surgido en la búsqueda de solución de los problemas.

Es necesario, en este momento, retomar lo ya citado en relación con lo que se espera que aprendan los niños sobre los números, **como utilizarlos** en situaciones variadas que impliquen poner en práctica los principios del conteo. ¿Cuáles son estas situaciones? Las que les sean familiares e impliquen agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.

Observemos que utilizar un conocimiento no es lo mismo que sólo "adquirirlo". No basta con conocer los números, su representación y saber

9 El trabajo en equipo, que se espera realicen los niños, es un recurso para socializar su conocimiento; no se trata de una repartición de tareas cuyos productos individuales se reúnen posteriormente para dar cuenta de "lo que hizo el equipo".

contar, sino, **con base en ese conocimiento es necesario, ¡que puedan resolver diferentes situaciones!**

Para que un problema se pueda resolver poniendo en juego los principios de conteo y esto no resulte artificioso, los datos numéricos involucrados inevitablemente tienen que referir a cantidades pequeñas. Veamos un problema:

> Eric tiene 4 carritos, el día de su cumpleaños le regalaron 8. ¿Cuántos carritos tiene Eric?

El problema lleva a los niños a contar una colección de 4 fichas (o cualquier otro objeto disponible), a ésta agregarle 8 y luego a contar desde el 1 la nueva colección para averiguar que son 12 los carritos que tiene Eric. Sin embargo, si el problema se planteara así:

> Eric tiene 295 carritos y le regalaron el día de su cumpleaños 547. ¿Cuántos carritos tiene Eric?

Ciertamente, se podría contar una colección de 295 elementos (piedritas, fichas, rayitas) y luego, también contando de 1 en 1, agregar otra de 547 para después iniciar un nuevo conteo desde el 1 hasta el 852 para averiguar que Eric tiene esa cantidad de carritos. Sin embargo, es claro que la **estrategia de conteo 1 a 1** no es funcional cuando las cantidades son mayores, resulta fuera de lugar para resolver el problema de cálculo involucrado en el problema.

En la matemática se ha desarrollado otra estrategia más económica y funcional para solucionar el cálculo en este tipo de problemas, ésta, sabemos, es la suma:

$$\begin{array}{r} 295 \\ +\ 547 \\ \hline 852 \end{array}$$

No obstante, la operación de suma (resta, multiplicación o división) **no está planteada para la educación preescolar,** porque para comprender dicha operación se requiere del conocimiento del sistema de numeración decimal (con el que habitualmente escribimos los números) y este contenido temático se aborda al inicio del primer año de primaria y se formaliza hacia el final del mismo.

Entonces los datos numéricos de los problemas que se espera los niños de preescolar puedan resolver, deben referir a **cantidades pequeñas** (preferentemente menores a 10), y los resultados estarán alrededor del 20, a fin de que la estrategia de conteo tenga sentido y resulte útil para los niños.

Además, cabe aclarar que proponer a los niños resolver problemas con cantidades pequeñas los lleva, como veremos con más precisión, a encontrarse con los números en diversos contextos y a utilizarlos con sentido; es decir, irán reconociendo **para qué sirve contar y en qué tipo de problemas es conveniente hacerlo.**

En el proceso de resolución de problemas, los niños se ven en la necesidad de construir colecciones con determinada cantidad de objetos (datos del problema) y realizar con esas colecciones diversas acciones, como separarlas, unirlas, agregar una a otra, compararlas, distribuirlas, igualarlas –como se propone en el PEP.

Las acciones que los niños realizan (por decisión propia) son sugeridas por **la relación semántica entre los datos del problema** que pretenden resolver.

La importancia de **recurrir al planteamiento de problemas** para posibilitar el aprendizaje del significado de los números y el uso del conteo, radica en que para resolverlos se necesita que los niños tengan oportunidad de tener experiencias que les permitan dos cosas:

- La primera es establecer *la relación semántica entre los datos*. Se trata de que en el proceso de aprendizaje los niños encuentren el significado de los datos numéricos en el contexto del problema y reconozcan las relaciones que se pueden establecer entre ellos para encontrar la solución. Los datos en los problemas aditivos pueden aparecer como *medidas* –de colecciones–, *transformaciones* o *relaciones*.

- La segunda (igualmente importante), es que los niños de preescolar tengan *recursos de cálculo* para encontrar la resolución demandada en el problema (percepción de la cantidad, conteo de 1 en 1, cálculo mental de colecciones pequeñas, relaciones aditivas de los primeros números, sobreconteo, etcétera).[10]

Dependiendo del momento en que se encuentren los niños, a veces basta con que digan oralmente el resultado y en otras ocasiones la educadora puede solicitarles que lo escriban; aquí pueden aparecer registros personales de la cardinalidad de la colección resultante o bien, el uso de los signos numéricos convencionales (1, 2, 3, etcétera).

El lugar de las acciones y la operatoria

Con la finalidad de que las educadoras reflexionen sobre qué es lo que permite a los niños realizar diferentes acciones con los problemas y para que comprendan la importancia de que tales acciones aparezcan en el proceso de aprendizaje de los números (en particular) y de la matemática (en general), analicemos los siguientes problemas:

Santiago tiene 2 coches rojos y 5 coches blancos. ¿Cuántos coches tiene Santiago?

Santiago tenía 2 coches y su mamá le regaló 5 coches. ¿Cuántos coches tiene Santiago?

Santiago tiene 2 coches y su mamá tiene 5 coches más que Santiago. ¿Cuántos coches tiene la mamá de Santiago?

10 El manejo del cálculo en el nivel de lo simbólico –algoritmos de suma, resta, multiplicación y división, por mencionar algunos– son recursos de cálculo que los niños aprenderán en la primaria, y les encuentran sentido cuando se trabaja con números mayores.

Santiago tenía algunos coches, le regaló 2 a Mario y a su mamá le regaló 5. A Santiago ya no le quedaron coches. ¿Cuántos coches tenía Santiago?

Todos los problemas refieren a los coches de Santiago, e involucran a los números 2 y 5, además se resuelven con la misma operación: 2 + 5 = 7. Sin embargo, los problemas son diferentes, **llevan a razonamientos distintos y acciones diferentes hasta el 2 y el 5**; entonces, si todos se resuelven con la suma 2 + 5, ¿será necesario que la educadora enseñe la operación de suma para que los niños puedan resolver esos problemas? ¡No! Entonces, ¿cómo podrán los niños resolverlos si **no se les enseñan** las operaciones?

Comprender que "la suma" es la operación que resuelve los problemas citados (y muchos otros) es un proceso de abstracción al que los niños pueden acceder en la escuela primaria, pero **el antecedente a la operatoria** se sustenta en la posibilidad de **reflexionar sobre las distintas acciones que se pueden realizar con las colecciones**, a la vez que se van reconociendo las relaciones (aditivas) de los primeros números: el 7 puede verse como un 2 y 5, 4 y 3, 2, 2, 2 y 1; como un 10 al que se le quitan 3, un 9 disminuido en 2, etcétera, sin que deje de aparecer el 7 como el resultado de un conteo que se realiza de 1 en 1.

Si en su proceso de aprendizaje se da a los niños la oportunidad de resolver situaciones numéricas **con base en su *propia* experiencia y conocimientos** (como se sugiere en el PEP 2004), podrán hacerlo sin conocer las operaciones; utilizarán el **conteo.** Por esto es importante que sean ellos quienes **decidan qué les conviene hacer con los datos numéricos** de un problema para resolver la pregunta respectiva. Son estas actividades –interactuar con los datos, tomar decisiones sobre ellos y llevarlas a cabo– las que darán sentido a los números y al conteo y en general al desarrollo del pensamiento matemático.

Las operaciones son un contenido de la primaria, **realizar acciones sobre diversas colecciones y contar, son propósitos de preescolar.**

Los números en el contexto de un problema

En el apartado precedente se establece que los niños desarrollan su pensamiento matemático cuando la educadora **les permita decidir** qué hacer frente a un problema; asimismo, se afirma que es fundamental poner a los alumnos en situación de razonar con los distintos significados que tienen los números en el contexto de un problema. Para ello, es necesario que la educadora comprenda qué es lo que hace que los problemas como los de Santiago y sus coches sean distintos, aunque todos se resuelvan con la suma 2 + 5.

En el primer problema el 2 y el 5 son la **medida**: la cantidad de coches rojos y blancos que respectivamente tiene Santiago.

En cambio, en el segundo problema, si bien el 2 sigue siendo una medida (los coches que tiene Santiago) el 5 ya no lo es; ahora está funcionando como una **transformación**, porque modifica la cantidad de coches que tenía Santiago (de 2 que tenía pasó a tener 7 coches).

En el tercer problema, el 2 nuevamente es una medida; sin embargo, el 5 es una **relación**. El 5 en ese problema no es una medida, porque ni Santiago ni su mamá tienen 5 coches, tampoco el 5 modifica la cantidad de coches de Santiago, como tampoco los que tiene su mamá, entonces el 5 no es una transformación. El 5 en este problema **establece una relación** entre la cantidad de coches que tienen ambos sujetos.

En el cuarto problema, tanto el 2 como el 5 son transformaciones, en cada uno se modificó la cantidad de coches de Santiago, y en el proceso se quedó sin coches; "recuperar" la cantidad de coches que tenía antes de regalarlos pasa por desandar el camino.

Los distintos contextos (problemas) en los que aparecen el 2 y el 5 llevan a los niños a realizar diferentes acciones; sin embargo, cabe aclarar que los dos primeros problemas son menos complejos que el tercero y el cuarto.

A fin de ahondar sobre la importancia de establecer la relación semántica entre los datos, es decir, razonar sobre las acciones (y dejar para la escuela primaria el recurso de la operatoria), convendría que las educadoras reflexionen también sobre lo que hace a los siguientes problemas diferentes, aunque todos se resuelvan con la resta 7 – 2.

Santiago tiene 2 dulces pero quiere tener 7. ¿Cuántos dulces le faltan a Santiago para tener 7?

Mario tenía 7 dulces, le dio 2 a Genny y los otros se los dio a Santiago. ¿Cuántos dulces le dio Mario a Santiago? Mario tenía 7 dulces y se comió 2. ¿Cuántos dulces le quedaron a Mario?

Mario tiene 7 dulces y Genny tiene 2 dulces menos que Mario. ¿Cuántos dulces tiene Genny?

Resultaría interesante, además, que las educadoras imaginaran **las acciones** que sus alumnos podrían realizar para resolver los problemas anteriores, para planteárselos y observar si lo que hacen coincide o no con lo que imaginaron y encontraran explicaciones al respecto.

¿Qué significa resolver un problema?

1. La relación semántica entre los datos

Una idea generalizada (incluso en niveles educativos posteriores al preescolar) es que para resolver un problema se necesita conocer primero el recurso convencional de cálculo (operaciones, ecuaciones, etcétera). De hecho, lo que sucede, como mencionamos, es que hay una confusión entre los dos elementos implícitos en la solución de un problema: los docentes se preocupan sobre todo por la **estrategia de cálculo** que permite la solución y minimizan o ignoran la **relación semántica** que debe establecerse entre los datos del problema. Esta relación semántica se realiza en apego al razonamiento matemático y en función de la experiencia y el conocimiento del sujeto que resuelve el problema.

Revisemos a través de un ejemplo lo dicho. Supongamos que queremos resolver el siguiente problema:

> En una fábrica se hacen archiveros de cuatro y seis cajones. Si hay 28 cajones para hacer 6 archiveros, ¿cuántos archiveros de cada tipo se pueden hacer?

> Si el lector o lectora se toma un momento para buscar la solución, seguramente la encontrará. En la experiencia de una investigación realizada con educadoras, una maestra dijo: "Salen cuatro (archiveros) de cuatro (cajones) y dos (archiveros) de seis (cajones)". Ante la pregunta, ¿cómo le hizo (para saberlo)?, la respuesta fue: "Multipliqué 4 x 4 = 16 y me sobraron 12 cajones, si hubiera multiplicado por otro número no me hubieran salido los archivero *de seis* cajones".

En esa ocasión la mayoría de los participantes logró resolver el problema de los archiveros con algunas variantes en el procedimiento. Sin embargo, nadie recurrió a la estrategia convencional (sistema de ecuaciones). Cuando se les preguntó si sabían lo que debían hacer para resolver ese problema de acuerdo con las matemáticas (solución convencional), algunas respuestas fueron: múltiplos, distributiva, regla de tres, conteo, operaciones. Otras educadoras, en lugar de contestar a esa pregunta querían responder: ¿qué es necesario para resolver un problema? Fue así que dijeron: "(es necesario) pensar", "(hace falta) leer bien el problema", "con lógica", "poner atención" (¿a qué?, ¿a las explicaciones del maestro?). También hubo quienes se aventuraron a sancionar las prácticas de enseñanza dominantes: "Si los niños están mecanizados, no se puede (esperar que resuelvan problemas)". No obstante la diversidad de respuestas, no se mencionó la estrategia convencional: los sistemas de ecuaciones lineales, que más adelante revisaremos.

Conviene precisar que el recurso de solución de las educadoras fue aritmético, porque cuentan con conocimiento sobre los números y sus relaciones (4 x 4 = 16; 28 –16 = 12; 2 x 6 =12; 12 + 16 = 28) y desde luego recurrieron al cálculo mental con el apoyo de algunos datos. Ciertamente, este conocimiento es importante pero no suficiente, ya que la posibilidad de encontrar la respuesta realmente estuvo en que **pudieron establecer la relación correcta entre los datos**. Es decir, controlaron la relación entre el total de cajones (28), el total de archiveros (6) y el número de cajones (6 y 4) que deberían tener los archiveros.

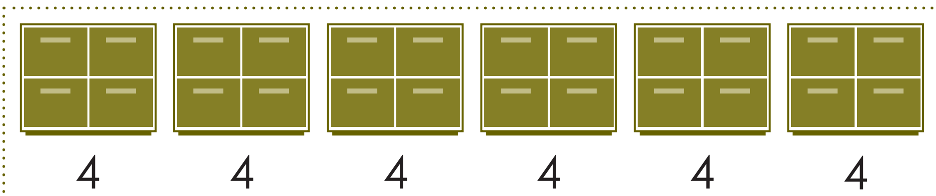
Es por esto que la maestra citada dice: "Si hubiera multiplicado por otro número no me hubieran salido los archiveros de seis cajones".

Efectivamente, no sólo se trataba de multiplicar o saber las tablas de multiplicación del 4 o del 2, o saber sumar (recursos de cálculo), porque en este caso la operatoria para resolver es 4 x 4 = 16, 2 x 6 = 12 y 16 + 12 = 28, y hacer esta elección entre los distintos productos y sumas posibles entre el

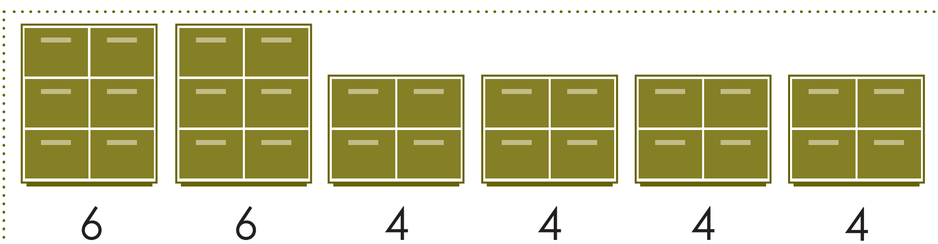
4, el 6 y el 28 proviene de lograr establecer la relación entre estos números en el contexto del problema.

Un problema equivalente[11] es resuelto por los niños de primer grado, pero como no tienen el conocimiento aritmético desplegado por las educadoras, recurren –como es de esperarse– a lo que todo sujeto cognoscente puede acceder: sus conocimientos y experiencias, que para los niños de ese grado son el dibujo y el conteo.

El razonamiento de los niños se describe a continuación, aunque cabe aclarar que para efectos de este texto, se traslada su estrategia al mismo problema planteado a las educadoras. Ellos dibujan los archiveros (6) y a todos les ponen 4 cajones.



Cuentan los cajones "utilizados" (24) y encuentran que faltan 4 cajones por repartir, éstos los distribuyen de 2 en 2 para hacer archiveros de 6 cajones y así encuentran que con los 28 cajones se pueden hacer 2 archiveros de 6 cajones y 4 archiveros de 4 cajones.



11 En una fábrica se hacen archiveros, de 2 y 4 cajones. Si hay 14 cajones y con ellos se hacen cinco archiveros, ¿cuántos archiveros de cada tipo se pueden hacer?

Quizá se podría caer en la tentación de pensar: ¿para qué sirve el conocimiento aritmético si el problema se puede resolver con dibujos y el conteo? Porque si en lugar de que el problema tenga como datos 6 archiveros y 28 cajones, planteara que son 1 020 cajones y con éstos se hacen 210 archiveros de 6 o 4 cajones, el cálculo mental y las relaciones aditivas y multiplicativas de los primeros números (4 x 4, 2 x 6, 16 + 12), que tan útiles resultaron para resolver el problema de los 28 cajones, se revelan **insuficientes** para esta situación, y los dibujos también, porque aunque se puedan dibujar, nadie está dispuesto a hacerlo con los 210 archiveros. Realmente se necesita de otro recurso, de **un nuevo conocimiento,** que viene a ser un mayor dominio de lo aritmético.

Retomemos el análisis de las soluciones al problema de los seis archiveros. Está claro que tanto los niños como las educadoras pueden resolverlo, pero no utilizan la estrategia convencional para ello.[12] Ésta, como se anticipó, es el sistema de ecuaciones lineales que sin grandes explicaciones se reseña a continuación.

Determinamos que:

X representa a los archiveros de 4 cajones
Y representa a los archiveros de 6 cajones

Escribimos el sistema de ecuaciones que establece **la relación semántica entre los datos** del problema:

$$X + Y = 6$$

la suma de los archiveros del tipo X y los del tipo Y es 6

12 Cabría preguntarse si todas las educadoras pasaron por la secundaria y con seguridad sus maestros de matemáticas se esforzaron en "enseñarles" los sistemas de ecuaciones lineales y los diversos métodos de solución, *¿por qué no evocan ese conocimiento para resolver el problema?* Una respuesta posible es que los sistemas de ecuaciones en este caso resultan excesivos; otra posibilidad es que ese "conocimiento" sólo les sirvió para acreditar; o bien será que sus maestros se empeñaron en enseñarles y ellas, ¿se empeñaron en no aprender? Finalmente, usando la jerga actual, ese conocimiento les resultó poco "significativo".

$$4x + 6y = 28$$

cada archivero *x* representa 4 cajones *y* cada archivero y representa 6 cajones, la suma de cajones es 28

Ahora es necesario **conocer alguna manera de resolver el sistema de ecuaciones**, entre los distintos disponibles se aplica el de "suma y resta", que consiste en multiplicar por un número alguna de las ecuaciones –en este caso se tomó al número negativo - 4 y se utilizó en la primera ecuación–, para eliminar una de las variables al sumar algebraicamente las dos ecuaciones, la variable que se elimina en este caso es x:

$$\begin{aligned} -4x - 4y &= -24 \\ 4x + 6y &= 28 \\ 2y &= 4 \end{aligned}$$

se dividen ambos miembros de la igualdad entre 2 para "depejar" la variable y:

$$y = 2$$

Esto significa que hay 2 archiveros de 6 cajones.

Se sustituye el valor de y en la primera ecuación para encontrar el valor de x:

$$\begin{aligned} x + 2 &= 6 \\ x &= 6 - 2 \end{aligned}$$

se resta en ambos miembros de la igualdad -2 para "despejar" la variable x:

$$x = 4$$

Con este resultado hay 4 archiveros de 4 cajones.

Si bien hemos llegado a la resolución convencional, la intención no es que las educadoras enmienden su conocimiento algebraico, sino **resaltar que existen tres formas de resolver** el problema.

Las maneras de resolverlo son diferentes porque en cada una el "sujeto que resuelve" cuenta con **conocimientos matemáticos distintos** (conteo, recursos aritméticos, recursos algebraicos); cada uno de estos **conocimientos** es más complejo y potente, pero a su vez cada uno permite una gama de resolución más amplia. Con todo, independientemente del conocimiento matemático que se tenga, la posibilidad de resolver está en **si el sujeto puede o no establecer la relación entre los datos** para encontrar la solución.

Sin pretender minimizar la importancia del conocimiento aritmético y/o algebraico, conviene precisar que sirve de poco tenerlos, si en el proceso de aprendizaje estos conocimientos no tienen la oportunidad de instalarse **como herramientas para resolver problemas**. En este punto el conocimiento matemático encuentra su sentido y utilidad para la educación básica.

En el nivel de preescolar, el desarrollo del pensamiento matemático es susceptible de favorecerse si a los niños se les da ocasión de "recrearse" con el conteo, resolviendo problemas que involucren a los primeros 10 números (el resultado puede rebasar el 10); en este caso sus procedimientos tendrán que ver con juntar colecciones, separarlas, igualarlas, distribuirlas, compararlas, pero "darles" como recurso la operatoria (sumas y restas) no tiene sentido, porque les resulta ajeno y distante a lo que ellos espontáneamente hacen cuando su conocimiento se sitúa en los primeros números y el conteo, aunque para muchas educadoras y padres de familia la aparición de las *cuentas* resulte "más matemático", "de mayor nivel" o cualquier otro calificativo similar.

En síntesis, en el nivel de preescolar es conveniente destacar lo siguiente:

- Favorecer el desarrollo del pensamiento matemático de los niños de preescolar es darles la posibilidad de resolver problemas numéricos. Esto significa permitirles que razonen sobre los datos del problema y determinen qué hacer con las colecciones.
- En su proceso de aprendizaje es importante que los niños vayan encontrando formas (acciones) de responder a las distintas maneras en el contexto en el que aparecen los números (medida, transformación, relación).

- En el proceso de búsqueda de solución, los niños ampliarán su conocimiento sobre los números e irán dominando el conteo, pero sobre todo reconocerán para qué sirve "eso" que están aprendiendo (los números y el conteo).

Observar lo que sus alumnos hacen al resolver problemas les da oportunidad a las educadoras de ver cómo actúan y percatarse de sus razonamientos: que toman en cuenta, qué conocimientos matemáticos tienen y cómo los están utilizando y qué les falta aprender de los contenidos de preescolar. Los niños no recurren a las operaciones para resolver problemas, a menos que su maestra insista; en lugar de ello, si los deja utilizar sus propias posibilidades, hacen dibujos, interpretan los números, representan de alguna manera las cantidades, cuentan las nuevas colecciones que salen al actuar sobre las anteriores y así hallan la respuesta a la pregunta del problema.

Sin embargo, dejar que los niños resuelvan los problemas echando mano de sus conocimientos y experiencias no significa, como lo han supuesto algunas educadoras, dejarlos a la "pata libre". Si esto fuera cierto, bastaría con recomendar a los padres de familia que les pusieran problemas a sus hijos (hasta podríamos darles una lista) y las educadoras podrían recoger sus bártulos y buscarse otra ocupación, pero ¡esto sería absurdo!

Para propiciar el aprendizaje es necesaria la intervención didáctica de las educadoras, quienes deben plantear el problema y anticipar las diferentes maneras como pueden responder sus alumnos; con ese referente deben observar a sus alumnos en el proceso de búsqueda de solución.

Seguramente las educadoras verán en las resoluciones de sus alumnos algunos de los procedimientos anticipados y otros no; particularmente sobre estos últimos tendrán que preguntar a los niños para averiguar en qué están pensando. Aun observando que los niños están resolviendo con alguna de las maneras previstas, a veces, quieren resolver contando con los dedos, por ejemplo, y no pueden porque les es difícil realizar las acciones (separar, agregar, unir, repartir, etc.), entonces la educadora podría acercarles fichas y proponerles que intenten resolver con este recurso. En ocasiones los niños saben qué quieren hacer con las colecciones pero presentan algunos problemas con el conteo, entonces se les puede ayudar.

Ahora bien, si frente al problema planteado la mayoría de los niños no sabe qué hacer, una de dos: están acostumbrados a recibir ayuda y por tanto la están esperando. En este caso, la educadora tendría que preguntarse qué significa para ella posibilitar el desarrollo de competencias en sus alumnos, o bien, el problema rebasa las posibilidades cognitiva de sus alumnos. Más adelante retomaré algunas situaciones de este tipo.

Pero si se observa que dos o tres niños van por buen camino es recomendable que la educadora les proponga que expliquen a sus compañeros lo que están haciendo. Recordemos que la socialización de conocimiento entre pares es un componente importante en el proceso de aprendizaje. No obstante hacer esto, las educadoras no pueden permitirse pensar que el asunto ha quedado resuelto para todo el grupo; es necesario que reflexionen sobre lo que les falta saber y trabajar con ello para retomar el asunto en otras clases, con algún problema equivalente y observar si más niños muestran posibilidades de resolverlo.

2. El rango numérico

Algunas educadoras piensan que los problemas **con datos numéricos menores a 10 son fáciles de resolver**, por eso dicen:

> Es que mis niños son muy listos, ya saben muy bien los primeros (números) y se aburren [...]; los niños de ahora 'son más listos que los de antes', por eso ya vamos como en el 100 y ya saben sumar y restar.

Pero, ¿los alumnos de esas educadoras sabrán resolver problemas con números menores a 10, sin que ellas los vayan "orientando" en la búsqueda de la solución? Quizás esas educadoras avanzan sobre la serie numérica y la operatoria porque **no saben qué hacer con los primeros números y el conteo para mantener el interés intelectual de sus alumnos**.

Sin afán de desestimar los esfuerzos de las educadoras para que sus alumnos "lleguen hasta el 100 o aprendan a sumar y restar", cabe comentar que los niños lo logran porque la serie numérica oral como la escrita tienen regularidades, ¡que los niños descubren! Esta particularidad de las series (oral y escrita) no es adjudicable a las competencias docentes de las educadoras; lo meritorio en todo caso es el tiempo dedicado a que sus niños repasen las series numéricas. ¿Se imaginan lo que sería "aprenderse" una cantidad infinita de nombres y signos (uno para cada número) si éstos no se sujetaran a cierta regularidad?

No me cabe la menor duda, **es mucho más difícil ocuparse de que los niños desarrollen su capacidad para resolver problemas con los primeros números que atender a la memorización de la serie numérica**, no obstante que se llegue hasta el 100 o más allá. Respecto a las operaciones, lo que usualmente se hace para "enseñarlas" es informar a los niños de unas reglas y hacer que las repitan el tiempo necesario, en su salón y en sus casas con ayuda de sus papás, hasta que las "mecanicen", pero esto no significa que sepan utilizarlas **por propia iniciativa** para resolver problemas.

No está alejado de la realidad decir que los problemas con números pequeños puedan ser difíciles de resolver, o al menos que los adultos no tengamos una respuesta inmediata y sea necesario pensar un poco antes de encontrar la respuesta. Por esta razón, y con el propósito de reflexionar sobre el particular, intenten solucionar el siguiente problema, "rapidito y de buen modo" como se dice.

> Eric tiene 2 camarones más que las tortugas que tiene Mariana, pero Genny tiene 3 pulpos menos que los camarones de Eric. ¿Cuántos animalitos tiene cada niño?

Está fácil, ¿no?, sólo tiene que ver con el 2 y el 3, números pequeños, ¿no? ¿Cuál es el problema? Además, la pregunta es familiar, se pretende averiguar cuántos animales tiene cada niño. La respuesta no es inmediata porque la dificultad está en la relación semántica entre los datos y no en la magnitud de éstos.

En la experiencia con educadoras a la que he hecho alusión, algunas de las respuestas fueron: "Es cualquier número"; "no tiene solución, no es exacto, falta (saber) lo que tiene Eric". Otras respuestas que refieren a las relaciones involucradas son las siguientes:

> **cinco** (camarones), **tres** (tortugas) y **dos** (pulpos);
> **seis** (camarones), **cuatro** (tortugas), **tres** (pulpos);
> **siete** (camarones), **cinco** (tortugas), **cuatro** (pulpos).

Efectivamente, este problema tiene varias soluciones, pero "no es cualquier número", es **una terna de números** que cumplen con las relaciones "2 más que" y "3 menos que" respecto a la cantidad de camarones de Eric. Como el problema no precisa cuántos camarones tiene Eric, la mayoría de las educadoras lo suponen, siempre y cuando –dicen–, *sean 5 o más camarones*.

Algunas maestras (incluso de primaria), al igual que los niños,[13] no aceptan que Eric tenga, por ejemplo, 3 camarones, porque entonces Genny no tendría pulpos y el problema dice que **sí tiene** (pulpos). Tener pulpos significa que tiene muchos, dos o más; en ese caso Mariana tendría **una** tortuga, pero **son tortugas**. Para estas educadoras la terna:

> 3 camarones, 1 tortugas, 0 pulpos, así como
> 4 camarones, 2 tortugas, 1 pulpo, ¡no son soluciones!

Aunque desde el punto de vista de la matemática sí lo son. En esa apreciación subyace uno de los muchos problemas que tuvo la incorpo-

13 En situaciones equivalentes, circunscritas a una sola relación (y no a dos como en el problema que se analiza).

ración de los conjuntos en la escuela primaria: la dificultad de aceptar la existencia del conjunto vacío (el que no tiene elementos) y los de un elemento, porque en el lenguaje coloquial "un conjunto" refiere un colectivo, y éste tiene sentido si hay dos o más elementos. Este no es el espacio para argumentar sobre la validez de las soluciones 3 -1 - 0 o 4 - 2 - 1, porque ¡tenemos muchas otras para escoger!

Respecto a suponer que el problema "no tiene solución" o "no es exacto" porque es necesario precisar *cuántos camarones tiene Eric*, la dificultad para las educadoras que opinan así es que equivocadamente suponen que los problemas sólo pueden tener **una** solución y no varias, como es el caso de este problema. Esta idea errónea es producto de su tránsito por el sistema educativo; "los problemas matemáticos" que sus maestros les plantearon no fueron tales, se trató de un estereotipo de problemas que siempre tenía los datos necesarios y suficientes, en el orden en que deberían usarse para aplicar una operación y de **solución única**, pero como podemos apreciar, existen problemas que no se limitan a tan infortunado esquema.

Finalmente, es claro que si en lugar del problema planteado se hubiera propuesto:

> Eric tiene 3 camarones y Mariana 2 tortugas. ¿Cuántos animalitos tienen entre los dos niños?

La rapidez de la respuesta de las educadoras (no así para los niños de tres años) no proviene de que no se haga referencia a los pulpos de Genny, sino que el 3 y el 2 funcionan como **medida** de colecciones; en cambio, en el problema que suscitara entre las docentes tantos comentarios, el 3 y el 2 actúan como **relaciones** entre cantidades. Encontrar qué hacer con los datos en este caso es más complejo que en el que refiere a la medida de colecciones.

Es necesario aclarar que los niños de tercero de preescolar pueden resolver problemas en los que aparece **una medida y una relación**, tales como:

Eric tiene 4 camarones y Mariana tiene 2 pulpos menos que los camarones que tiene Eric. ¿Cuántos pulpos tiene Mariana?

Con un poco de más dificultad pueden resolver los que tienen **una relación**:

Eric tiene 2 camarones más que los pulpos que tiene Mariana. ¿Cuántos camarones tiene Eric y cuántos pulpos tiene Mariana?

En situaciones de este tipo, los niños tienden a pensar primero en los pulpos de Mariana y por ello proponen una cantidad operable, con la cual determinan cuántos camarones tiene Eric, pero es hasta la discusión colectiva cuando se dan cuenta que hay varias respuestas posibles.[14]

Resulta interesante observar que, atendiendo a lo que dice el problema, los niños se involucren, por ejemplo, en el conteo de 5 pulpos que puede tener Mariana, y a esta cantidad le agreguen 2 (los camarones que tiene de más Eric), cuenten la nueva colección y concluyan que Eric tiene 7 camarones y Mariana 5 pulpos. Si los niños tienen a la mano la relación aditiva de estos números, como la tienen las educadoras, no necesitan hacer el conteo.

La actividad intelectual de resolución de problemas es totalmente diferente a solicitarles a los niños que sólo cuenten colecciones, en tanto el conteo tendrán que hacerlo sin perder la relación entre las cantidades sugerida en la situación.

Cuando los niños resuelven un problema, ciertamente cuentan colecciones pequeñas, 5, 2, 7, pero están pensando, están interactuando con la relación entre varios números; están resolviendo una situación más compleja que la acción de contar.

14 En la investigación de referencia Véase Irma Fuenlabrada, *¿Cómo hacer para que los niños del preescolar vayan más allá del uno, dos, tres?,* México, DIE, Cinvestav. Solamente una niña encontró distintas soluciones para este problema antes de la discusión colectiva de los resultados encontrados.

Es claro que resulta fuera de lugar poner a los niños de cinco años (casi seis) a contar colecciones de 7 camarones o 5 tortugas, por esto algunas educadoras proponen conjuntos con mayor cantidad de elementos para que los niños *practiquen el conteo*, pero la función de los problemas no es realizar esa práctica; más aún, si los niños resuelven problemas con números menores y realizan actividades de conteo de colecciones mayores (no más de 30), no estaría mal, lo preocupante es dejar de plantear problemas por ocuparse del conteo de colecciones o llevar la serie oral hasta el 100 o más.

Para entender mejor la dificultad subyacente en **los problemas que involucran a los primeros números**, les sugiero que traten de resolver el siguiente problema, que también incluye números pequeños, el 2 y el 7:

> Eric jugó dos partidos de canicas, en el primero perdió 7 y en el segundo ganó 2. ¿Con cuántas canicas se quedó Eric al terminar de jugar?

Frente a este problema, en la experiencia realizada con educadoras (y con docentes de escuelas primarias[15]), la primera respuesta es: "El problema está mal planteado", "está incompleto", "le faltan datos". Ante la precisión de la coordinadora del ejercicio de que no faltaban datos y el problema está bien planteado, una educadora se aventuró a dar una respuesta: "3 canicas".

> ¿De dónde salieron las 3 (canicas). Para poder jugar el segundo juego (Eric) tenía que tener una (canica), por eso al principio (del juego) tenía 8, perdió 7 (en el primer juego y se quedó con una canica) y luego ganó 2 (en el segundo juego), entonces se quedó con 3 (canicas, al término de los dos partidos).

15 Ana Laura Barriendos Rodríguez (2005), *¿Es de suma o de resta? Experiencias con situaciones aditivas para maestros de primaria,* tesis de maestra en Ciencias, Departamento de Investigaciones Educativas del Cinvestav.

En cambio, otras educadoras opinaron que el resultado era "5 canicas". Para ellas, Eric había empezado a jugar con 10 canicas, perdió 7 en el primer juego y se quedó con 3, luego ganó 2, así que cuando terminó de jugar tenía 5 canicas.

"¿Aaah, estaba jugando con 10 canicas?", interpeló la coordinadora, "¿en qué parte del problema se da este dato?" Las educadoras seguían insistiendo en que al problema "le faltaban datos", nada más que ahora lo habían solucionado del "faltante" al decir que Eric empezó a jugar con 8 o 10 canicas.

Hubo incluso quienes justificaron la elección de las 10 canicas aludiendo a que la coordinadora había planteado, en algún momento, que era conveniente trabajar con los niños los problemas con números que no pasaran del 10, por eso aceptaban la argumentación externada por la educadora que dijo que Eric empezó con *8 canicas*; pero ¡no con menos de 8! porque en ese caso habría que aceptar que "Eric era un niño de esos que se juegan 'lo que no tienen'", aunque claro, de que los hay, los hay.

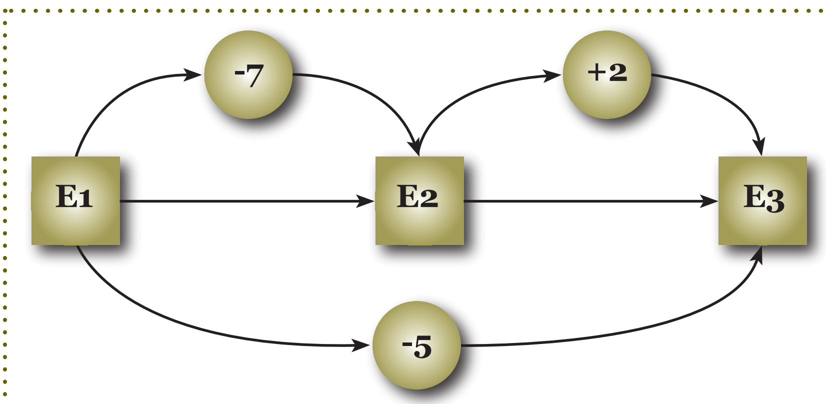
Ya instaladas en que Eric no fuera un niño "tramposo" desecharon también el resultado "3 canicas", que surge de haber empezado con 8, porque "¿cómo es que Eric iba a jugarse 2 canicas (en el segundo partido), si nada más tenía una al empezarlo?" Así que ajustaron el dato "faltante": "Eric empezó a jugar con 9 canicas, perdió 7 en el primer partido y con las 2 que tenía 'apostó' 2, ganó y se quedó con 4 canicas al terminar los dos partidos".

Antes de dar la respuesta, sin suponer lo que Eric tenía al empezar a jugar, conviene reflexionar sobre la cantidad de razonamientos y justificaciones que originó el problema. Recordemos que los números involucrados son pequeños, el 7 y el 2. De eso se trata, de poner a los sujetos en situación de razonar sobre las relaciones que guardan los datos en el contexto de un problema; desde luego, el problema que tantas discusiones ocasionara, no se puede proponer a los niños de preescolar, sino a sus maestras, ¡las educadoras!

La dificultad de establecer la relación semántica entre los datos del problema de Eric, radica en que ambos datos son **transformaciones** y el resultado es otra **transformación** que se puede expresar en términos de una **relación**.

A fin de explicar lo dicho respecto a los datos, se propone el esquema[16] en el que se muestran gráficamente las relaciones que subyacen en el problema. En el esquema, E1, E2 y E3 representan los estados de la situación:

E1: estado inicial (dato faltante, a decir de las educadoras).
E2: estado intermedio (resultado al término del primer partido).
E3: estado final (resultado al término del segundo partido).



Los datos 7 y 2 son transformaciones porque modifican la cantidad de canicas de Eric: perder 7 es una transformación negativa y ganar 2 es

16 El problema pertenece a la cuarta categoría de problemas aditivos, según la clasificación de Vergnaud (*El niño, las matemáticas y la realidad*, México, Trillas, 1985).

una transformación positiva. Ambas se expresan con números con signo (-7) y (+2), respectivamente. Perder 7 y ganar 2 es equivalente a perder 5 canicas; es decir, Eric perdió finalmente 5 canicas; la respuesta en términos de transformación modifica la cantidad de canicas que tenía Eric al inicio del juego. O bien, al terminar de jugar los dos partidos Eric se quedó con 5 canicas menos que las que tenía al empezar, respuesta en términos de relación.

Observemos que la respuesta es independiente de lo que tenía Eric al empezar a jugar, el famoso "dato faltante" no es tal, porque no es necesario conocerlo para resolver el problema. La respuesta **"Eric perdió 5 canicas"** de las que tenía al empezar es válida para cualquier valor que supongamos sobre la cantidad de canicas con las que Eric empezó a jugar.

Por esto, cuando las educadoras dicen que Eric se quedó con "3 canicas", parten de que inició con 8: si empezó con 8 y se quedó con 3, **perdió 5**. Ahora bien, si tomamos la respuesta "Eric se quedó con 4 canicas", es que empezó con 9, si empezó con 9 y se quedó con 4, **perdió 5**. Lo mismo sucede si decimos que Eric se quedó con 5 canicas, entonces empezó con 10 y **perdió 5**. De hecho, las educadoras al suponer el dato inicial resolvieron casos particulares del problema planteado.

3. La numerosidad de las colecciones

A veces lo niños no pueden resolver un problema porque no tienen a mano la numerosidad de las colecciones; es decir, no se sienten seguros de poder realizar el conteo para construir una colección que tenga la cantidad indicada porque no tienen una imagen mental de ésta. Supongamos lo siguiente:

> En *Babilianda*, los *biabiatenses* cuando cuentan van diciendo: *ba, be, bi, bam, (...) bembe, bembi, (...) cam, camba...*

Con esta información respondan el siguiente problema:

Samuel se comió *bam* chocolates de los *cambambe* que tenía. ¿Cuántos chocolates le quedan a Samuel?

Una manera de proceder es poner *cambambe* objetos, y de éstos contar *bam*, quitarlos y contar la colección resultante. Seguramente ustedes ya habrán averiguado que *bam* es lo mismo que decir 4, pero saben, ¿cuánto es *cambambe*?, es decir, ¿pueden construir una colección que tenga *cambambe* objetos?, ¿saben contar (como lo harían los *biabiatenses*) hasta el *cambambe*?, ¿tienen alguna idea mental de cuánto se tardarían en hacer una colección de *cambambe* fichas, contando de *ba* en *ba*?

Las dificultades que tienen con la serie numérica oral de los *biabiatenses* la tienen los niños cuando están aprendiendo los primeros números, conocen el inicio de la serie y algunos números "salteados": 1, 2, 3, 4, 5, 6... 16, 18... 50, 30, 33, 500…

En función del dominio de los números, de su correspondencia con las colecciones (numerosidad) y el conteo, para algunos niños puede ser imposible (en un momento del proceso de aprendizaje) resolver el problema de Samuel y en cambio sí resolver el problema de Sergio que se proponen a continuación:

Samuel se comió 3 chocolates de los 9 que tenía. ¿Cuántos chocolates le quedan a Samuel?

Sergio se comió 3 chocolates de los 5 que tenía. ¿Cuántos chocolates le quedan a Sergio?

Ambos problemas tienen la misma estructura, sólo se diferencian en las cantidades involucradas. Para algunos niños el **nueve** puede ser todavía un misterio, por tanto, es necesario que amplíen su conocimiento sobre la serie y el conteo para tener herramientas que le permitan solucionarlo. Sin embargo, el **cinco** puede ser ya de su dominio y entonces estarán en posibilidad de resolver el problema.

En una ocasión, trabajando con niños, se metieron en el lío de contar una colección "grande"; en este caso es útil comentar sus respuestas: varios dijeron "son muchos", para otro niño eran "como un millón", a lo que un tercero dijo: "sí, son como ¡80!" Realmente, entre un millón u 80, ¿cuál es la diferencia?... ¡son muchos!

Ante esta situación, es muy importante que la educadora observe y comprenda los razonamientos de sus alumnos, como cuáles son los conocimientos que tienen y cuáles todavía no. Cuando están en el proceso de aprendizaje de los primeros números son muy sensibles a su magnitud **en función del contexto en el que aparecen**. Quizá los niños puedan contar una colección de nueve o más elementos y sin embargo no sentirse seguros manejando el 9 cuando aparece en problemas como el de Samuel.

Ahora bien, si resuelven el problema de Sergio, esto no garantiza que puedan solucionar el problema de Samuel. O bien, supongamos que la educadora propone el problema de Samuel y algunos niños no pueden resolverlo, concluir que ese tipo de problemas *es difícil*, no es del todo cierto.

Lo que la educadora debería hacer es proponerles el problema de Sergio y el de Samuel; si pueden solucionar el primero pero no el segundo sabrá que una posible dificultad puede ser la magnitud de los números involucrados y no la estructura del problema.

Ésta es una, entre otras razones, por las que se establece que el Programa de Educación Preescolar 2004 es un programa para el **ciclo de preescolar**. Los contenidos no están repartidos y no deben disgregarse en años escolares. Se espera que los niños trabajen cada año con todos los contenidos propuestos; lo que cambia en cada grado es la complejidad de las situaciones desde una perspectiva de profundización y enriquecimiento. Dicha complejidad puede provenir del rango numérico involucrado, o bien, de la estructura de los problemas, como puede apreciarse en el siguiente apartado.

4. La construcción de un nuevo conocimiento

En una investigación de ingeniería didáctica realizada con niños de tercero de preescolar,[17] se les planteó el siguiente problema, ya enunciado en párrafos anteriores:

> "Santiago tiene 2 dulces pero quiere tener 7. ¿Cuántos dulces le faltan a Santiago para tener 7?"

Entre las condiciones en las que se encontraban los niños participantes, cabe destacar la información de la educadora que los atendía, quien dijo que sus alumnos realizaban sistemáticamente "cálculos con sus dedos"; se mostró orgullosa de permitir que lo hicieran e incluso lo propiciaba. Efectivamente, frente al problema de Santiago los niños utilizaron sus dedos para intentar resolverlo, aunque se observaron serias dificultades para coordinar los deditos que querían "contar". La actividad de resolver cuánto es 2 y 3, 4 y 1, 3 y 3, etcétera, utilizando los dedos, es diferente a intentar resolver una situación de cálculo cuando **lo que se tiene en la cabeza son números que deben relacionarse en el contexto de un problema**. Es decir, **realizar con los dedos las acciones sugeridas** por la relación semántica entre los datos de un problema, en muchas ocasiones es imposible.

La sobrevaloración conferida por la educadora (titular del grupo experimental) al recurso de los dedos para realizar cálculos en esta situación se manifestó como un **obstáculo didáctico** (propiciado por la enseñanza);[18] por ello, no es recomendable que las educadoras den prioridad a recursos de cálculo como, por ejemplo, sugerir que el cálculo se lleve a cabo **siempre** con palitos, dibujitos, deditos, u objetos, ésta es una de-

17 Irma Fuenlabrada (2006), "¿Cómo hacer para que los niños del preescolar vayan más allá del 1, 2, 3?", Presentación en el foro "Educación temprana", realizado en Cádiz, España, México, DIE, Cinvestav.

18 Guy Brousseau (1986), "Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas", en E. Sánchez y G. Zubileta (comps.), *Lecturas en didáctica de las matemáticas. Escuela francesa*, México, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav, pp. 1-65.

cisión que tomarán los niños con base en sus necesidades para resolver situaciones de cuantificación, en todo caso es conveniente que la educadora les sugiera todas las posibilidades simultáneamente.

Ante la situación observada en el problema de Santiago se sugirió a los niños que utilizaran unas fichas que había sobre la mesa, dibujos o lo que ellos consideraran conveniente. Todos los niños tomaron dos fichas y agregaron otras, algunos al ir añadiéndolas empezaron a contar. A la pregunta, "¿cuántos dulces le faltan a Santiago para tener 7?" La respuesta fue **¡siete!** Nuevamente se les planteó la situación completa y su respuesta fue **¡dos!** Si bien, completaban fichas hasta llegar al 7, no eran capaces de anticipar que éstas no debían revolverlas con las dos que ya tenían, para así poder contar las fichas agregadas y saber que a Santiago le faltan 5 dulces; entonces, se les planteó un nuevo problema, reduciendo el rango numérico:

> Santiago tiene 2 dulces pero quiere tener 4. ¿Cuántos dulces le faltan a Santiago para tener 4?

En este caso, la respuesta fue inmediata (no precisaron de usar los dedos ni las fichas): **¡dos!** Se siguió explorando su posibilidad de respuesta, con otras situaciones equivalentes:

> "Santiago tiene 1 dulce pero quiere tener 4. ¿Cuántos dulces le faltan a Santiago para tener 4?" "*Tres*"
>
> "Santiago tiene 2 dulces pero quiere tener 5. ¿Cuántos dulces le faltan a Santiago para tener 5?" "*Tres*"

Que los niños pudieran contestar correctamente en el rango numérico menor o igual a 5, sin utilizar el conteo, era un indicador de que habían descubierto y controlaban las relaciones aditivas de esos primeros números, de que ya eran capaces de "mirar" el 4 como 2 y 2, 1 y 3, y al

5 como 2 y 3, por ejemplo; sin embargo, desconocían que el 7 podía ser 2 y 5.

4.1. Las relaciones aditivas de los primeros números

Se dejó por el momento el problema de Santiago de 2 y 7 dulces y se les plantearon actividades que propiciaran una ampliación de su conocimiento sobre las **relaciones aditivas de los primeros números**, postulando que de contar con un mayor dominio de esas relaciones estarían en mejores condiciones para resolver el problema de Santiago con números mayores a 5.

El recurso fue trabajar con las fichas del dominó;[19] se les pidió a los niños que tomaran todas las fichas que tuvieran cuatro puntos, a fin de averiguar si también eran capaces de reconocer las relaciones aditivas del 4 en este nuevo contexto. No, no las reconocieron. Desordenadamente tomaron la fichas: 0/4, 1/4, 2/4; 3/4: 5/4 y 6/4, pero a nadie se le ocurrió tomar las fichas 1/3 y 2/2, que son otras posibilidades de "tomar fichas con cuatro puntos", en donde subyacen expresiones de las relaciones aditivas del 4.[20]

Se les pidió entonces que ordenaran las fichas del 4, para que empezaran a reflexionar sobre el comportamiento de los números involucrados; lo hicieron como se muestra en la imagen 7. Hubo quienes ignoraron la ficha 4/4, y al pedirles explicaran la manera como habían ordenado las fichas repasaron la serie 1, 2, 3, 4, 5 y 6, que aparece en la parte superior de las fichas y les desconcertó la 4/0 cuando se fijaron en la parte inferior de éstas. Notaron que les había sobrado la ficha 4/4 y decidieron incorporarla a las que tenían ordenadas (imagen 8), ahora la ficha "fuera de orden" es la 4/0.

19 Se trabajó con el dominó clásico (hasta la "mula" del 6).

20 La ficha 0/4 es una relación aditiva del 4, pero los niños no la consideraron.

IMAGEN 7

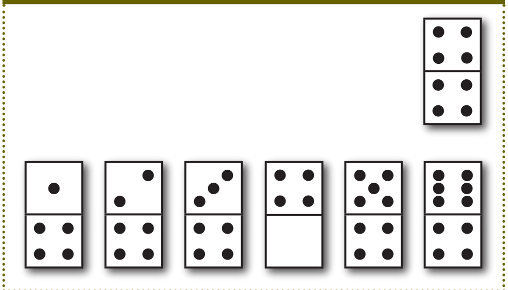
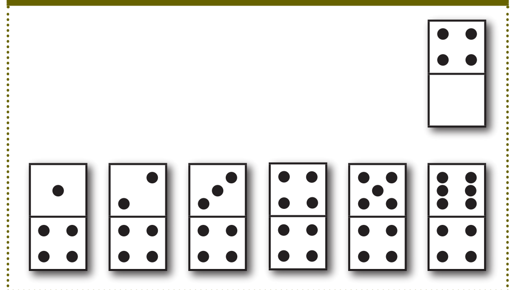


IMAGEN 8



Al preguntarles, "¿en qué lugar va esa ficha (se señala la 4/0)?", "¿en dónde pueden colocarla?, decidieron acomodarla en el extremo derecho (imagen 9). No les convenció y finalmente la colocaron en el extremo izquierdo (imagen 10).

IMAGEN 9

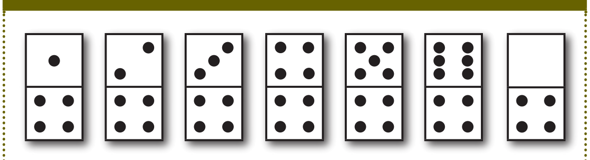
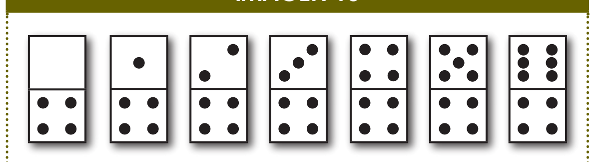


IMAGEN 10



Como no habían seleccionado las fichas 1/3 y 2/2 como representantes del 4, se les solicitó que de todas las fichas del dominó buscaran ahora "los 8", con la pretensión de que se fijaran en las dos partes de las fichas del dominó, porque, ¡el 8 no existe en un solo lado!

No obstante que en varias ocasiones habían trabajado con el dominó, supusieron que en las fichas donde hay seis puntos en alguna parte de éstas, 6/0, 6/1, 6/2, etcétera, ¡quizá pudiera haber ocho puntos en lugar de 6!

Tomaron varias fichas de este tipo, contaban los puntos, sólo para llegar a darse cuenta que se trataba del 6 y no del 8; entonces, tomaron una que tuviera cinco puntos en una de sus partes (imagen 11) y hasta ese momento empezaron a mirar todos los puntos de la ficha para encontrar cuáles tenían ocho puntos (imagen 12). Así aparecieron las relaciones aditivas posibles del 8 en las fichas del dominó: el 6/2, 5/3 y 4/4. En todas las ocasiones se pidió explicaran por qué la ficha elegida tenía ocho puntos, y empezaron a dar explicaciones como: "es que 6 y 2 son 8", "con los 5 de aquí y los 3 de acá son 8".

Se continuó trabajando con otros números, el 9, el 10, y se regresó al 4 y al 5 para verificar si los niños consideraban las dos partes de las fichas de dominó para "mirar" el número solicitado.

IMAGEN 11

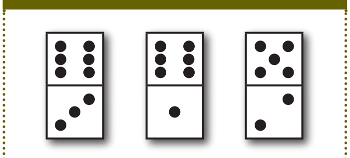
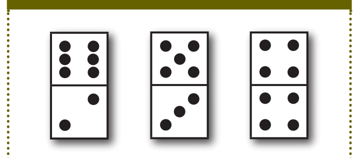


IMAGEN 12



Nuevamente se planteó el problema de Santiago que, recordemos, no habían podido resolver, así como otros equivalentes, para verificar si el nuevo conocimiento de las **relaciones aditivas** de los primeros 10 números empezaba a instalarse como un recurso de solución, y así fue.

La importancia de que los niños dominen las relaciones aditivas de los primeros números, no sólo está en que posibilita la resolución de problemas de cierto tipo, sino también porque favorece la competencia de cálculo de los pequeños. El conocimiento de las relaciones aditivas mostrará sus bondades cuando los niños se enfrenten en la escuela primaria al cálculo con números más grandes.

También conviene precisar que el empleo de las fichas de dominó como recurso no muestra totalmente las relaciones aditivas. Actividades como ¿cuántos objetos se quedaron en la bolsa?[21] profundizan de manera importante el dominio de las relaciones aditivas. Esta actividad consiste en meter en una bolsa de papel, a la vista de todos los niños, 10 objetos.[22] Un niño pasa y saca algunos y le dice al resto del grupo cuántos sacó.

Los niños tienen que averiguar cuántos quedaron en la bolsa. De manera espontánea, si por ejemplo se dice que se sacaron 3, los niños empiezan a contar utilizando sus dedos: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (conteo ascendente a partir de cualquier número distinto de 1); miran los dedos que utilizaron y los vuelven a contar (sobreconteo) o reconocen cuántos son, para decir que son 7 los objetos en la bolsa. Este resultado debe verificarse sacando y contando los objetos que hay en la bolsa. Al jugar varias veces, los niños van adquiriendo las relaciones aditivas de los números menores a 10.

Hay muchas maneras interesantes de trabajar con las relaciones aditivas, la única no recomendable es pedir a los niños que "se aprendan para mañana las tablas de sumar", o "ejercitarlos sobre la escritura de expresiones sencillas de suma (2 + 3 = 5)"; en su lugar hay que proponer actividades como las descritas (dominó, objetos en la bolsa) para que de manera natural se vean en la necesidad de recapacitar sobre las relaciones aditivas y su interés por responder rápidamente. Propicie que las vayan aprendiendo.

21 Actividad tomada de Irma Fuenlabrada *et al.* (2008), *¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático? Fichero de actividades para el preescolar,* México, Irma Fuenlabrada Editora.

22 Si los niños son muy pequeños y su dominio de los primeros números no llega al 10, en la bolsa se mete una cantidad menor, por ejemplo, seis u ocho objetos.

5. El dominio del conteo y su alternancia con los problemas

Pedir que los niños cuenten pequeñas colecciones, por ejemplo, es una actividad útil e interesante cuando los niños no dominan bien el inicio de la serie numérica oral. En función del núcleo social de origen, algunos niños ingresan a preescolar sin ese conocimiento y muchos que lo tienen no necesariamente saben contar. **Para poder empezar el proceso de conteo es ineludible conocer "de memoria" la serie oral de los primeros números**, por lo que, independientemente del conocimiento de los niños al ingresar a preescolar, la educadora tiene que hacerse cargo de la memorización de la serie y de su uso en situaciones de conteo. En un principio se trata de hacer corresponder el nombre de los números (según aparecen en la serie) con un solo objeto de la colección que se desea cuantificar.

Una actividad lúdica, entre otras que favorecen este aprendizaje, es organizar a los niños en equipos, poner al centro de las mesas objetos pequeños y dar un bote a cada uno. La educadora también tiene un bote y objetos; dice a los niños que cada quien va a meter seis objetos en su bote,[23] y que se trata de un juego entre equipos. Se hace una tabla de doble entrada en el pizarrón con el nombre de los equipos para anotar los aciertos.

La actividad consiste en que la educadora suelta cada vez y de manera pausada un objeto en el bote y en voz alta lo cuenta; simultáneamente los niños hacen lo mismo. Todos deben ir a la par: 1 (tac), 2 (tac), 3 (tac)... si el golpeteo de los objetos al caer en el bote o la mención del número correspondiente no se escucha al unísono, todos vacían su bote y se vuelve a empezar.

A veces la educadora intercala pausas (al ir mencionado la serie y realizando el conteo) para favorecer la atención de los niños. Si logran

23 Dependiendo del dominio de los niños, el rango numérico se aumenta.

llegar al 6 coordinadamente, la educadora elige un miembro de cada equipo para que pase al frente a contar los objetos de su bote; el grupo puede o no acompañar el conteo, según lo decida la educadora. Si hay seis objetos en el bote, el equipo gana un punto. La educadora aprovecha estos momentos de verificación para pasar al frente a los niños que observe tienen todavía dificultades con la serie o con el conteo.

Se tiene la seguridad de que las educadoras han desarrollado muchos recursos para que sus alumnos aprendan a contar; la razón por la que se ha descrito una actividad de conteo es para reflexionar acerca de la pertinencia de este tipo de actividades y comprender por qué es importante realizarlas con los niños pequeños.

Para empezar a resolver problemas, en primer lugar los niños necesitan tener una herramienta de solución (al menos el conteo de **los primeros seis números**), pero no es cierto que empezar a plantear problemas deba postergarse hasta que los niños **dominen el conteo de colecciones mayores a seis**. Se trata de una alternancia entre actividades de conteo y resolución de problemas; la alternancia enriquece ambos procesos.

En segundo, siendo las actividades de conteo dominantes en las ideas que las educadoras tienen acerca de la enseñanza de los números pueden creer que la resolución de problemas debe, como ya se ha mencionado, realizarse hasta el **tercer grado de preescolar**; esto es incorrecto.

Los niños tienen que interactuar con las distintas funciones, usos y significados de los números, y éstos aparecen en los problemas. Ya hemos analizado que el 4, por ejemplo, puede aparecer en el contexto de un problema como medida (tiene 4 cochecitos), como transformación (perdió 4 cochecitos) o como relación (tiene 4 cochecitos más que); aunado a lo anterior, puede ser que para resolver el problema sea necesario reconocer al 4 no sólo como: 1, 1, 1, 1, sino también como 1 y 3, 2 y 2, o bien, como 6 disminuido en 2.

En tercer lugar, cuando los niños dominan el conteo de los primeros 15 o 20 números, si la educadora insiste en proponerles el conteo de colecciones *para afianzar*, *para repasar*, entonces el conteo **se transforma en**

una situación mecánica, en la que la actividad de los niños se vuelve ejecutiva: cuentan colecciones porque se les solicita que lo hagan, pero tienen escasas posibilidades de reconocer las diversas situaciones en las que es útil usar los números y el conteo, más allá de satisfacer la demanda de su maestra. Es decir, la educadora no puede perder de vista que las pretensiones del PEP 2004 van más allá de que los niños aprendan a contar y a representar la cardinalidad de las colecciones.

Problematizar una situación implica plantear una pregunta, retar intelectualmente a los niños. Lo que sistemáticamente se debe averiguar es **cómo utilizan los niños su conocimiento y su experiencia para resolver situaciones**; por ello, son los niños quienes deben decidir lo que les conviene hacer.

Una condición que es importante considerar es que la pregunta que plantea la situación, **no rebase las posibilidades cognitivas de los alumnos**. Veamos el siguiente problema:

> "María tiene 2 peras y 3 manzanas. ¿Cuántas frutas tiene María?"

Aunque el problema nos parezca simple, si los niños no dominan el conteo de los primeros seis números, no tendrán a mano ninguna manera de resolverlo; como el problema se sale de su control, no se involucran en la búsqueda de solución y por tanto no se comprometen con el aprendizaje.

Si los niños contestaran rápidamente, **¡cinco!**, lo que están diciendo es que el problema de María no retó su conocimiento: siendo éste el caso, la educadora tendría que replantear el problema (María tiene 6 peras y 7 manzanas) y observar si para resolverlo echan a andar algún recurso de cálculo, como sería, por ejemplo, poner 6 rayitas, luego 7 para contar después el total y encontrar al 13 como respuesta.

No sobra hacer la siguiente observación: supongamos que los niños saben contar (al menos hasta el 6) y la educadora sabe bien que no es lo mismo contar que resolver un problema; entonces decide ayudarles un "poco", total, ¿qué tanto es tantito?:

A ver, ¿cuántas peras tiene María? ¡Doooos! Pongan dos fichitas, ¿ya todos las pusieron? ¡Sííííí! ¡Muy bien! Ahora díganme, ¿cuántas manzanas tiene María? ¡Treees! ¡Eso es, muy bien, ahora pongan tres fichitas! Si juntamos todas la fichitas, tenemos todas las frutas de María, porque pusimos las dos peras y las tres manzanas, ¿verdad? A ver, cuéntenlas, vamos a ver quién las puede contar, ¿cuántas son? ¡Ciiiinco! ¿Todos estamos de acuerdo? Escriban el 5, a ver si lo pueden escribir.

Las educadoras que así proceden tienen que percatarse que **son ellas las que resuelven los problemas**, las que deciden qué hacer con los datos y cómo resolver el cálculo (con los dedos, fichitas, dibujos); mientras que el trabajo intelectual de los niños, en el mejor de los casos, es contar hasta el 2, hasta el 3 y luego hasta el 5. **Establecer la relación semántica entre los datos fue realizada por la educadora, no fue una acción producida por el razonamiento de los niños**.

Quizá algunas educadoras se ubiquen “enseñando a solucionar problemas” como se ha relatado, y en descargo de su actuación digan: “Yo lo hago así pero después pongo otros problemas y los niños los resuelven solos”. Aceptemos la defensa, sin conceder, ¿cuáles son los otros problemas que resuelven los niños solitos?, ¿ahora ya no es María sino Jazmín?, ya no son peras y manzanas sino, ¿muñequitos y muñequitas?; después, ¿aparece Pedrito con cochecitos y camiones?

Si son estos los problemas que los niños *resuelven solos*, la educadora está propiciando **un proceso de resolución mecánica**, porque sus alumnos están interactuando cada vez solamente con **un tipo de problema**: ponen los muñequitos y las muñequitas, juntan y cuentan la nueva colección; ponen los cochecitos y los camiones, juntan y cuentan. La oportunidad para los niños de pensar sobre la relación semántica entre los datos de un problema, en esta manera de proceder en la enseñanza, nunca está presente, ni cuando la educadora explica la manera de resolver ni cuando “ellos solos” resuelven problemas que la educadora “ha explicado” inmediatamente antes.

A manera de conclusión

Debe tenerse presente que una enseñanza que plantea propiciar el razonamiento en los niños como parte de su proceso de aprendizaje, como se propone en el PEP 2004, considera a **la resolución de problemas** como recurso didáctico **para adquirir conocimiento**; esto significa que los problemas se plantean no sólo para "aplicar" un conocimiento al que los niños han accedido por otros medios –ejercicios de conteo y representación de los números, memorización de éstos, planas–, sino como un espacio de aprendizaje.

Las educadoras que suponen que primero los niños "deben" aprender los números para después plantearles problemas *tipo* para que vean "en dónde se utilizan" los números, no están actuando en apego al enfoque pedagógico, centrado en el desarrollo de competencias ni a las orientaciones para el trabajo docente planteadas en el programa de educación preescolar.

Para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático de los niños de preescolar a través de la resolución de problemas y, consecuentemente, favorecer el desarrollo de las competencias, –y no sólo de la "resolución mecánica de problemas", o de "los números, su representación y el conteo"– es necesario que los alumnos enfrenten un problema que los lleve a juntar colecciones, en la siguiente oportunidad una situación en la que es conveniente separar una colección de otra, posteriormente interactúen con la comparación, igualación o distribución de colecciones para volver a encontrarse con un problema en el que deban juntar las colecciones.

El asunto es que los niños cada vez se vean en la necesidad **de razonar sobre los números en función del contexto en el que están apareciendo y tengan que actuar en consecuencia**. Si lo que pretendemos es desarrollar competencias, la más importante, en mi opinión, es *la actitud frente a lo desconocido*. Ante esto –ya lo he anticipado– hay dos repuestas posibles: el niño espera le digan qué hacer, o se pone a pensar cómo resolverlo. Que suceda una o la otra **es consecuencia de lo que la educadora realice en el salón de clases**.

Plantear problemas que propicien **la aparición de diversas acciones sobre las colecciones** (juntar, separar, completar, igualar, distribuir, etcétera) hace ineludible que **la educadora comprenda** cómo pueden aparecer los números en el contexto de un problema: como medida (tiene 3 canicas), como transformación (perdió 3 canicas) o como relación (tiene 3 canicas menos que) y con base en este conocimiento diseñe diferentes problemas, anticipando las posibles maneras como sus alumnos van a trabajar con los números involucrados para verificar después en las experiencias del aula la certeza o no de sus anticipaciones; luego con base en ello, intente encontrar explicaciones no sólo sobre cómo responden los niños, sino fundamentalmente sobre lo que ella hizo para que respondieran de esa manera.

El PEP 2004 plantea la importancia **de las estrategias espontáneas de resolución** como un recurso didáctico **para favorecer el trabajo sobre la relación semántica** entre los datos de un problema. **Los conocimientos cambian, pero siempre subyace el pensamiento lógico matemático en la resolución de problemas**.

Para entretejer de diferente manera lo dicho en el párrafo precedente, regresemos al problema de los archiveros. Para resolverlo es necesario: *a)* establecer la relación semántica entre los datos del problema (razonar sobre los datos), lo que significa poder controlar el número de archiveros, la cantidad de cajones que tiene cada uno, la cantidad total de cajones disponibles, y *b)* haber accedido **al menos a uno** de los conocimientos matemáticos necesarios para solucionar el problema, que en el caso que nos ocupa son los primeros números y el conteo, los números y sus operaciones (aritmética) y los sistemas de ecuaciones (álgebra).

Los distintos conocimientos que aparecen cuando el sujeto resuelve son un indicador de lo que sabe, pero sobre todo si lo ha aprendido de manera significativa. En este sentido, cabe advertir que las educadoras no resuelven el problema de los archiveros con recursos algebraicos (al menos en todas las ocasiones en que he explorado esta situación). Una explicación posible (aunque dudosa) es que hayan considerado que usar los sistemas de ecuaciones "es un recurso demasiado complejo cuando el problema se puede resolver con la aritmética"; o bien (y esto es más posible), el conocimiento algebraico que debieron haber aprendido en su paso por la secundaria no les resultó significativo; esto es, les sirvió para acreditar el curso de álgebra, pero no se instaló como una herramienta para resolver problemas, como conocimiento susceptible de **manifestarse** en su **desempeño** en **situaciones** y **contextos diversos**.

Entonces, lo que queremos de los niños de preescolar (y de todos los que cursan la educación básica) es que el conocimiento que adquieran les sea **significativo**; lo cual quiere decir que en una situación donde tenga sentido usar ese conocimiento lo recuerden y lo empleen para resolver, que es equivalente a lograr el tan anhelado desarrollo de competencias.

De poco sirve que los niños sepan contar, reconocer y escribir números si frente a los problemas que implican aplicar como recurso los principios del conteo, no deciden hacerlo porque sus maestras de preescolar no les dieron oportunidad (en el proceso de aprendizaje, consecuencia de la enseñanza) de comprender para qué sirven los números.

Desarrollar competencias sobre lo numérico es poder utilizar el conocimiento eficiente y eficazmente en situaciones diversas en las que ese conocimiento esté inmerso. Para la educación preescolar el conocimiento sobre lo numérico se circunscribe a que los niños utilicen los números en situaciones variadas que impliquen poner en juego los principios del conteo. ¿Cuáles son estas situaciones? Las que les sean familiares y les impliquen agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.

¿Hasta el 100?... ¡No!
¿Y las cuentas?... ¡Tampoco!
Entonces... ¿Qué?
se imprimió por encargo de la
Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de

con domicilio en

el mes de agosto de 2009.
El tiraje fue de 125 000 ejemplares más sobrantes de reposición