

educación hoy  
estudios

La idea rectora de *Doce formas básicas de enseñar* es práctica: transmitir a quienes se inician en la profesión docente algunos principios fundamentales de la enseñanza. Las investigaciones que se presentan han estado avaladas por el ejercicio diario durante años.

Pero la formación del profesorado no consiste sólo en ofrecer unas cuantas reglas para dar clase; hay que conocer los complejos procesos psicológicos que se producen en el alumno -y entre alumno y profesor- en la hora de clase, para lograr en esa acción conjunta el *aprendizaje*. El autor desconfía de la contraposición entre la teoría y la práctica en didáctica. Sólo una mala teoría se contraponen a una buena práctica y sólo una práctica mediocre y unilateral se opone a una teoría bien fundamentada.

Los capítulos se articulan en una parte psicológica y otra didáctica, consiguiendo así mostrar las conexiones entre los procesos que se desarrollan en la enseñanza.

El apoyo en la psicología de **Jean Piaget** y su empeño de partir de la **experiencia** de la vida diaria hacen del sistema del profesor Aebli una fuente de fundamentación teórica y reflexión, a la vez que una ayuda imprescindible para los diversos niveles educativos, desde el primario hasta el universitario, dado que, aunque varíen los contenidos, los procesos de aprendizaje son los mismos en todos ellos.

*Narrar y referir, mirar, contemplar y observar, leer con los alumnos, escribir y redactar, elaborar un curso de acción, construir una operación, formar un concepto, construcción, solucionadora de problemas, elaborar, ejercitarse y repetir, aplicar* son las doce formas básicas que constituyen esta original didáctica.

**Hans Aebli**, comenzó sus estudios y su vida docente en Zurich. Fue alumno de Jean Piaget en Ginebra, donde realizó su tesis sobre Didáctica Psicológica. Posteriormente se formó en la psicología americana del aprendizaje y del desarrollo en la Universidad de Minnesota. Trabajó muchos años en formación y perfeccionamiento de profesores. Desempeñó su labor en la Universidad francesa del Saar, como psicólogo y pedagogo, en la Universidad de Berlín Libre y en la de Constanza, entre cuyos fundadores se cuenta; desde 1971 impartió la cátedra de Psicología Pedagógica en la Universidad de Berna. Fue presidente de la Comisión de Investigación de la Academia Suiza de Letras y miembro del consejo del Instituto Max Planck para Investigación Psicológica, en Munich.

# 12 FORMAS BÁSICAS DE ENSEÑAR UNA DIDÁCTICA BASADA EN LA PSICOLOGÍA

HANS AEBLI



12 formas básicas  
de enseñar

HANS  
AEBLI



ISBN 84-277-1128-X



9 788427 711280

 narcea, s.a. de ediciones

## ÍNDICE

|  |    |
|--|----|
| PRÓLOGO A LA EDICIÓN ESPAÑOLA.....   | 13 |
| INTRODUCCIÓN.....  | 15 |
| 1. <i>El sistema de las doce formas básicas y las tres dimensiones de la competencia didáctica</i> .....   | 21 |
| Desarrollar el pensamiento didáctico y la praxis didáctica a partir de la experiencia cotidiana.....   | 21 |
| Cómo se puede utilizar este libro.....   | 23 |
| Las tres dimensiones de enseñar y aprender.....  | 24 |
| Tres dimensiones de la competencia didáctica.....  | 27 |
| Medios.—Contenido.—Funciones.  |    |
| PRIMERA PARTE ENSEÑAR POR CINCO MEDIOS   |    |
| 2. <i>Forma básica 1: Narrar y referir</i> .....   | 35 |
| Parte psicológica. Comunicación verbal.....  | 36 |
| Contenidos significativos en el narrador: qué es lo que intenta decir.—Los significados y sus signos: encontrar las palabras.—Procesos en el oyente: del signo verbal al significado.—Resumen: esquema de la comunicación verbal.  |    |
| Parte didáctica. Didáctica de la narración y la disertación.....   | 47 |
| Adaptación a la mentalidad del alumno y de la clase.—El contacto con la clase.—Colaboración de la clase en la narración.—Los límites de la adaptación de la idiosincrasia infantil.—Recitado libre, recitado de memoria y lectura oral.—Preparación de narraciones y conferencias. |    |
| 3. <i>Forma básica 2: Mostrar</i> .....  | 61 |
| Parte psicológica. Psicología del aprendizaje por observación.....   | 63 |
| Observar como imitación interior.—Aprender a partir del resultado de actos observados.—Modelos eficaces e ineficaces.  |    |
| Parte didáctica. Mostrar e imitar.....   | 67 |
| Reglas de la demostración.—Reglas del ejercicio imitativo.   |    |

*Todos los derechos reservados. No está permitida la reproducción total ni parcial de este libro, ni la recopilación en un sistema informático, ni la transmisión por medios electrónicos, mecánicos, por fotocopias, por registro o por otros métodos, salvo breves extractos a efectos de reseña, sin la autorización previa y por escrito del propietario del copyright.*

©NARCEA, S. A. DE EDICIONES, 2000  
 Dr. Federico Rubio y Galí, 9, 28039 Madrid  
 narcea@informet.es   www.narceaediciones.es  
 © by Ernst Klett Verlag GmbH u. Co. KG 1985. Stuttgart  
 Título original: Hans Aebli: *Zwölf Grundformen des Lehrens*  
 Traducción de: Alfredo Guerra Miralles  
 ISBN: 84-277-1128-X  
 D.L.: M-780-2000  
 Impreso en España. Printed in Spain  
 Imprime PEÑALARA, 28940 Fuentlabrada (Madrid)

- Parte didáctica. Hacer, comprender, interiorizar, automatizar. ....  
Preparación de la lección; construir la operación; elaborar la operación, interiorizar la operación.—Aprender de memoria y automatizar.
9. *Forma básica 8: Formar un concepto*..... 212  
Parte psicológica. Psicología de la formación de conceptos. .... 213  
Obtención de conceptos (*concepto attainment*).—Estructura interna de un concepto.—El proceso de formación de conceptos.  
Parte didáctica. Formar, elaborar y aplicar conceptos. .... 226  
Los conceptos como redes de interconexiones de cosas.—Construir el contenido del concepto.—Elaborar el concepto.—Aplicar el concepto.

TERCERA PARTE: CUATRO FUNCIONES EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE

10. *Forma básica 9: Construcción solucionadora de problemas*..... 239  
Parte psicológica. ¿Qué es y a qué da lugar la solución de problemas? .. 240  
Problemas de lagunas.—Problemas de interpolación y configuración.—Procesos psicológicos en la solución de problemas de lagunas.—Reestructuración y extracción de ideas relativas a la solución del problema a partir del repertorio de experiencias y saberes.—Problemas de contradicción.—Problemas de complicación innecesaria.—Motivación del aprendizaje mediante consciencia de los problemas.  
Parte didáctica. Enseñanza que soluciona problemas, que interroga y desarrolla..... 255  
Elaborar una materia solucionando problemas.—El principio de la ayuda mínima.—Reglas prácticas para llevar el diálogo con la clase.—Solución de problemas realizada independientemente por los alumnos.—Reglas heurísticas.—¿Y la creatividad?

11. *Forma básica 10: Elaborar*..... 267  
Parte psicológica. Un modo flexible de pensar y actuar. .... 268  
Movilidad en la comprensión y la actuación.—Movilidad en la comprensión de cambios.—Movilidad dentro de sistemas espaciales.—Movilidad dentro de sistemas conceptuales.—Movilidad en el modo de actuar y operar.

- Parte didáctica. Elaboración de planes de acción, operaciones y sistemas conceptuales. .... 274  
Planes de acción, operaciones y conceptos flexibles.—La elaboración dentro del marco de narrar, mostrar, contemplar y leer.

12. *Forma básica 11: Ejercitar y repetir*..... 280  
Parte psicológica. Consolidación y automatización (leyes del aprendizaje elemental)..... 282  
Las repeticiones distribuidas son más eficaces que las repeticiones acumuladas.—El método T es más eficaz que el método P.—El rendimiento depende de la motivación.—Motivación intrínseca y extrínseca.—D. F. Bollnow: placer del dominio completo en el ejercicio.—El éxito espolea, el fracaso paraliza.—Acción del efecto

4. *Forma básica 3: Contemplar y observar*..... 74  
Parte psicológica. Captar los fenómenos del mundo ..... 74  
El contacto sensorial como condición necesaria, pero no suficiente, de la contemplación.—La contemplación como actividad.—Actividades complejas correspondientes a la contemplación activa: desde percibir hasta analizar.—La hipótesis y su verificación.

- Parte didáctica. Desde la observación hasta la imagen interior ..... 89  
Encuentro con el objeto (la «contemplación»).—Las representaciones del objeto.—Introducir a la contemplación.—¿Educar la capacidad de observación?

5. *Forma básica 4: Leer con los alumnos*..... 99  
Metas de la lectura en el trabajo y en el tiempo libre. .... 102  
Parte psicológica. La lectura como tratamiento de textos .....  
Hablar, escribir y leer.—El proceso de lectura propiamente dicho.—Métodos de resumen, retención y reproducción de textos leídos.—Conclusión: el tratamiento y la reproducción de textos expositivos. .... 115

- Parte didáctica. Iniciación al tratamiento de textos.....  
Penetrar en el texto.—La lectura dentro del marco de unidades didácticas más amplias.—Tratamiento de textos en clase.

6. *Forma básica 5: Escribir y redactar textos*..... 129  
Parte psicológica. El que escribe desea conseguir algo ..... 129  
Efectos de los textos en los lectores: sobre la teoría de las clases de textos con una intención específica.—Resumen: el esquema BOTE y la escritura en el contexto de una acción.—Comunicación oral y escrita.—La construcción del texto.—Cómo se redacta un texto: planificación de textos.  
Parte didáctica. Escribir: un oficio que se puede aprender ..... 142  
Escribir en situaciones definidas de comunicación y de acción.—Clarificación del tema e intención de efecto.—Planificación del texto.—Desarrollo de la comunicación escrita.

SEGUNDA PARTE: ACCIÓN, OPERACIÓN Y CONCEPTO

7. *Forma básica 6: Elaborar un curso de acción*..... 159  
Parte psicológica. Estructuración e interiorización de acciones ..... 160  
Clases de actos.—Secuencias de acciones, esquemas de acción.—Estructura de la acción.—Formación de nuevos esquemas de acción.—Interiorización de las acciones  
Parte didáctica. Aprender a actuar ..... 170  
Plantear el problema.—Proyectar y realizar la acción.—Interiorizar la acción.—Final: saber comprendido acerca de acciones.

8. *Forma básica 7: Construir una operación*..... 177  
Parte psicológica: De la acción, a la operación ..... 177  
Las operaciones son acciones abstractas.—Estructura inherente a la acción.—Ejemplos de formación de operaciones.—Rasgos generales de la construcción de una operación nueva.—Codificación simbólica de la operación.—Interiorización de la operación.—Automatizar la operación.—Fórmulas y axiomas matemáticos aprendidos de memoria.—Significado psicológico de la automatización.

como función de su distancia temporal con respecto a la realización de la reacción.—Curso del olvido.  
 Parte didáctica. Reglas generales para configurar la tarea de ejercicio.... 291  
 Ejercitar significa repetir.—Motivar el ejercicio.—Posibilitar el éxito.—Las jerarquías de aprendizaje: de Gagné.

|   |     |
|---|-----|
| 13. Forma básica 12: Aplicar.....   | 301 |
| Parte psicológica. Concepto psicológico de aplicación.....  | 302 |
| "Aplicación" en auténticas situaciones vitales.—Un repertorio mental que capacita para actuar y pensar, para ver y contemplar.—El proceso de aplicación.—Aplicación en tareas sobre textos.—Aplicación reconocedora y aplicación realizadora.   |     |
| Parte didáctica. De la aplicación dirigida, a la aplicación independiente   | 309 |
| El mérito de <i>Gaudig</i> .—La conclusión errónea de Gaudig y la función de la cuestión didáctica.—Guía en la construcción, independencia en la aplicación.—Preparar para la aplicación independiente de conceptos y operaciones del pensamiento.—Captar de modo independiente nuevos fenómenos (diálogo en clase, trabajo en grupo, trabajo individual).—Psicología social y didáctica del trabajo en grupos.—Conclusión: de la aplicación a la siguiente etapa constructiva. |     |

|   |     |
|---|-----|
| 14. El puesto de las "formas básicas".....  | 327 |
| Una didáctica que enfoca las situaciones de aprendizaje desde un punto de vista psicológico.—Estructura, medio y proceso de aprendizaje.—Del actuar, al pensamiento conceptual.—No hay psicologismo, sino relaciones objetivas; no hay metodología, sólo didáctica.—Constructivismo.—Construcción en el aprender: un paso más allá de Piaget. |     |

|                        |     |
|------------------------|-----|
| BIBLIOGRAFÍA.....      | 337 |
| ÍNDICE DE NOMBRES..... | 345 |
| ÍNDICE TEMÁTICO.....   | 347 |

## PRÓLOGO A LA EDICIÓN ESPAÑOLA

El autor se congratula de que este libro, a través de la Editorial Narcea, se haga accesible al mundo de las escuelas hispanoparlantes y a sus profesores. De hecho, una didáctica psicológicamente fundamentada puede ser tan fértil en la esfera cultural de las lenguas románicas, como en la de los idiomas germánicos. Los procesos básicos de la formación del conocimiento, del aprendizaje y del desarrollo son, efectivamente, los mismos en Buenos Aires y en Madrid que en Bonn y en Berna. Y ello es también debido a causa de que las ideas expuestas en este libro no han surgido solamente en Suiza. Piaget, mi maestro, se inspiró esencialmente, para su psicología del desarrollo, en los destacados psicólogos y epistemólogos franceses de los años veinte y treinta, y yo mismo, cuando era un joven estudiante, conocí en los Estados Unidos las ideas de Dewey y del pragmatismo. Gracias a ellas llegué a comprender mejor algo que como profesor de primaria había aprendido de mis profesores de Zurich: a llegar a los conceptos y teorías a partir de la contemplación de la praxis. De todos modos, esta didáctica conserva, en cierto aspecto, un matiz local, concretamente en lo que para mí es una buena escuela y un buen profesor y que he aprendido en mis inicios en la enseñanza, de mis colegas más experimentados de las escuelas urbanas y rurales de Zurich. No eran, por cierto, escuelas espléndidamente dotadas; sus medios materiales eran modestos; ni siquiera había en cada una de ellas una multicopista, sino sólo encerados y tizas, cuadernos, lapiceros, plumas y tinta. Pero, en cambio, ¡que maestros! Comprometidos con su labor, espiritualmente activos, abiertos a nuevas ideas, con verdadero amor a los niños y a aquello que deseaban mejorarles y proporcionarles. No eran especulistas, pero sí personas bien formadas y con intereses intelectuales. Junto a ellos he llegado a formar mis ideas rectoras acerca de la enseñanza y la educación. Luego he tenido la fortuna de encontrar destacados profesores universitarios. Ellos me hicieron comprender lo que significa desarrollo mental y auténtico aprendizaje, y cuáles son los principios teóricos y conceptuales que animan una buena enseñanza. Así he logrado formular y fundamentar teóricamente lo que mis compañeros practicaban y que he podido observar en mis propios alumnos. Sin estas experiencias no habrían sido posibles los ejemplos concretos que he expuesto en este libro.

Así pues, espero que las ideas expresadas aquí tomen vida real en manos de los profesores de las escuelas de habla hispánica. No se trata de que los estudiantes aprendan verbalmente estas teorías y las repitan en los exámenes de pedagogía o de didáctica. Lo que importa es que hagan vivas las «formas básicas de enseñar» en su praxis concreta, en la actividad cotidiana de su clase y en los diversos contextos locales y sociales en los

En el concepto, por último, se objetiviza el pensamiento, pero antes ha de formarse y esta formación es, a su vez, un suceso dinámico. La estructura del concepto se asemeja a la estructura de la operación y del esquema de acción en que está organizada jerárquicamente y dirigida hacia un fin. Pero el concepto se objetiviza en un signo de lenguaje: el nombre del concepto, mientras que la acción y en parte también, la operación, se plasma en un resultado perceptible. De aquí la mayor dificultad del pensamiento conceptual, que es el objeto de la octava forma básica.

## 7. FORMA BÁSICA 6: ELABORAR UN CURSO DE ACCIÓN

En las siguientes unidades didácticas emprendemos algo junto con la clase. Al realizarlo, como pequeño proyecto, o en pensamiento, nos formamos una representación del correspondiente curso de acción. Si lo consideramos de manera abstracta y objetiva, nos formamos también el correspondiente concepto. Pero en este capítulo no vamos a abordar todavía la formación de conceptos. ¿De qué se trata, entonces? Algunos ejemplos nos lo irán haciendo ver. Nuestro ejemplo más importante se centrará en la fabricación del queso de Emmental. (Este es un pequeño homenaje del autor a la región en la que ha escrito la tercera revisión del presente libro.) El proceso tiene aspectos geográficos, folklóricos, históricos, biológicos y económicos. Un segundo ejemplo será la confección de un periódico. Los mismos alumnos pueden hacer un periódico escolar, por ejemplo, en la clase de *lengua*. Los correspondientes redactan informes, los redactores los corrigen y les dan la forma adecuada. Se consiguen anuncios, el departamento contable calcula los costos, la composición se imitará en la máquina de escribir. En lugar de la rotativa se emplea la fotocopia y, por último, se distribuye el periódico.

En la *clase de ciencias de la naturaleza*, por ejemplo, se instalarán acuarios o terrarios y se observarán y describirán el comportamiento y el desarrollo de diversos seres vivos. La clase pensará qué necesita: un gran recipiente de cristal para el acuario del aula, para cada grupo de trabajo un tarro de conservas, de cristal, además de arena de cuarzo, serrín de turba, tierra de bosque, plantas acuáticas, etc. Se obtienen el material y los animales adecuados y se realiza el proyecto.

De modo similar sucede cuando se construye una central eléctrica en el cajón de arena, durante las *clases de geografía o de física*. Se levanta el dique, se perforan las galerías, se construye el edificio de la central, se instalan la canalización y los generadores.

Otro ejemplo: en tercer o cuarto de básica se instala en la escuela una oficina de Correos. Se imita el trabajo de las ventanillas, se vacían buzones, se reparten las cartas a sus destinatarios. Si está próxima la Navidad, muchas profesoras hacen dulces navideños junto con sus alumnos de primer y segundo curso. Ellos le dicen lo que se necesita y lo

que hacen sus madres. La profesora ha traído un poco de masa, el rodillo, algo de harina, los moldes y la última parte de la tarea se lleva a cabo en clase.

**Parte psicológica**  
**Estructuración e interiorización de acciones**

¿Es la escuela un lugar donde los jóvenes *aprendan a actuar*? No puede decirse que sea en nuestra sociedad una meta general. Se habla, desde luego, de «saber y poder» como finalidades del aprendizaje, pero al concepto «poder» se asocia sólo, la mayoría de las veces, la representación de las habilidades escolares. Las acciones son, sin embargo, algo más que habilidades: se trata de *realizaciones encauzadas hacia un fin, comprendidas en su estructura interna*, y que producen un resultado palpable. Desde luego, si la cosa va bien, gran parte del saber que transmitimos es efectivo, directa o indirectamente, en cuanto a la acción. Esto procede de que gran parte del saber conceptual posee un núcleo de acción. Cuando hablemos con los alumnos de la nutrición, algunos de ellos probablemente se alimentarán después de un modo más racional. Pero ¿cuántos? La enseñanza escolar toma de los libros conceptos objetivizados, contenidos del saber. Los hace inteligibles para los alumnos (en el mejor de los casos), evoca en su pensamiento representaciones precisas, construye con ellos, si todo va bien, una imagen adecuada de la realidad, pero no se atiene mucho a la acción propiamente dicha. Esto depende del eco de una actitud contemplativa con respecto a la realidad, actitud que observa, describe, y en el mejor de los casos explica, el mundo y sus manifestaciones, pero sin intervenir en él para *efectuar* algo. A ello viene a añadirse la mencionada tendencia a ofrecer al alumno, desde un principio, los conocimientos en forma conceptual, es decir, casi objetiva, olvidando que los conocimientos han de ser obtenidos mediante una búsqueda y una investigación, observando y reflexionando. Pero buscar e investigar, observar y reflexionar son acciones, aun cuando no intervengan en la realidad para modificarla.

Hemos de tener, pues, en cuenta dos cosas:

- formación y educación significan iniciar al aprendizaje de la vida, y vida no significa sólo contemplar el mundo, sino intervenir activamente en él, hacer algo;
- pero también la formación de una imagen del mundo exige actividad; no se pueden incorporar representaciones y conceptos en forma ya acabada, hay que crearlos, re-construirlos; sólo entonces llegan a valer algo. Comprender precede al concepto; reconocer, al entendimiento.

Las siguientes situaciones de clase tienen como finalidad provocar en el alumno estas experiencias originales: por una parte, establecer y realizar con él determinadas actividades; por otra, reconstruir con el pensamiento las acciones de otros hombres, de modo que su estructura interna sea comprensible. La finalidad es, por un lado, la adquisición de un repertorio de posibilidades de acción que el joven podrá más adelante emplear para resolver los problemas que le plantea la práctica, y por otro, construir un saber que no consista solamente en estáticas piezas que se pueden quitar y poner, sino en peticiones

tivas claras y vivas de las correlaciones de este mundo; una imagen del mundo que incluya tanto una profunda visión de las cosas, como la puesta al servicio del quehacer práctico.

CLASES DE ACTOS

Se pueden dividir las acciones humanas de diversos modos. Cabe interrogarse si se dirigen hacia personas o cosas. En un caso hablamos de acciones sociales, en el otro de acciones físicas: consolar y explicar son acciones sociales, reparar un auto es una acción física. Muchas acciones se dirigen simultáneamente hacia personas y cosas; un ejemplo de ello sería ayudar a alguien a reparar su coche. Pero esto apenas crea problemas: basta con considerar a los *participantes en la acción* y recordar que en muchas acciones actúan conjuntamente participantes animados e inanimados. En un sentido abstracto, también el coche y el gato son «participantes en la acción», aunque inanimados. La gramática casística (Fillmore, 1968/1977) nos ha enseñado a considerar el papel que desempeñan los participantes en la acción. Así decimos, por ejemplo, que el coche es *objeto* de la reparación y que el gato es un *instrumento*. En la acción de regalar diferenciamos entre un donante, un receptor y el objeto regalado. Es, pues, posible caracterizar con bastante claridad las acciones (Aebli, 1980/81).

Una segunda e importante diferenciación corresponde al *resultado de la acción*. Ciertas acciones tienen por finalidad la producción de un resultado práctico. Las llamamos «obras». La obra puede ser útil o puede intentar gustar o agradar. Esto conduce a una diferenciación entre obras útiles y obras estéticas. Las obras de arte corresponden a estas últimas, los productos industriales a las primeras, pero con múltiples formas intermedias. Diferenciamos de la *creación de obras* el amplio grupo de los *actos motores*, cuyo resultado no es una obra, sino la mera variación de lugar, bien del propio actuante (viaje, pasear) o de cosas (transportar una mercancía). También aquí existen formas intermedias: instalar una vivienda significa mover y colocar muebles, pero el resultado tiene además carácter de obra. Esto mismo es válido con respecto al cultivo de un campo.

Muchas acciones comprenden exactamente aquello que hace el que actúa: habría que mencionar aquí, de nuevo, la instalación de una vivienda. Otras acciones ponen en marcha procesos que discurren con cierta autonomía, hasta que el actuante interviene en ellos. Aquí podrían ponerse como ejemplo acciones que provocan procesos de crecimiento: cuidar plantas, criar animales, educar. Las acciones pueden, sin embargo, implicar procesos físicos y químicos. Pensar la uva da lugar a procesos de fermentación, viajar en coche supone complejos procesos físicos y químicos (combustión).

Esto posee importancia didáctica cuando no queremos enseñar sólo al alumno cursos de acción, sino también, al mismo tiempo, proporcionar una visión de los procesos implícitos en ese curso de la acción. La inclusión en el contexto de una acción nos asegura también, con frecuencia, el interés de los alumnos, que no se interesarían por el mero tratamiento teórico del proceso o del tema. Los procesos y las informaciones sobre cosas que están ordenadas dentro del contexto de una acción aparecen como *plenas de sentido*, ya que esto no significa sino la ordenación de una cosa dentro de un sistema de referencia o de orden más amplio.

Comprender la posible integración de procesos objetivos en los cursos de acción nos muestra también la evolución natural del reconocimiento teórico y conceptual: el mundo y sus procesos sólo nos resultan problemáticos dentro del marco de nuestro quehacer práctico. Hemos de observarlos y controlarlos, si queremos que nuestras acciones tengan éxito, pero poco a poco pueden alcanzar en nuestra conciencia una «autonomía funcional» (Allport, 1937/38); es decir, el conocimiento puede resultar interesante por sí mismo. No nos interesamos ya sólo por una cosa o un proceso porque sean útiles y con ello alcancemos mejor nuestras finalidades prácticas, sino porque la comprensión de la realidad se convierte, en sí, en problema para nosotros y porque nos alegra y satisface descubrir «por qué funciona».

#### SECUENCIAS DE ACCIONES. ESQUEMAS DE ACCIÓN

Si se observa a un niño o a un adulto, casi siempre se les ve en actividad externa o interna: trabajando, comiendo, discutiendo, leyendo el periódico, etc. William James (1891) ha hablado de una corriente de la conciencia (*stream of consciousness*) que acompaña a la vida en vigilia. Ampliando este concepto podría hablarse de una «corriente del comportamiento». Incluimos las acciones dentro del comportamiento al definirlos como modos de conducirse que aplican deliberadamente medidas y cosas destinadas a lograr un resultado. Así, fregar la vajilla sería una acción, pero no el hecho de tropezar; frorarse un ojo inflamado sería una acción, pero no llorar o parpadear tras un ruido intenso y súbito.

Dentro de las acciones que una persona realiza diferenciamos dos grupos importantes: las secuencias de acciones las proyectamos paso a paso cuando hacemos algo nuevo; así por ejemplo, cuando tenemos que cambiar por primera vez una rueda a un coche o cuando viajamos por primera vez a un país extranjero. Las secuencias de acción son montadas, pues, *ad hoc*, de antemano. El curso, como totalidad, es nuevo. No podemos decir que aquí se desarrolla algo que conocemos y podemos hacer.

¿A partir de qué se constituyen estas secuencias de acción? ¿Cuáles son sus elementos? Es evidente que no inventamos todo de la nada, más bien componemos nuestras secuencias de acción a partir de elementos de acción que hemos almacenado en nuestro saber sobre acciones o nuestra memoria de ellas. A estos los denominamos *esquemas de acción*. Disponemos de un repertorio de cursos de acción completos. Son, por así decir, elementos de acción prefabricados. Los equipos de fútbol los poseen: se ejercitan en jugadas aisladas, de ataque y de defensa, hasta que pueden desarrollarlas como un todo. Desde luego, ninguna situación de juego se asemeja a otra, pero los elementos —los esquemas de la acción de jugar— son siempre los mismos, si bien surgen variaciones insignificantes.

Los esquemas de acción (Aebli, 1980) se caracterizan por tres propiedades principales:

1. Están, en su totalidad, almacenados.
2. Son por ello reproducibles.
3. Son transferibles a nuevos hechos (cosas, personas, situaciones).

1. **Almacenados, como totalidad:** los esquemas de acción son los elementos de nuestro saber sobre acciones; no tienen que ser inventados cada vez de nuevo; su curso está aprendido y es evocable como totalidad. Su disponibilidad puede basarse en dos fundamentos distintos: por una parte, porque sabemos la secuencia de las etapas parciales. Sabemos, por ejemplo, que para comer se va a un restaurante, se sienta uno a una mesa, se encarga algo, se come, se paga y se marcha. Esto se designa como *guión* de la acción (Schank y Abelson, 1977). La otra posibilidad consiste en que *automatizamos* todo el curso. Constituimos un hábito de comportamiento. El curso de la acción se desarrolla como una cadena de reflejos. Los actos de nuestro aso de cada mañana son esquemas de acción automatizados: lavarse, limpiarse los dientes, peinarse. También el ejemplo antes mencionado de un esquema de acción relativo a ir a comer a un restaurante contiene, en el plano de sus unidades más pequeñas, esos elementos automatizados: llevar el vaso a la boca, beber, tragar; sacar el dinero de la cartera, saludar, levantarse, ir hacia la puerta, abrirla, etcétera.
2. **Reproducibilidad de esquemas de acción:** al estar el esquema de acción, como totalidad, almacenado en la memoria, podemos evocarlo. Esto se produce sin el esfuerzo del primer proyecto y nos posibilita dirigir nuestra atención sobre la organización del curso en su conjunto.
3. **Posibilidad de transferir los esquemas de acción:** la transferencia de un esquema de acción a nuevos hechos resulta posible porque, aun cuando esté automatizado, no supone un curso rígido. Es flexible y hasta cierto punto puede adaptarse a cambios de situación. El que ha aprendido a manejar un cuchillo, sabe manejar todos. Un niño que ha aprendido a consolar a sus hermanos pequeños, probablemente es capaz de consolar también a cualquier niño pequeño. La jugartera que unos escolares han ensayado con un compañero que hace de profesor, la transfieren fácilmente a otro. Cuanto más parecido es el nuevo participante en la acción, tanto más fácilmente se logra la transferencia. Al ir aumentando o de la semejanza (al «ir aumentando el paso transferencial») del compañero o de la situación, resulta más difícil la transferencia. Así, un violinista puede tocar también una viola, pero le costará mucho más trabajo tocar un violoncello y no podrá tocar un contrabajo.

#### ESTRUCTURA DE LA ACCIÓN

Lo que hemos venido diciendo hasta ahora acerca de las acciones, se denomina como «enfoque funcional»: hemos dicho lo que efectúan las acciones, pero no hemos dicho aún nada acerca de su esencia, su estructura. Es lo que vamos a hacer ahora, con la finalidad de entender las acciones a partir de su planificación. Es lógico, ya que en la vida cotidiana se planifican a partir de las representaciones de las metas, porque en la enseñanza en clase intentamos aproximarnos lo más posible a la planificación natural y por- que, por último, el profesor, al planificar la lección, hace reflexiones planificadoras que corresponden a las de la vida cotidiana y de los alumnos.

Hemos elegido el ejemplo de la *fabricación de queso* y lo presentamos según su evolución histórica.

La fabricación de queso duro se ha desarrollado en Europa sobre todo en los países alpinos. En estos territorios, muy lluviosos, resultaba difícil el cultivo de trigo, pero sí era posible la ganadería y las industrias lácteas, y esto hasta en los prados situados a mayor altitud. Pero los montañeses tenían que resolver un problema: su principal producto, la leche, tenía que convertirse en algo transportable, susceptible de ser almacenado e intercambiable por los productos agrícolas de la llanura, especialmente por cereal. Pues la leche, en sí, no podía ser transportada durante largos trechos y en grandes cantidades, ni tampoco podía ser almacenada más que unos cuantos días. El descubrimiento decisivo fue el del cuajo, un enzima que está contenido en el cuajar de la ternera. Una cantidad mínima de esta sustancia puede hacer que se coagule la leche a unos 38°. En este proceso se precipita la paracaseína, una sustancia que contiene proteínas y grasas. A ésta puede dársele forma de panes de queso y conservarla añadiendo sal. El cuajo se obtenía antes desecando cuajares de terneras y extrayéndolo luego con agua caliente. A la ternera, el cuajo le sirve para digerir la leche que mamá de la madre.

La fabricación de queso es una secuencia de acciones que realizan los campesinos y pastores. En su forma más sencilla se puede hacer también en clase, elaborando un queso pequeño. El siguiente análisis psicológico muestra:

1. Las acciones parciales con los elementos que participan en ellas (los «participantes en la acción»).
2. La obtención, por etapas, del resultado «queso», que representa la finalidad concreta de la acción.
3. El curso total, en el que cada paso aislado logra una meta parcial, sobre la que se basa el paso siguiente.

Si han de cumplirse varias premisas, para un paso parcial son necesarias varias acciones parciales preparatorias. El esquema del curso viene a tener entonces la forma de un árbol o de un sistema fluvial, en el que confluyen diversas líneas de acción. Allí donde por otra parte una acción da lugar a diversos productos (resultados), las líneas de acción diversas pueden también separarse, transcurriendo de modo divergente. La figura 9 muestra un sencillo cuadro del esquema de acción de la fabricación del queso.

Veamos la secuencia de los pasos principales: al ordeñar se obtiene la leche. En una primera etapa de elaboración se calienta y se le inocula el cuajo. La leche se cuaja separándose la masa caseosa y el suero. La primera se prensa para formar panes de queso, el último puede servir de alimento para animales y puede elaborarse también para obtener queso a las finas hierbas. Los quesos son almacenados y salados a diatino, obreniéndose así un tipo como por ejemplo el de Emmental.

Veamos también la forma ramificada del esquema de acción: en tres puntos se unen ramas laterales con la línea principal de acción. La primera colateral se refiere a la obtención del cuajo, tomado del estómago de la ternera. Es añadido a la leche. La colateral se une en el elemento «leche» con la línea principal del esquema. La segunda colateral se refiere al calentamiento del caldero de cobre en el que se pone la leche. Se une mediante

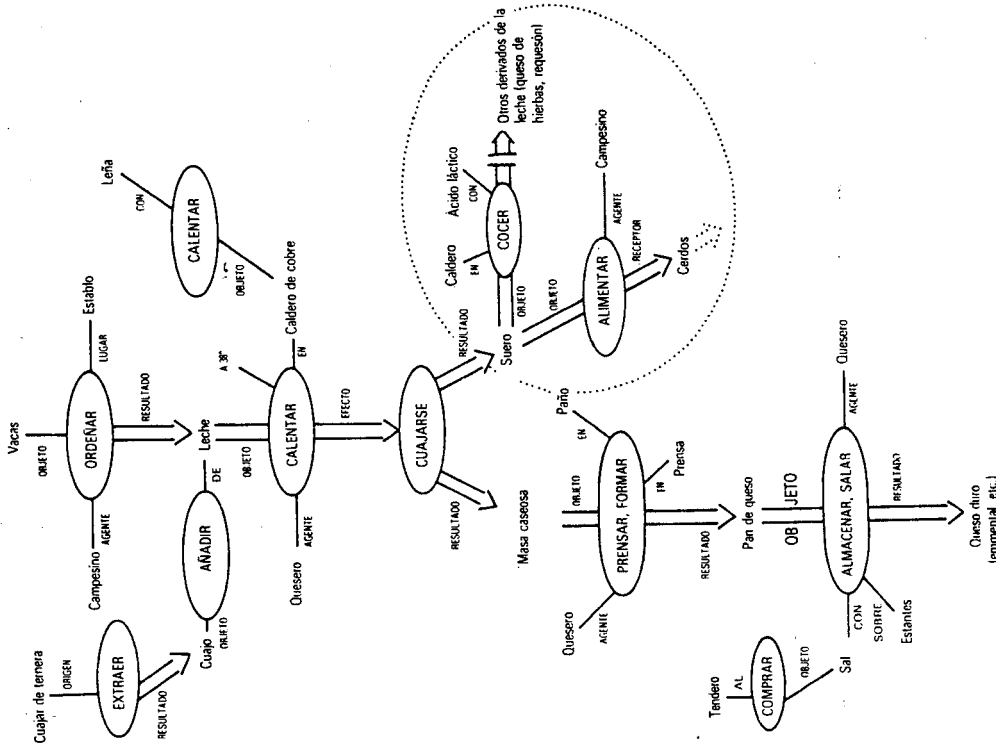


Fig. 9. Esquema de acción «fabricación de queso duro». Las acciones parciales y los procesos parciales se incluyen en marcos ovalados y en mayúsculas. En torno a esas acciones y procesos parciales están agrupados los participantes en la acción, unidos entre sí mediante líneas. Su papel respectivo se incluye junto a la línea de unión. El camino que sigue el producto corresponde a las dobles líneas OBJETO-RESULTADO. Las líneas secundarias de obtención de otros productos lácteos y de la utilización de suero como comida para cerdos están rodeados por una línea de puntos.



## ACCIÓN, OPERACIÓN Y CONCEPTO

el elemento «caldero de cobres» al curso principal de acción. La tercera colateral se refiere a la obtención de la sal que es necesaria para conservar el queso. Se une a través del elemento «sal», el «instrumento» es decir: el medio auxiliar para almacenar y salar, con la línea principal.

Se perciben además dos líneas secundarias que parten de la principal. No corresponden estrictamente al esquema de acción de la fabricación del queso. Se trata del aprovechamiento de un producto secundario: el suero. Pero divergen de la línea principal, pues conducen a otros resultados que son: la obtención de otros productos lácteos y la de proteínas animales, a través del cebamiento.

Desde los puntos de vista didáctico y psicológico es importante que en una acción cada etapa parcial dé lugar a un resultado objetivo. En el resultado concreto se ve lo que se ha realizado para obtenerlo. De esto pueden darse fácilmente cuenta incluso los alumnos con menos aptitudes verbales: para obtener leche hay que ordeñar a las vacas; para obtener leche caliente hay que calentar el caldero; para obtener cuajo hay que extraerlo de los estómagos de terneras. En suma, en el resultado final se contiene la acción que lo ha producido y se convierte en un signo concreto de esa acción realizada y por realizar. Aún más, en el resultado *se objetiva* la acción (Aebli, 1980/81). No son forzosamente los mismos alumnos quienes saben manejar los signos convencionales del lenguaje y las objetrivaciones concretas de acciones. Es importante que la escuela proporcione posibilidades tanto a los que piensan de un modo concreto-práctico como a los que piensan sirviéndose del lenguaje.

En el ejemplo elegido se trata de un esquema de acción en el que intervienen diversos agentes: el campesino, el queso, el que aprovecha el suero. Pero esto es pura apariencia. Es fácil imaginar que es una sola persona la que realiza estas acciones. Desde el punto de vista histórico, así ha sucedido. Y el observador de una acción así puede realizar mentalmente cada paso e imaginarse todo su curso. No será capaz, quizá, de realizar en la práctica, con éxito, toda la acción, pero conoce ya sus rasgos principales. Dispone de su esquema en forma de una representación de ella. A esto es a lo que aspiramos en la escuela. Probablemente no es posible que cada alumno fabrique su pequeño queso, pero sí se puede elaborar en común. Todos participan en la acción y todos se forman de este modo una representación de ella.

Podemos afirmar, en resumen, que un esquema de acción puede plasmarse, bien en una acción efectiva o bien como representación de esta. En todo caso, va dirigido hacia una finalidad de la acción y quien se ha formado el esquema sabe que cada acción parcial es necesaria como premisa del siguiente paso en la acción conjunta y, finalmente, para lograr la meta definitiva. Una parte de este curso suele estar automatizada y en caso extremo puede estarlo el curso total, pero siempre con la posibilidad de que estén también fundamentados los detalles. Un proceso a ciegas, no comprendido, no constituye acción alguna y, por ello, tampoco un esquema de acción.

Lo que aquí decimos acerca de acciones que dan lugar a un resultado práctico es también válido para aquellas cuyo resultado no es tan evidente; por ejemplo, con respecto a un trato cuyo resultado sea un convenio. Cuando es una acción social, las correlaciones

son casi siempre complejas, ya que el interlocutor actúa por su parte y ejerce así una acción retroactiva sobre el primer agente. Otro tanto sucede, en parte, en el caso de los procesos prácticos. Cuando provocamos un fuego, éste puede actuar sobre el que lo desencadena si no lo maneja debidamente, y también otros procesos verificados sobre cosas tienen sus trampas. Más importantes son los aspectos morales que intervienen en las acciones sociales: el interlocutor humano tiene su dignidad y el modo de hacer un trato con él está sujeto a las correspondientes exigencias éticas.

Los *movimientos*, por último no se pueden describir tan bien con el esquema formal que hemos empleado anteriormente. A pesar de ello, es válida para tales acciones la regla fundamental de que cada etapa parcial está destinada a sentar las premisas correspondientes a la etapa siguiente. Para viajar en avión a América, tengo que llegar al aeropuerto, en el autobús, por ejemplo; para llegar al autobús del aeropuerto tengo que ir a la terminal, con mi coche por ejemplo; para poder utilizar mi coche, tengo que dirigirme al garage, a pie por ejemplo, etcétera.

## FORMACIÓN DE NUEVOS ESQUEMAS DE ACCIÓN

La persona que proyecta una acción, parte de un planteamiento de metas. Los montañeses de los países alpinos buscaban un producto lácteo que fuese conservable, transportable y, por tanto, que se pudiese exportar. Colón buscaba un camino más corto a la India (más corto que el camino que rodeaba el extremo sur de África). Los colonos del medio Oeste huían de una Europa en crisis, buscaban unas tierras donde pudiesen trabajar en su agricultura. O bien, considerado de modo algo menos histórico y más individualizado, los alumnos que hemos mencionado en la introducción parten del planteamiento de una meta: un periódico que ellos mismos desean elaborar y que quieren vender a sus compañeros y a sus padres. O desean mantener una serpiente u otro animal en el aula y observarlo, o deciden fabricar un globo que se eleve por aire caliente.

Todos estos planteamientos de metas guían el proyecto de acciones que conducen a ellas. Una buena lección escolar se desarrolla de modo semejante. En primer lugar, la representación de una meta de actividad. Por regla general no se puede alcanzar mediante una simple intervención en la realidad presente, hay que tender un puente entre los hechos disponibles y la meta de la acción. Este es el sentido de las etapas parciales: se aplican a los medios disponibles y conducen a la meta a través de pasos intermedios. Ya hemos reflexionado sobre esto. Si vuelvo «hacia atrás», me pregunto, ¿qué me hace falta para realizar la acción que me conduce a la meta o para lograr el objeto que pretendo alcanzar? Desearía estar en París en un determinado momento, para visitar allí una exposición: o bien, tendría que cambiar los neumáticos de mi coche, para poderlo utilizar también con nieve o barro. Para estar en París en un determinado momento tengo que tomar tal tren o tal otro. Para poder instalar los neumáticos de invierno tengo que ir al garage. Para alcanzar el tren, he de estar a tal hora en la estación. Para poder ir al garage con los neumáticos de invierno tengo que buscarlos en mi garage y cargarlos en el coche. Para estar a determinada hora en la estación debo tomar un taxi un cuarto

de hora antes. Para buscar los neumáticos y cargarlos tengo que ir al garage, etcétera. Es, pues, fundamental una *planificación regresiva de la acción*: me pregunto qué premisas tienen que darse para llegar al paso final de la acción. Compruebo si se dan. En caso negativo me pregunto, además, qué hacer para establecerlas. Para hacerlo han de cumplirse unas condiciones elementales. Si no se cumplen, no tendré más remedio que hacer algo distinto para conseguirlo.

No toda planificación se realiza de modo regresivo. Hay cursos parciales en forma de esquemas que nos son familiares. Podemos, por tanto, proyectar *hacia adelante* a partir de la situación dada, con la intención fija en la meta final. Sé que debo estar en París en un momento ya previsto y que viajo en tren. Así pues, planifico hacia adelante desde mi situación actual: hacer las maletas, tener preparado el dinero y el pasaporte, consultar la guía de ferrocarriles. De todos modos, para llegar con tiempo he de planificar regresivamente. Los montañeses, probablemente, no han desarrollado su fabricación de quesos mediante una planificación regresiva. Seguramente hicieron muchos tanteos, procediendo por ensayo y error, con la meta relativamente indeterminada, de producir un producto lácteo conservable. Esta experimentación partió de los procedimientos que tenían a su alcance: hervir la leche, separar la parte líquida, etc., es decir, todos los pasos correspondientes a una planificación hacia adelante (progresiva).

Así pues, un plan de acción natural procede tanto regresiva, como progresivamente. Lo importante es que se unan ambos extremos: los medios disponibles y la meta final. Una buena lección ha de proceder de modo semejante. El que desarrollemos en clase un tema mirando sólo hacia adelante, progresivamente, es, sin embargo, algo que sucede con harta frecuencia.

En el procedimiento descrito se reconocen dos formas clásicas de realización de nuevos modos de comportamiento: *diferenciación e integración*. Hablamos de diferenciación cuando el sujeto tiene en la mente, y como totalidad un modo de comportamiento, aquí una acción: «un producto lácteo conservable, transportable, que se pueda exportar», «estar en París, de algún modo, la noche del 15 de junio, hacia las ocho», «tener preparado para Navidades el turrón suficiente para que los niños estén contentos». En el proceso de diferenciación se precisa el curso de la acción, ya sea por ensayo, ya en la representación. En lugar de la representación global de un «lugar, de algún modo, desde la situación actual, hasta la meta», surge la representación exacta de los diversos pasos que hay que dar. El proceso se asemeja al desarrollo de un órgano vegetal o animal: la hoja es al principio una yema en el tallo, indiferenciada. Luego se va configurando, va surgiendo su forma, se ven los nervios, crece el tallo. Es importante que la forma definitiva esté ya contenida en la disposición de la hoja. De idéntico modo, la forma definitiva de la acción está contenida ya en su proyecto global. Se va constituyendo paulatinamente.

La formación de nuevas acciones tiene también rasgos de la integración. Para llenar el marco que se da con el proyecto global, a fin de tender el puente entre la situación dada y la meta, evocamos elementos de acción a partir del repertorio de nuestro saber sobre las acciones: para que la leche pueda conservarse, hay que hervirla, para que se

solidifique hay que cuajarla, cuando se ha formado una masa elástica con ella, se debe poder desprender fácilmente de su recipiente; esto se hace con una especie de molde que se compone de un suelo plano, una tapa y un borde cilíndrico que se puede abrir. Si se quiere cambiar una rueda hay que destornillar la vieja, retirarla y atornillar la nueva; para ello la rueda no debe estar apoyada sobre el suelo, y se necesita un gato.

No se trata aquí de elegir entre diferenciación y formación. El proyecto global de acción se va diferenciando en el transcurso de la planificación. Esto se consigue rellenando el marco correspondiente con diversos esquemas de acción contenidos en mi saber sobre ella. Prevemos que en clase hay que preocuparse por ambas cosas: porque se constituya el plan global de acción y porque se movilicen los correspondientes esquemas a partir del repertorio de saber relativo a las acciones.

#### INTERIORIZACIÓN DE LAS ACCIONES

Ya hemos visto que un esquema de acción puede ser fruto de una acción comprobada y desarrollada en la práctica. Puede ser, por tanto, reproducida con éxito como auténtica acción y ser transferida a nuevas situaciones. Pero también es posible que no haya sido ejecutada jamás y que posiblemente sólo pueda ser transformada en acto al precio de ensayos y reflexiones suplementarias. En tal caso posee el estatuto de mera representación «teórica» de una acción. Una persona puede imaginarse el curso de la acción, describir y explicar su representación mediante palabras y explicar por qué se hace una cosa.

La nueva pregunta que se plantea es la siguiente: ¿cómo, a partir de una acción efectivamente realizada, se forma una representación de una acción? y ¿cómo se transforma de nuevo en una acción efectiva, la representación de la misma? Al principio no encuen- tra problema, al menos en la primera de ambas transformaciones, pues entre las acciones efectivas y las internas existe una estrecha relación. De hecho, en la acción efectiva pueden distinguirse dos partes: el proceso central de dirección, y su cumplimiento mediante los efectores del cuerpo. En el sistema nervioso central tienen lugar los procesos de dirección y control que aseguran el curso ordenado de la acción y los van adaptando constantemente, con ayuda de los sentidos, al entorno. De estos centros de dirección y control parten luego los impulsos inervadores que activan y conducen a los efectores, los músculos y otros órganos corporales. Estas inervaciones y los movimientos correspondientes a ellas pueden ser inhibidas en parte, sin necesidad de que por ello cesen los procesos centrales. En este caso, la acción efectiva se ha convertido en interna, se ha interiorizado. Es como si mediante el desembrague de la conexión entre el motor (proceso central) y las ruedas (efectores), el motor siguiese en marcha sin que sucediese exteriormente nada. En lugar de que el alumno realice una auténtica secuencia de actos, es como si sólo se los imaginase.

Una segunda reflexión muestra, de todos modos, que por la vía de la interiorización de acciones pueden surgir nuevos problemas para el alumno. La acción efectiva se realiza en un objeto concreto presente. La representación de la acción prescinde de este apoyo. El alumno, por tanto, no sólo se tiene que representar su acción, sino también el objeto en el que se realiza. Ello supone un esfuerzo suplementario. La observación del resulta-

## ACCIÓN, OPERACIÓN Y CONCEPTO

do advierte con frecuencia al alumno de cuándo está haciendo erróneamente una acción concreta: una construcción amenaza con hundirse, o el curso de la acción amenaza con detenerse. La acción pensada no necesita asegurarse así, pero los experimentos que solamente han sido imaginados deben controlarse cada cierto tiempo mediante ensayos llevados a cabo con efectividad.

El paso principal en el camino hacia la representación de la acción consiste, por tanto, en la adquisición de una representación exacta de la situación de partida, del estado original del objeto de la acción y además, de la representación de las modificaciones que producimos en el objeto o en la situación mediante las etapas de la acción. En los movimientos imaginados se conocen bien tales dificultades, y esto lo utilizan ciertos tests de inteligencia. Así por ejemplo se le dice al sujeto: «Imagínate que un caminante se mueve desde un punto A cinco kilómetros hacia el Sur, luego camina 10 km. hacia el Este, luego 10 km. hacia el Norte y por último marcha otros 10 km. hacia el Este, ¿a qué distancia se encuentra del punto A? Análogas dificultades puede plantear a un alumno imaginarse que se fabrica un queso Emmental aun cuando él mismo haya observado su fabricación en una quesería, e incluso cuando durante un experimento de aula lo ha realizado con la orientación del profesor.

Por otra parte, está claro que la realización de una acción por uno mismo sienta las mejores premisas para adquirir la correspondiente representación. Quizá repitamos de este modo un proceso que se produce durante el desarrollo infantil. Piaget afirma que el niño pequeño aprende efectivamente, en un principio, muchos modos de comportamiento y que sólo a la edad aproximada de año y medio es capaz de realizar también interiormente acciones y de representar los objetos correspondientes (Piaget, 1936/1969, págs. 339 y ss.; 1947/1972, pág. 120). Esto parece plausible por los motivos antes mencionados. De ello se deduce que el alumno, especialmente el de enseñanza básica, ha de elaborar acciones nuevas y como veremos, operaciones, en acciones efectivas. Pero también para los de más edad y adultos es válida la regla de que una acción se aprende más fácilmente y se comprende mejor mediante ensayo efectivo, que mediante el mero experimento imaginativo.

El proceso inverso, la transformación de la representación de acciones, en acciones efectivas, resultará fácil cuando el alumno, como acabamos de decir ha pasado desde la acción efectiva, a la representación de la misma. Más difícil le resultará esta transformación cuando sólo haya adquirido la representación de la acción a partir de la observación de ésta y le resultará difícilísima cuando la haya conocido a base de meras descripciones verbales. Esta es la dificultad que plantea la transformación de unas instrucciones para uso en una acción real.

### Parte didáctica Aprender a actuar

En todas las actividades didácticas a las que ha aludido este capítulo, el profesor puede utilizar una de las tres formas mencionadas de enseñanza. Puede contar a los alumnos cómo se construye una central eléctrica, cómo se instala un acuario, cómo está organiza-

do el correo y cómo se hace un dulce navideño. Puede también demostrar todo ello prácticamente y finalmente puede hacer leer un texto en el que se describan las correspondientes acciones y procesos. La forma de dar clase que aquí examinamos aspira a hacer que los alumnos mismos sean los que actúen; el profesor se limita a echarles una mano. Esto significa, pues, que los procesos de estructuración han de ser llevados a cabo por los alumnos con una cierta independencia, para lo cual ha de satisfacerse una primera condición: el joven alumno no puede desarrollar el proceso de estructuración en abstracto, es decir, limitándose a imaginárselo; debe enfrentarse a la realidad concreta y hay que darle ocasión de llevar a término, en la realidad, su proyecto. Aquí no basta con la tiza y el encerado. Hay que construir la central en el cajón de arena, la clase debe hervir la leche y añadirle el cuajo, los acuarios han de instalarse de verdad y también los proyectos de la clase de pequeños tienen que llevarse a cabo de un modo real. Con alumnos más maduros pueden emplearse medios audiovisuales en lugar de la realidad concreta. En estos casos existe la posibilidad de que el profesor vaya fijando constantemente el curso de la acción mediante sencillos esquemas en el encerado. Así, durante la lección irá incluyendo sucesivamente, en un dibujo ya preparado en la pizarra y que representa un valle alpino, el dique y todas las demás partes de la central eléctrica o bien, en un nivel inferior las diversas acciones que se dan al cocer el pan, hacer confitura o lavar, etc., mediante una serie de esquemas, ante los alumnos. Los alumnos de los primeros niveles escolares construirán un curso de acciones representativo, a base de determinados medios auxiliares, tales como recortes en cartulina. De todos modos, hay que tener en cuenta que no se trata ya de realizar una acción efectiva, sino de una representación de la misma, con todas las limitaciones y posibles fallos de lo sólo visto y sólo imaginado.

## PLANTEAR EL PROBLEMA

¿Cómo se logra que los alumnos realicen su empresa buscando y pensando por su propia cuenta? En primer lugar hay que plantear adecuadamente el problema. Ello estriba al pensamiento y lo orienta hacia la meta. Hemos visto cómo se planifican las acciones a partir de la meta. Sabemos también que cuando los alumnos estén interesados por la finalidad de la acción, harán todo lo posible para llevarla a cabo, es decir, pensarán, comprobarán con sentido crítico las correspondientes propuestas, sopesarán su validez, ensayarán si son posibles de realizar y cómo. Quien tiene una meta y no ve aún cómo la podrá alcanzar, tiene un problema. Quien comienza a ver cómo podría resolverlo, tiene un proyecto. La pregunta «¿cómo se podría preparar la leche de modo que se conserve y sea transportable sin instalaciones especiales?» formula un problema. La idea de que se puede conseguir cuajando la leche y pensando el producto, es un proyecto.

Al igual que el problema precisa de solución, el proyecto necesita realizarse. Se trata de un mismo hecho psicológico. En consecuencia, al comienzo de una actividad docente ha de haber un planteamiento vivo de problemas, un proyecto que interese a los alumnos. Es importante que la correspondiente pregunta no ocupe sólo la mente del profesor, sino que sea hecha también por los alumnos, pues es en ellos en quienes ha de

descendenciar y guiar la consiguiente búsqueda y la correspondiente investigación. El profesor hará cuidadosamente, junto con los alumnos, el planteamiento del problema y no lo impondrá ruinarmente como «fijación de una meta» (Ziller, 1876), al principio de la lección. Vale la pena invertir en ello todo el tiempo que haga falta, ya que el resultado compensará con creces el gasto de tiempo y energía. Así, el profesor hablará con los alumnos, antes de construir la central eléctrica, acerca de que en el invierno es especialmente escasa la energía eléctrica («¿por qué?») y que por tanto hay que recoger en ese plazo la mayor cantidad de agua que se pueda, que debe caer sobre las turbinas desde la mayor altura posible, etc. Si el problema queda planteado de un modo claro y vivo, el profesor no tendrá que conducir a la clase como con andaderas, a través de la lección, mediante preguntas muy concretas y alusiones, sino que le podrá permitir investigar por su cuenta, de modo relativamente autónomo, dentro de los límites impuestos por el problema y en la dirección general marcada por él, correspondiéndole tan sólo el papel de poner orden en la actividad mental colectiva y vigilar la realización en cuanto a su contenido.

Desde Ziller (1876) se ha repetido que el planteamiento de problemas ha de estar conectado con el mundo de experiencias del niño. Esto es ciertamente verdad, pero hay que preguntarse qué se debe entender como tal. El mundo de experiencias del niño no sólo incluye el saber que ha ido adquiriendo en su entorno extraescolar. Desde luego, en las clases haremos constantemente referencia a su experiencia cotidiana, cuando venga a cuento, y sabremos también que un profesor inteligente y conocedor de la realidad sabrá percibir en este sentido multitud de ocasiones. Queda, sin embargo, en pie el hecho de que muchos planteamientos de problemas son abordados con gusto por el alumno, aun cuando no estén conectados directamente con su entorno. El problema puede surgir también de la misma lección previa. Ha de ser formulado mediante conceptos y apoyarse en hechos que él conozca, ya los haya conocido en una clase anterior o bien a través de su experiencia extraescolar.

#### PROYECTAR Y REALIZAR LA ACCIÓN

Ya está planteado el problema, se ha creado una expectativa acerca de la solución y se ha marcado el rumbo a seguir en la investigación y la reflexión. La obra puede surgir, la acción iniciarse. La mitad de una clase está reunida, por ejemplo, alrededor de una mesa sobre la que hay una placa eléctrica para calentar la leche, el cuajo y los restos utensilios para la elaboración del queso. La otra mitad de la clase está reunida en torno al cajón de arena en el que ha de construirse la maqueta de central eléctrica, o bien alumnos de más edad tienen ante sí los mapas en los que —con la imaginación— buscan un punto para enlazar una presa en el río y establecer una central eléctrica. O bien, ante la clase está preparado el material con el que ha de construirse el acuario.

Los alumnos proponen lo que hay que hacer. El profesor escucha el primer grupo de aportaciones, sin tomar posición al respecto. Muchas propuestas no son satisfactorias desde el punto de vista práctico y probablemente están presentadas de un modo más o menos desordenado. Primeramente preguntará a los alumnos en qué orden deben realizarse las medidas y acciones propuestas. Una vez establecido el orden y eventualmente

escrito en el encerado, se piensa detenidamente cada detalle y se ajusta a la práctica. Se invita a los alumnos a razonar sus propuestas y señalar los fines que persiguen. Los argumentos aducidos son sometidos a discusión por los demás alumnos: «¿Qué pensáis acerca de lo que propone Federico?» «¿Haríais vosotros también lo que propone Gabriel?» «¿Tiene alguien una idea mejor?» Se lleva a la práctica la mejor de las ideas propuestas, a veces una poco adecuada, que a continuación será reconocida como tal por la clase y corregida. Si la realización es sencilla y no requiere mucha habilidad, será realizada por un alumno; en caso contrario, el profesor trabajará siguiendo las indicaciones de los alumnos. En cuanto se haya completado una etapa parcial, será examinada por todos: «¿Era esto lo que queríamos? ¿Tenía que salir así? ¿Está bien de esta manera?, o, «¿Tenemos que modificarla, mejorarla». «¿Hemos perdido de vista la idea que teníamos y por ello nos ha salido así?»

Aun cuando en la mayoría de los casos sólo algunos pueden actuar realmente, todos están implicados en el proceso de construcción. Mientras que uno actúa, los demás van pensando lo que se va haciendo, observan la construcción con ojos críticos y dan su aprobación o hacen propuestas para mejorar lo hecho. Es preferible realizar la acción individualmente o bien en grupos, aunque al profesor le resulta entonces mucho más difícil controlar el trabajo de todos los alumnos, y puede haber más errores y faltas.

Así pues, la planificación en común de algo que se emprende en clase discurre por las fases siguientes:

1. *Explicación, fundamentación y justificación de la meta.* Las preguntas a plantear aquí son las siguientes: ¿Qué es lo que queremos? ¿Por qué lo queremos? ¿Qué relación hay entre nuestra meta y nuestras restantes ideas y representaciones de la meta?
2. *Juzgar la situación de partida.* ¿Cuál es la situación de partida? ¿De qué medios disponemos? ¿Qué podemos hacer nosotros para resolver nuestro problema, qué pueden hacer los especialistas?
3. *Determinación de los diversos pasos hacia la solución.* ¿Qué acciones parciales hay que realizar cuando proyectamos a partir de la meta? ¿Qué condiciones han de cumplirse? ¿Existen condiciones previamente impuestas? ¿Otras más elementales aún? Y viceversa: ¿Cómo podemos llegar a la meta a partir de la situación dada? ¿Cuáles son los primeros pasos a dar? ¿Cuáles los siguientes?
4. *Juzgar el plan.* Antes de emprender el trabajo, consideremos otra vez el plan en su conjunto. Pensemos si es adecuado para los medios con los que contamos y juzguemos si tenemos posibilidades de alcanzar la finalidad propuesta, de resolver con éxito el problema.

En la realización se da fundamentalmente la secuencia siguiente:

1. Presentación de propuestas.
2. Precisarlas y fundamentarlas por los que las presentan.
3. Juicio de la clase acerca de ellas.
4. Realización por un alumno o por el profesor.
5. Examen, en común, del resultado.

La forma de dar clase que describimos aquí se caracteriza porque los alumnos resuelven un problema casi por sí solos, elaboran de modo relativamente autónomo los conocimientos. Por ello es preciso que determinemos el papel del profesor que guía la tarea. La base para que lo haga con habilidad y ajustando al tema el trabajo de los alumnos, es el conocimiento exacto de las acciones a realizar. Para su preparación, el profesor debe haber hecho y ensayado por su cuenta aquello que los alumnos deberán realizar en clase; así no sólo conocerá el mejor modo de realización, sino que habrá pensado también las posibles variantes y sabrá apreciar las soluciones propuestas por los alumnos y ponerlas al servicio del conjunto.

Durante la realización del trabajo, el profesor se mostrará reservado con su saber. No se trata de que enseñe a los alumnos cómo se hace una cosa, sino de que les deje que sean ellos mismos los que busquen y encuentren soluciones. Ya que sabe exactamente qué es lo que se ha de buscar y qué es lo que se ha de encontrar, está capacitado para orientarles de modo adecuado. Si se ha dejado de tener en cuenta un punto importante o si hay que reflexionar acerca de otros motivos y consecuencias, les guiará mediante preguntas e indicaciones.

Un comportamiento así no resulta fácil para ciertos profesores. Deben aprender a reservarse su alocuación, para dar a los estudiantes ocasión de pensar por su cuenta. Por otra parte, este modo de proceder no les dispensa en modo alguno de pensar con todo cuidado las ideas que expondrán los alumnos; pues sólo así le será posible llamar la atención de éstos sobre todos aquellos puntos que han de ser tenidos en cuenta. Naturalmente, el profesor no debe imponer obstinadamente el concepto previsto por él, o la vía de solución que considera correcta. Debido precisamente a que ha reflexionado acerca del tema desde todos los puntos de vista, se halla en disposición de adaptarse a propuestas que se desvían del camino previsto, en caso de que algún alumno aporte una idea inesperada y original. La experiencia muestra que es precisamente el profesor bien preparado el que acepta las propuestas de los alumnos de modo más flexible que el medianamente preparado, pues este último, en su inseguridad, se aferrará a sus convicciones, de las que no se atreverá a apartarse. Esto hay que recordárselo a los colegas que piensan que el principio de autoactividad de los alumnos les dispensa de asimilar previamente y con detalle la materia en cuestión y pensar por su cuenta en la labor a realizar.

#### INTERIORIZAR LA ACCIÓN

Son muy pocas las lecciones en las que se desea aportar al alumno habilidades prácticas. Aunque existen fallos en este aspecto, por regla general adquiere algún saber. Siempre se formará representaciones más precisas y vivas de las obras de los hombres, de sus acciones y empresas, cuando sea él mismo el que las construya y realice, y por ello le dejaremos que lo haga. De todas formas, este modo de proceder es algo más que una maniobra didáctica. La investigación psicológica del proceso de interiorización ha mostrado que es lo que significa tener la representación de una actividad; es poder realizarla interiormente. Saber cómo se hace un dulce navideño no significa sino poder llevar a cabo interiormente, es decir, representándose las, las actividades para lograrlo. Con ello queda

señalado el modo de proceder tras la elaboración práctica de un esquema de acción. El alumno debe formarse la correspondiente representación, interiorizando la acción.

Nosotros preparamos este proceso, no limitándonos a manejar al alumno, sino haciéndole decir siempre, previamente, qué es lo que piensa hacer. Su expresión verbal a este respecto ha de basarse en la *representación* de lo que intenta hacer. De todos modos, la situación concreta de partida sirve como apoyo de la representación. El alumno no tiene que imaginarse todo el valle alpino con sus glaciares, campos nevados y torres, sino que ya está preparado por el profesor o por otros compañeros antes de la clase, cuando se inicia la reflexión acerca de la utilización de los saltos de agua. Asimismo, en los otros ejemplos, cuando el estudiante busca con su imaginación soluciones para el problema planteado, puede basarse en la parte de realidad concretamente presente en que se desarrollará la siguiente tarea.

La *primera etapa de la interiorización* se inicia después de terminar las actividades prácticas. El primer periódico de la clase ha salido, la central eléctrica está levantada, el acuario está instalado, se ha construido la oficina de Correos. Entonces, junto con la clase, contemplamos de nuevo la labor realizada (*consideración retrospectiva de la tarea realizada*). Repasamos con nuestro pensamiento todas las acciones, es decir, las recapitulamos interiormente. El proceso de representación se apoya sobre lo contemplado. La obra concretamente presente recuerda las fases de su elaboración. Solicitamos del alumno que informe nuevamente sobre las diversas tareas que se han llevado a cabo en el transcurso de la realización. Así se ofrece al mismo tiempo una oportunidad de prestar la atención que merece a la expresión verbal, algo descuidada quizá en el ardor del trabajo práctico. Les pedimos, pues, una exposición oral precisa y correcta de las tareas hasta ahora realizadas. Esta exposición puede resumirse en la pizarra y sirve para la posterior fijación por escrito de lo que se ha hecho. Las distintas fases o partes de la obra común quedarán probablemente fijadas en uno o varios esquemas. Sobre esta base y sin ver la obra concreta, el alumno ha de poder exponer el procedimiento. Con ello se alcanza la *segunda etapa de la interiorización* de la acción: el alumno se imagina el curso de la acción basándose sólo en una imagen de una o varias fases del proceso. En *tercer* y *último término*, el alumno deberá ser capaz de reproducir las acciones que se han llevado a cabo, sin ningún apoyo perceptivo y a partir de la mera representación. Con ello alcanza su estado final el proceso de interiorización. El alumno está ahora en condiciones de realizar, sólo con arreglo a su representación, aquellas acciones que en un principio llevó efectivamente a cabo y dar cuenta de ellas mediante el lenguaje.

En el proceso de interiorización, el estudiante se ve también en la necesidad de reparar mentalmente varias veces una cosa y hacérsela así presente de modo reiterado. Con ello se alcanzan al mismo tiempo otras dos finalidades: por una parte grabar mentalmente el tema mediante la repetición, al mismo tiempo que obtiene acerca del mismo aquella visión global que integra en una unidad los múltiples elementos de la representación. Al final, no sabe sólo lo que él mismo ha realizado, sino también lo que hacen otras personas; no solamente lo que sucede en un determinado lugar del mundo, sino lo que sucede en muchos lugares, siempre de nuevo, como solución de determinados

problemas. Cuando se entiendan y se lleven a cabo proyectos de este modo, cuando penetren en nuestras escuelas unas actividades animadas por este espíritu, no se podrá decir ya que en un sitio se forman los teóricos, mientras que en otro se forman los prácticos. Entonces, en ambos lugares se formarán prácticos que piensan y pensadores prácticos. Y si a través de esta actividad encuentran placer en aprender a colaborar juntos de un modo humano, habremos formado al mismo tiempo hombres.

FINAL. SABER COMPRENDIDO  
ACERCA DE ACCIONES

En las reflexiones precedentes se ha puesto en claro que actuar es algo más que una habilidad fija. Aquí no se trata de inculcar al alumno cualquier tipo de habilidades manuales. Una persona práctica no es solamente alguien que posee «destreza». También posee un cerebro hábil. Una persona práctica entiende lo que hace. Sabe con qué fin va realizando las distintas etapas de un curso de acción y por qué resultan adecuadas para alcanzar las metas parciales. Posee asimismo una visión de conjunto acerca de la eficacia común de las diversas medidas, en cuanto a la consecución de la meta final. Ve claramente la estructura de su actuación.

Los esquemas de acción no son maniobras, ni el saber acerca de la acción es un saber inculcado a base de mera rutina. El saber acerca del propio actuar, que intentamos transmitir, no es ajeno al saber teórico, y *viceversa*: el saber teórico, del cual trataremos más adelante, sirve al saber acerca de la acción. Esto se advierte cuando tenemos en cuenta lo que nuestros alumnos aprenden cuando han llevado a cabo y pensado bien el experimento de la fabricación del queso, o bien cuando han construido con el profesor una central eléctrica en el cajón de arena. El saber que persiste entonces en el alumno supone mucho más que el recuerdo de una secuencia de actividades prácticas. Al final, tendrá ante sus ojos toda la estructura de un proceso de mejora de la economía agrícola. Este proceso está ordenado en interrelaciones económicas, históricas y biológicas. Y lo mismo sucede con la central eléctrica: se trata de un trozo de realidad física, técnica y económica un trozo de *saber acerca del mundo*.

8. FORMA BÁSICA 7:  
CONSTRUIR UNA OPERACIÓN

En el capítulo anterior hemos visto cómo se reflexiona sobre un curso de acción y cómo se va formando, junto con los alumnos, su representación. En este capítulo no tratamos ya de acciones, sino de operaciones, de su construcción y de su interiorización para formar representaciones. Es decir, se trata del pensamiento matemático. Este consiste, como hemos visto, en algo más que calcular. Se trata de un pensamiento que consiste de modo abstracto la realidad y el propio obrar (Aebli, 1980, págs. 209 y ss.). ¿Surge así una fuerza completamente nueva en la imagen de la vida mental? ¿Hemos de imaginarlo como el reflejo de un cielo de ideas matemáticas en el alma humana? ¿O bien pueden abstraerse de las cosas conceptos y operaciones de índole matemática cuando sólo se las considera correctamente? En el presente libro no adoptamos ninguna de estas actitudes. Creemos que el pensamiento matemático ha partido del quehacer práctico y del establecimiento de relaciones concretas dentro de la realidad, y que también este desarrollo ha de ser recorrido de nuevo en la experiencia de cada niño. Por ello, al capítulo sobre la elaboración de esquemas de acción sigue otro sobre la construcción de operaciones. Pues las operaciones son los descendientes abstractos de los esquemas de acción y éstos a su vez, son sus predecesores concretos.

Parte psicológica  
De la acción, a la operación

LAS OPERACIONES SON  
ACCIONES ABSTRACTAS

El concepto de operación ha sido introducido en psicología por Piaget (véase sobre todo Piaget y Szeminska, 1941/1965; Piaget, 1947/1972; Piaget e Inhelder, 1948/1971 y Piaget, Inhelder y Szeminska, 1948/1971). Anteriormente se habían entendido por operaciones matemáticas de la forma  $a \circ b = c$ , siendo el signo « $\circ$ » válido tanto para las operaciones matemáticas fundamentales (adición, sustracción, multiplicación y división) como para la realización consecutiva de dos operaciones espa-

ciales (por ejemplo, rotaciones parciales de un polígono regular) o de dos permutaciones de una cantidad de objetos (por ejemplo: *abc* — *bca* y *bca* — *cab*) (Baumgartner, 1964).

¿Cómo llegó Piaget a adoptar este concepto matemático en psicología? Detrás está la tentativa de no considerar, en el pensamiento del hombre, a las asociaciones como únicos nexos de unión entre las diversas ideas («*tour Eiffel-París*», «*Novena Sinfonía-Beethoven*», «*Adán-Eva*», «12-144»). Junto con los psicólogos de la *Gestal*, Piaget parte de la idea de que el hombre establece conexiones claras entre sus conceptos y sus representaciones: «La torre Eiffel es un símbolo de París», «La Novena Sinfonía fue compuesta por Beethoven», Adán y Eva fueron los primeros seres humanos», «12 elevado a la segunda potencia es 144». Así pues, Piaget considera que entre las representaciones y los conceptos del pensamiento existen relaciones cualitativas, «relaciones objetivas» como las denominó el psicólogo alemán Selz (1913/1922).

Pero detrás de la idea de operación existe un segundo pensamiento. Para Piaget, el pensamiento matemático surge a partir de la acción: la adición, de juntar cantidades; la sustracción, de retirar; la multiplicación, de tomar repetidas veces una misma cantidad; la división, de retirar repetidas veces una misma cantidad a partir de una cantidad total o bien de distribuir una cantidad total en un determinado número de partes iguales (Piaget, 1947/1972).

¿Cómo sucede esto? En este punto no ve Piaget muy claro. En ocasiones destaca la interioridad de la operación: las operaciones señalan acciones internalizadas; otras veces destaca la movilidad: las operaciones son reversibles, y otras veces hace resaltar el hecho de constituir las operaciones sistemas: las cien operaciones de la multiplicación  $1 \times 1, 1 \times 2, \text{etc.}$ , la considera como un sistema así, ya que entre las diversas operaciones existen evidentemente múltiples y diversas relaciones.

Nosotros proponemos un enfoque más sencillo, pero que se aproxima al de Piaget en cuanto a sus resultados. Entendemos las operaciones como acciones abstractas. Creemos que a partir de una acción se puede formar una operación en la mente del que actúa, cuando considera abstractamente su propio obrar. Los siguientes ejemplos ilustrarán esta idea.

*Primer ejemplo:*  
*una clase actúa con periódicos confeccionados por ella misma*

Como hemos señalado en el capítulo anterior, una clase ha hecho un periódico. Para ello se realizaron prácticamente las siguientes acciones: un alumno fue a comprar el papel, apartó la cantidad necesaria y tomó para su propio uso las hojas no utilizadas. Una vez confeccionados los periódicos se distribuyeron, ingresó dinero en caja. Al final hubo que devolver su anticipo al proveedor del papel. Esto dio lugar a la siguiente pregunta: ¿qué ha sucedido aquí desde el punto de vista contable?

Para averiguarlo, los alumnos reconstruyen las acciones realizadas, desde la perspectiva de las cantidades y los precios. La reconstrucción sólo tiene en cuenta las cifras que aparecen y sus proporciones:

Una hoja de un periódico de ocho hojas costó 5 pfennig, el papel para todo el periódico, por tanto, 40 pfennig. Se confeccionaron 110 ejemplares. Para el papel se gastaron por tanto 44 marcos. Esto es también lo que el comprador del papel había adelantado.

Todo el restante material era gratis, 25 ejemplares se reservaron para el propio consumo y 83 pudieron venderse, de los cuales 30 a adultos ajenos a la escuela, al precio de 0,70 marcos, ocho a profesores, a 0,50 marcos, 45 a alumnos de otras clases, a 0,30 marcos. Los alumnos ganaron por tanto  $30 \times 0,70$  marcos +  $8 \times 0,50$  marcos +  $45 \times 0,30$  marcos. Esto hace un total de 38,50 marcos, faltando por tanto  $44,00 - 38,50$  marcos = 5,50 marcos, que han de abonarse además al comprador.

Si para mayor simplicidad imaginamos que todo el curso de la acción ha sido llevado a cabo por un solo alumno y que éste ha repasado las cuentas, podemos decir lo siguiente: lo que en un principio constituía una acción compleja, se convierte, para la reflexión, en una secuencia de operaciones. Al comprar el papel, en la confección y distribución del periódico ha sucedido mucho más que lo que luego es introducido en la cuenta: se transportaron pilas de papel, se imprimieron, se formaron nuevas pilas de papel, se distribuyeron, se promocionaron y finalmente fueron vendidas, es decir, cambiadas por dinero. Cuando los alumnos se limitan a echar cuentas, es decir, a realizar las operaciones mencionadas, no toman en consideración la mayor parte de los aspectos de este complejo hecho. Realizan, pues, un proceso de abstracción a partir del esquema de acción. Piaget (Piaget e Inhelder, 1948/1971) habla de «abstracción a partir de la acción». Lo que queda es una acción abstracta a la que llamamos «operación». Frente a la pérdida de concreción, se da una ganancia esencial. Desde el punto de vista elegido, el curso de la acción se ha hecho transparente.

*Segundo ejemplo:*  
*los niños de primero descubren la medición*

Nuestro segundo ejemplo se basa en un experimento de Piaget (Piaget, Inhelder y Szeminska, 1948/1971, capítulo II). Los psicólogos ginebrinos hicieron construir torres de la misma altura a niños de edades comprendidas entre los cuatro y los diez años. Procedieron para ello del modo siguiente: sobre una mesa normal había una torre de unos 60 cm. de altura ( $T_1$ ) formada por bloques de madera con la misma base, pero de distinta altura. Los pequeños disponían de un gran número de bloques de madera iguales entre sí. La tarea a realizar consistía en construir sobre una mesita más baja, una nueva torre ( $T_2$ ) de la misma altura que la torre modelo. La primera torre no podía ser movida ( $T_1$ ), pero aparte de esto estaban permitidas todas las construcciones auxiliares posibles.

Aquí vamos a considerar sólo las reacciones de los niños, de una edad aproximada de siete años. Construyeron con los bloques una torre auxiliar  $M$  junto a  $T_1$ , y al hacerlo así, tuvieron en cuenta que fuese de la misma altura. Transportaron la torre auxiliar a la mesita. Luego construyeron junto a  $M$  la torre  $T_2$  que se les había pedido, teniendo también en cuenta la altura.

Aquí se trata, una vez más, de un curso de acción práctico y complejo. Los niños manejaban bloques de madera. Cuando se coloca sobre la mesita la torre auxiliar, surgen problemas de equilibrio que requieren gran cuidado y habilidad. Luego sigue otra fase de construcción. Cuando los alumnos habían concluido nos miraban a los psicólogos con



orgullo: «Ahora he terminado una torre de la misma altura.» Salta a la vista una acción práctica concreta, con todas las exigencias que resultan de la índole del material y de las circunstancias de la realización de la acción.

Pero en esta acción se encierra una reflexión, una sencilla estructura, que se puede formular del siguiente modo:

$$\begin{aligned} T_1 &= M \\ M &= T_2 \\ \hline \text{de donde } T_1 &= T_2 \end{aligned}$$

El niño no puede expresarse de un modo tan formal, pero este es evidentemente su razonamiento. Este proceso abstracto es a lo que llamamos operación: la primera torre es de la misma altura que la torre auxiliar y ésta a su vez, es de la misma altura que la segunda torre y por tanto es exactamente de la misma altura que la primera.

¿Cuándo tuvo lugar, exactamente, esta operación y cómo la pensó (se la representó) el alumno? Aquí se plantean multitud de cuestiones difíciles, en parte no resueltas aún, en parte también discutibles, de índole psicológica. Aquí diremos tan sólo que en el curso de la reflexión pudo darse un momento en el que el alumno se dijo: «Construyo una torre auxiliar de la misma altura que  $T_1$ , la transporto a la mesita y luego construyo  $T_2$  de la misma altura que  $M$ . Se trataría aquí de un plan de acción verbalizado y en el que estaría ya contenido el principio de la solución. El alumno habría podido llegar también a la solución por ensayo y error. Podría haber comenzado, por ejemplo, construyendo  $M$  junto a  $T_1$ , habría visto la igualdad entre ambas y se habría representado luego a  $T_2$  junto a  $M$ , sobre la mesita. Quizá se le habría ocurrido incluso la idea cuando hubiese colocado a  $M$  sobre la mesita, pero el director de la prueba le dijo que no estaba satisfecho con  $M$  como solución, ya que no se debía transportar  $T_2$ . La respuesta interior habría sido entonces: «Pues construiré otra vez una torre,  $T_2$  que sea igual de alta que  $M$  y  $T_1$ .»

En el primer caso la operación habría sido verbalmente pensada, en el segundo caso, de modo visual. Basándonos en Bruner (1966/1971) podríamos también decir que el niño se ha representado, en el primer caso, la operación simbólicamente, es decir, con el medio que supone la verbalización interior, mientras que se la hace presente, en el segundo caso mediante imágenes. Pero en ambos casos se trata de la misma operación, si consideramos su estructura. Su expresión abstracta la hemos dado mediante la fórmula  $T_1 = M$ ,  $M = T_2$ , y por tanto  $T_1 = T_2$ . El lógico hablará aquí de una conclusión transitiva.

Tercer ejemplo:  
se buscan en la bodega 5 x 4 botellas de limonada

Cristina, de ocho años de edad, va a buscar a la bodega botellas de limonada, para una fiesta infantil. Pero sólo puede transportar 4 de una vez, y hacen falta 20. Cristina tiene que bajar por tanto a la bodega cinco veces hasta tener las 20 botellas. Denomina-

mos a lo que hace Cristina una acción de transporte repetida. Pero esto implica una estructura que la niña es capaz de advertir: «Cojo cada vez cuatro botellas, hasta que tenga las veinte. Así es que tengo que ir cinco veces. Entonces tendré 5 x 4 botellas = 20 botellas.»

En este ejemplo podemos observar algo nuevo. Existe naturalmente una acción, no acompañada por una toma de conciencia acerca de las interrelaciones numéricas. Un niño puede coger y transportar cada vez 4 botellas, sin ser consciente de que se trata del mismo número de botellas (puede ser que, sencillamente, coja tantas botellas como sea capaz de transportar). Pero también es posible que sea consciente de ello: «Cojo cada vez cuatro botellas». Y es posible además que cuente cuántas veces camina, transportando cada vez 4 botellas. Y por último cabe también imaginar que controle cuántas botellas hay después de cada paseo, para dar por terminada la acción cuando tenga ya las 20 botellas deseadas. Así llega el niño desde la acción, a la operación. Operar significa, por tanto, actuar dándose cuenta de las correlaciones.

ESTRUCTURA INHERENTE A LA ACCIÓN

Toda acción posee su estructura. Decimos, igualmente, que la estructura es inherente a la acción, que «vive en su interior». Cuando la acción transcurre como automatismo, al que actúa no es consciente de la estructura, pero la consciencia puede acompañar a una acción efectiva, y entonces decimos que el que actúa sabe lo que hace, es consciente de las correlaciones dentro de su actuación y con el entorno de la misma. Las operaciones no son procesos del pensamiento que acompañen al actuar, es decir, que transcurran a su lado; las acciones se convierten en operaciones cuando el que las realiza es consciente de las relaciones inherentes.

De todos modos, las acciones prácticas suelen requerir tanta atención que resulta difícil llevarlas a cabo dándose cuenta al mismo tiempo de las correlaciones numéricas inherentes (así como de las correlaciones espaciales). De aquí la importancia de los sistemas de signos a los que traducimos las acciones. Con los signos podemos expresar las relaciones que existen dentro de las acciones y entre sus objetos, y podemos proceder con los signos del mismo modo que con los objetos reales. Se hace así posible destacar mucho más claramente las correspondientes relaciones y darse más cuenta de ellas, es decir, obtenerlas conscientemente.

Esto es lo que puede verse en los tres ejemplos siguientes: la elaboración colectiva de un periódico es tan complicada que parece imposible abarcar todas las interrelaciones cuantitativas y realizar una aportación activa teniéndolas en cuenta. Sin embargo, las cosas se aclaran sobre el papel. Así, todo el mundo puede comprender cómo son las interrelaciones económicas en el conjunto de la actividad. Lo mismo sucede en el caso de las tres torres: hay niños pequeños que ni siquiera cuando se realiza delante de ellos la doble construcción, se convencen de que  $T_1 = T_2$ . Tienen lugar muchas cosas de índole práctica que les distraen en la reflexión. Pero ya la simple formulación verbal les ayu-



da. Si un niño puede decir: «La primera torre es igual de grande que la segunda y la segunda es igual de grande que la tercera», es muy probable que pueda llegar también a la conclusión siguiente: «La primera es igual de grande que la tercera». Esto mismo vale para el ejemplo de las 5 x 4 botellas de limonada que Cristina va a buscar a la bodega.

Al reflejar la realidad con ayuda de sistemas de signos, se aclaran de tal modo las correlaciones que muchos matemáticos, psicólogos y didactas han entendido las operaciones matemáticas, en general, sólo como relaciones entre signos. Constituye un mérito de Piaget haber reconocido que en una acción se produce también una operación, cuando se realiza dándose cuenta de las relaciones inherentes.

Y para concluir queremos decir algo acerca del concepto de «darse cuenta». ¿Qué significa realizar una acción *dándose cuenta* de las correlaciones inherentes a ella? Aquí se plantea una de las más difíciles cuestiones de la psicología: explicar qué significa exactamente «darse cuenta» o «tomar conciencia» de una relación. No podemos resolver aquí esta cuestión, sino sólo aludir a la respuesta: nos damos cuenta de aquello a lo que dirigimos nuestra atención. Esta opinión ha sido representada recientemente, sobre todo, por el psicólogo cognitivo americano Neisser (1976/79) y es también la nuestra.

Ahora podemos definir el concepto de operación:

*Una operación es una acción efectiva, representada (interior) o traducida a un sistema de signos y en cuya realización, el que actúa dirige exclusivamente su atención a la estructura que va surgiendo. En resumen, podemos afirmar: una operación es una acción abstracta.*

Puede advertirse que en esta definición no decimos nada acerca de la movilidad y la sistematización de las operaciones. No dudamos que existan operaciones móviles y constitutivas de sistemas, pero opinamos que resulta difícil determinar qué grado de movilidad hay que alcanzar para poder hablar de una operación. Resulta igualmente difícil definir las exigencias que deben satisfacer los sistemas para reconocer como tales a las operaciones constituyentes. Piaget, de todos modos, ha planteado tan altas las exigencias que operaciones clásicas, como la sustracción con números naturales, no quedan ya incluidas en su definición de operación, y asimismo la exigencia de reversibilidad resulta difícil de satisfacer en muchas operaciones geométricas. Opinamos, sin embargo, con Piaget, que el hecho de dirigir la atención a la estructura tiene como consecuencia que las operaciones se hacen cada vez más móviles y pueden constituir sistemas de creciente complejidad (Aebli, 1978).

BIENJOS DE FORMACIÓN DE OPERACIONES

¿Cómo llega un niño a aprender una nueva operación? Si acción y operación están tan íntimamente unidas como hemos visto, se han de llevar del mismo modo el logro de la acción y de la operación. De hecho, nuestra tesis es que, tanto en una como en otra, hay formación y diferenciación, y que al final de ambos procesos han de tener lugar una consolidación y una aplicación. La meta del operar es, sin embargo, distinta de la del actuar. Mientras que este último busca un efecto práctico, operar aspira a un conoci-

miento. Lo expresamos en el resultado de la operación. Al afirmarlo así, hacemos una afirmación sencilla acerca de unas relaciones complejas. En aritmética se advierte ya esto por el hecho de que el resultado es un simple número, mientras que el correspondiente cálculo supone una compleja conexión entre, por lo menos, dos números. Así pues, la tarea a realizar puede ser  $3 + 4$ , ó  $28: 4$ , ó  $\sqrt{5^2 + 3 \times 2^2}$ : el resultado es siempre 7. En todos estos casos se puede afirmar que el valor de la conexión numérica indicada es siete. Esta es la diferencia entre interés de acción e interés de conocimiento: el primero aspira a un efecto práctico y el segundo —al menos en las ciencias exactas— a la visión simplificada y aclarada de un hecho complejo o de un complejo estado de cosas.

¿Cómo aprende el niño una nueva operación? No puede tratarse de un proceso de condicionamiento, como sucede al domar un animal. Los procesos de aprendizaje son de índole estructural. Se realizan en dos etapas: en la primera se realiza la conexión exigida y en la segunda, el alumno considera la «estructura conectiva» (Aebli, 1980, págs. 228 y ss.) y hace una nueva observación. Por regla general proporciona una simple cifra que caracteriza a la estructura de la conexión. La totalidad de la operación se lleva a cabo con elementos que figuran en el repertorio del que aprende. Construye la nueva operación con elementos conocidos. Mostraremos esto mediante un sencillo ejemplo: una suma o una multiplicación elementales.

Los alumnos de primer curso han de aprender que  $4 + 3 = 7$ . Pueden contar; en su repertorio tienen por tanto la operación de la ordenación uno por uno de los miembros de la serie numérica a los objetos a contar. Disponen asimismo de la operación de unión de cantidades.

El profesor desea ahora saber cuántos objetos se tienen cuando se colocan juntos cuatro objetos y otros tres. Más adelante se designará esto como «la tarea» y se escribirá del modo siguiente:

$$4 + 3 = ?$$

Para convertir la tarea en auténtico problema, los alumnos deben disponer de un gran número de objetos que se puedan contar; así, por ejemplo, 20 discos de cartón que representen dulces o pasteles.

Entonces, cuenta 4 discos y los coloca ante él:



Se trata por tanto para el alumno, seguramente, de una operación conocida. Hace lo mismo con otros tres discos



A continuación sigue otra fase. Ha de unir ambos grupos. Si los considera como meras cantidades, formará sencillamente el conjunto siguiente:



Pero ahora debe aprender a construir una estructura conectiva que resulte adecuada para la posterior elaboración *enumerativa*. Se constituye colocando la segunda serie de objetos a continuación de la primera:



Esta es la estructura conectiva que surge a partir de la tarea  $4 + 3$ . El alumno la puede producir fácilmente, ya que se trata de la misma secuencia que obtuvo con los 4 discos y los 3 discos. Ésta es la primera tarea al construir una nueva operación: la obtención de la nueva estructura conectiva.

La segunda tarea es fácil de resolver para el alumno, pues está preparada ya por las acciones realizadas. La pregunta es la siguiente: «¿Cuántos discos hay en total?» El niño evoca de nuevo, a partir de su repertorio, una operación que le es ya conocida. Se denomina «contar» o «enumerar». Enumera la estructura conectiva y llega al resultado «siete». Sucede entonces algo importante: el disco que al contar el segundo grupo (el de color blanco) era el primero, se convierte en el 5, el segundo de los discos blancos se convierte en 6 y el tercero, en 7. El alumno que ha comprendido esto ha adquirido un sólido concepto de la adición. También al que se le escapa esta última reflexión, pero que ha realizado razonadamente las demás etapas de la construcción, posee un claro concepto de la suma. Esto será útil al resolver tareas aplicadas. La figura 10 resume el proceso.

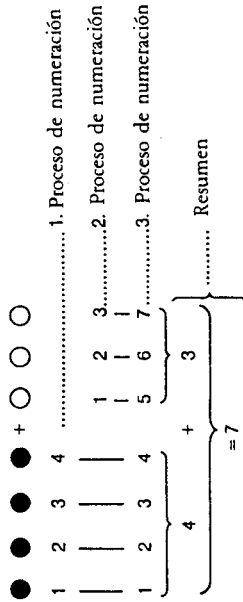


Fig. 10. Construcción de la suma elemental  $4 + 3 = 7$  a partir de la unión de cantidades y la coordinación de tres procesos numéricos.

Pasemos a exponer ahora brevemente la multiplicación relativa a las botellas de limonada. Las operaciones parciales que ha de extraer Cristina de su repertorio son las siguientes: contar 4 botellas; hacer esto varias veces, contar cuántas veces se han contado 4 botellas y se han formado grupos. Contar las botellas. La figura 11 muestra la estructura conectiva.

Puede advertirse la importancia de la formación de grupos. En inglés americano se designan a estas unidades de orden superior como *chunks*. La prestación decisiva es la enumeración de los grupos que anteriormente se había obtenido contando las unidades. Se trata por tanto de un recuento de unidades de orden superior, un recuento de *chunks*

o fragmentos. (La construcción de la operación puede realizarse también a partir de la operación de suma. Entonces se contarán, sencillamente, cuántos grupos de 4 botellas se han sumado.)

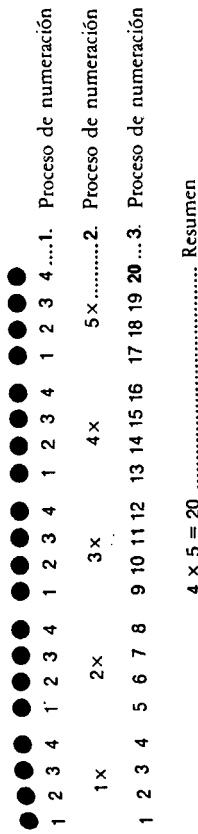


Fig. 11. Estructura conectiva de la multiplicación y construcción de esta operación a partir de 3 procesos de recuento.

*Cálculo de la superficie del rectángulo y del número «pi» (π)*

Como ejemplo de dos operaciones algo más complejas vamos a considerar el cálculo de la superficie del rectángulo (Aebli, 1951/1973) y el número «pi». En ello no desatcaremos especialmente las estructuras conectivas y la determinación del resultado, sino que insistiremos más sobre la construcción de la nueva operación a partir de operaciones conocidas. La primera idea que hemos de establecer aquí juntamente con los alumnos es la de medición de una superficie. Se trata nuevamente de una comparación: la establecida entre la superficie a medir y la unidad de medida, representada aquí por un cuadrado de la magnitud adecuada ( $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ , etc.). El alumno posee en su repertorio la idea de «cubrir»; para medir una superficie, va cubriéndola sucesivamente con el cuadrado de medida y cuenta cuántas veces lo incluye. (Esta aplicación —o transporte— repetido de la medida y el recuento de las posibles aplicaciones va más allá de la operación elemental de medida realizada con las torres). En esta última operación, la medida era del tamaño que las magnitudes a medir (no es preciso aplicar repetidas veces la medida y contar).

Luego intenta hallar el mismo resultado cuando conoce sólo la longitud y la anchura del rectángulo. Contempla un rectángulo, sobre el que se ha ido poniendo el cuadrado de medida y ve un enrejado: el dibujo formado por los cuadrados aplicados (figura 12).

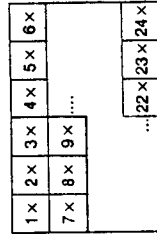


Fig. 12. Operaciones de medida de la medición de superficies. La superficie a medir es cubierta sucesivamente con cuadrados de medida y se cuenta el número de cuadrados.

La *Gestalt*: el todo es más que las partes que lo componen. Cada operación parcial es conocida por el alumno, pero lo nuevo es el modo como se unen. Construir una nueva operación significa, por tanto, reordenar, de un modo nuevo, operaciones conocidas. La idea de la nueva operación está esquemáticamente anticipada en el problema. El acto mental decisivo es un acto de síntesis, en virtud del cual son conectadas en una nueva *Gestalt* operativa las operaciones parciales conocidas. Esta síntesis requiere inteligencia. El alumno débil es capaz, desde luego, de realizar las operaciones parciales, pero no lo es de verlas como una nueva totalidad. Es como si le entregásemos más manzanas de las que puede tener en las dos manos; algunas se le escapan.

Ahora comprendemos también cómo se forman operaciones que son construidas, no simultáneamente a la correspondiente acción sino sólo considerándolas retrospectivamente; así, por ejemplo, en el caso de las 4 botellas que la niña coge cada vez, en 5 ocasiones, de la bodega. Su modo de proceder primario es simple: después de cada viaje cuenta las botellas y baja al sótano las veces necesarias para recoger 20 botellas en total. Aquí no se trata aún, naturalmente, de una multiplicación, pero retrospectivamente puede darse cuenta de estas relaciones. Tiene ante sí, por ejemplo, 5 filas de 4 botellas cada una. En cada grupo de 4 ve uno de sus paseos a la bodega. Se dice: «He cogido cada vez cuatro botellas, hasta que fueron veinte. Aquí hay cinco grupos de cuatro botellas cada uno. He traído  $5 \times 4 = 20$  botellas.» En esta construcción se da una *reconstrucción*. La consideración retrospectiva de la acción proporciona al alumno una comprensión de la estructura existente dentro de la acción. La operación surge a partir de la acción concreta. El alumno conoce su núcleo de referencia, su estructura.

Al mismo tiempo se advierte aquí el papel que desempeña la abstracción. Al reconstruir mentalmente las interconexiones no es preciso que el niño se represente todos los detalles de los actos concretos. Abstrae, por tanto, a partir de los detalles correspondientes al transporte de botellas, de la compra, de la impresión del periódico y de su venta. Considera ahora las relaciones cuantitativas dentro de este hecho.

CODIFICACIÓN SIMBÓLICA DE LA OPERACIÓN

Una vez construida una operación, no queda cerrado el proceso de aprendizaje, especialmente cuando la construcción se ha realizado de un modo concreto-perceptivo. La operación ha de poderse realizar seguidamente de un modo también independiente de los hechos concretos, de un modo puramente «imaginativo». Es necesario también que el alumno automatice determinadas operaciones, es decir, que aprenda a realizarlas de un modo seguro y sin tropiezos.

Para lograr ambos procesos, la interiorización y la automatización de la operación, tiene que darse un proceso fundamental de traducción: su traducción a un modo de proceder mediante signos. Hablamos de la codificación simbólica de la operación. Un *código* es un sistema de signos al que se pueden traducir significados. Las notas representan un código de tonos, los signos de la escritura, las señales de Morse, pero también los surcos en un disco son un código de sonidos. (No se pueden leer visualmente los surcos

Luego reconoce en esta retícula una estructura conocida: cuatro tiras, cada una de las cuales contiene seis cuadrados. Esto no es nada nuevo: con frecuencia ha formado tiras y filas con los mismos elementos. Sigue otra reflexión: en esta tira se puede contar, por una parte, los cuadrados. Así se advierte que cada una contiene seis cuadrados. Pero también se pueden contar las tiras como totalidad, son cuatro (quien ha visto tiras verticales ha contado 4 cuadrados por tira y 6 tiras completas). Este recuento de grupos y de elementos en los grupos le es muy familiar, pues es lo que se ha hecho para llegar a la multiplicación. Reconoce por tanto la estructura clásica de la multiplicación: 4 tiras de 6 cuadrados cada una, lo cual hace 24 cuadrados de medida, o por ejemplo,  $24 \text{ cm}^2$ . En resumen:  $4 \text{ cm (ancho)} \times 6 \text{ cm (longitud)} = 24 \text{ cm}^2$  (superficie) o en términos algebraicos:  $1 \times a = S$ .

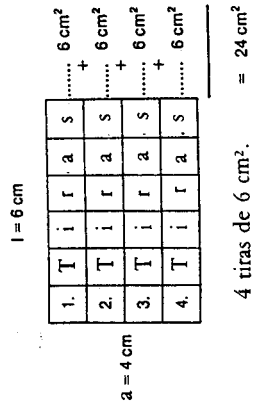


Fig. 13. Construcción del cálculo de la superficie del rectángulo. En el enrejado advertimos cuatro tiras horizontales de 6 cm<sup>2</sup>; la superficie contiene por tanto  $4 \times 6 \text{ cm}^2 = 24 \text{ cm}^2$ .

De idéntico modo llegamos al número «pi». Tras este número hay una operación de medida. Transportamos el diámetro al perímetro de la circunferencia y contamos el número de aplicaciones posibles. Se puede aplicar algo más de tres veces el diámetro a la periferia. La medición exacta da la cifra de 3,14... veces. «Pi» no es un número que haya que fijar sencillamente en la memoria. Es el resultado de una operación que hace tiempo que se posee y que se aplica sin más a una nueva situación: el círculo con su diámetro y su perímetro.

RASGOS GENERALES DE LA CONSTRUCCIÓN DE UNA OPERACIÓN NUEVA

Formulado de un modo psicológico general se puede decir que obtenemos nuevas operaciones partiendo de operaciones ya conocidas. El punto de partida es un problema, es decir, un proyecto operativo general. Dentro de su ámbito construimos la nueva operación a partir de elementos de construcción conocidos. ¿No es entonces completamente nueva? Sí lo es, pues la *ordenación*, el modo de conectar entre sí las operaciones conocidas, es nuevo. Nos encontramos otra vez con la conocida máxima de los psicólogos de

de un disco, pero el tocadiscos los «traduce» a sonidos que podemos oír. El lenguaje hablado natural es también un código.

El lingüista ginebrino *De Saussure* (1916) ha distinguido tres grandes grupos dentro de los signos: los símbolos, los signos propiamente dichos y las señales. Los *símbolos* son similares en su significación. Se les reconoce como signos no verbales en estaciones y aeropuertos: un cigarrillo encendido para el departamento de fumadores, un baúl en un cuadrado para la consigna, etc. Un *signo* no se parece a su significado. Es arbitrariamente elegido, y para conocer su significado hay que haberlo aprendido y fijado en la memoria. Palabras de los lenguajes naturales, cifras y signos algebraicos son, en este sentido, signos. Las *señales* son partes o aspectos del proceso o del objeto y que le «señalan»: la nube es señal de tormenta, la huella en el suelo es señal de que ha pasado una persona o un animal. La cabeza del clavo es señal de que en la tabla se ha clavado un clavo.

Así podemos «codificar simbólicamente» los cuatro y los tres objetos con los que realizamos la operación de sumar, es decir: los representamos mediante signos. Para ello tenemos varias posibilidades. Podemos utilizar los signos del lenguaje hablado: «cuatro manzanas» para el primer grupo, «tres manzanas» para el segundo. Estos signos poseen la ventaja de poder ser sencillamente producidos y fácilmente transmitidos. Pero el signo verbal hablado tiene también un gran inconveniente: es un sonido fugaz que se extingue en cuanto ha sido pronunciado.

La escritura es un paso más: fija gráficamente los sonidos del lenguaje hablado. La expresión escrita de la palabra actúa como una «memoria externa». Se puede leer repetidamente el signo escrito, no es fugaz, sino que se puede disponer de él permanentemente. Con respecto a las palabras del lenguaje natural, los países occidentales poseen una escritura de sonidos: las letras significan sonidos, la secuencia de las letras reproduce la secuencia de los sonidos de los signos verbales. En el campo de las matemáticas sería demasiado engorroso emplear palabras escritas, en lugar de números; tenemos aquí un sistema de signos «ideográficos», al menos para los diez primeros números. Poseemos un solo signo para cada significado de una cifra, al igual que los chinos poseen para cada palabra un único signo. Para tres elementos escribimos una figura que se compone de dos círculos abiertos por el lado izquierdo. Para ocho elementos superponemos dos círculos cerrados, etcétera.

Las cifras árabes están arbitrariamente elegidas. El alumno ha de aprender a unir la figura «3» con el significado «tres elementos». Pero este sistema numérico es extraordinariamente eficiente. Las posiciones y el ceto desempeñan aquí un decisivo papel: en los números enteros, la cifra extrema a la derecha significa unidades, la cifra siguiente decenas, la siguiente centenas, etcétera.

En resumen, podemos afirmar que el hombre puede codificar simbólicamente, de modos diversos, los significados numéricos. Tiene a su disposición cuatro grandes grupos de signos: la palabra hablada correspondiente al número, la palabra escrita correspondiente al número y la cifra, y más adelante, el signo algebraico, es decir, la letra correspondiente a la variable. La figura 14 lo resume.

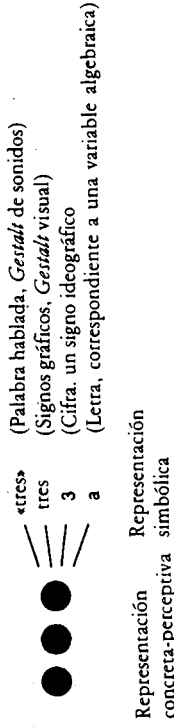


Fig. 14. Las cuatro posibilidades de codificación simbólica de significados de cantidad.

INTERIORIZACIÓN DE LA OPERACIÓN

Ya hemos visto que existe una realización activa de operaciones. El alumno actúa efectivamente con objetos. Mide el diámetro de un círculo con un hilo y transporta o aplica este trecho al perímetro. Cubre el rectángulo con cuadrados de medida y cuenta el número de posibles aplicaciones. Coloca juntos 4 discos y 3 discos y determina su número total. En esto operar es actuar de modo consciente y efectivo.

Pero nuestra cultura está organizada de tal manera que reproducimos constantemente objetos y sus precedentes mediante signos verbales naturales y signos artificiales. Así, podemos proyectar en nuestra mente acciones complejas o bien hacerlo sobre el papel, fijándolas por escrito después de su realización. Esto se llama planificar calculando y «deducir» los resultados de las acciones realizadas. Una didáctica de la acción no debe, por tanto, limitarse pedagógicamente a un modo de operar exclusivamente concreto. El alumno tiene que calcular mentalmente y sobre el papel, proyectar y dar cuenta de lo que proyecta, desde el punto de vista psicológico, ha de aprender a realizar operaciones interiores y simbólicamente. Ha de interiorizar las operaciones adquiridas.

¿Cómo debemos representarnos este proceso? En principio, podríamos decir que de un modo muy semejante a la interiorización de acciones, de la que ya hemos hablado (capítulo 7, pág. 174). Pero las reflexiones sobre la codificación simbólica de la operación permiten un análisis más exacto de la interiorización.

Los dos hechos fundamentales de los que tenemos que partir son los siguientes:

1. Una acción se convierte en operación cuando el que actúa tiene en cuenta las relaciones que mediante su acción establece entre los hechos.
2. Los hechos, los objetos cosificados o mentales a los que se dirige la acción han de estar representados en la mente del que actúa. Esta condición es válida de un modo absoluto: cuando para el que actúa no están representados de algún modo los objetos de su quehacer, no puede hacer nada. Cabe expresarlo también de la manera siguiente: sin un objeto dado no hay acción ni hay operación.

Ahora comprendemos mejor lo que sucede en la vía de la interiorización. Cuando una acción es efectivamente realizada, el que actúa tiene, de modo visible, ante sí los objetos en cuestión. Puede verlos, eventualmente oírlos, quizá palparlos. Para la elaboración mediante el pensamiento y aparte del caso especial de la música, es seguramente

la visión el medio más importante para «hacerse presente». Podemos por tanto afirmar: los objetos de la acción están representados en la percepción.

Así sucede en el caso del cálculo de la longitud de la circunferencia. Cuando el alumno desea hacerse presente el hecho «diámetro», mira la línea recta que el profesor ha trazado a través del centro, de un borde al opuesto. Para representarse el «perímetro del círculo» mira la circunferencia. (Se advierte también que el transporte 3,14 veces es mucho más difícil de representar: no se trata de ninguna «circunstancia» de la operación, sino de la operación misma.)

Hay que diferenciar, por tanto, entre la circunstancia de la operación y la operación en sí. Lo mismo sucede con respecto a la adición  $4 + 3 = 7$ . Para representarse al primer su- mandando el alumno mira a los 4 objetos situados ante él y luego al grupo de 3 objetos. Cuando está realizada la operación, abarca con su mirada los 7 elementos: representan el resultado. Aquí tampoco se puede representar del mismo modo la operación de captar conjuntamente y la determinación del resultado. Sólo son representables las circunstancias y el resultado.

Así pues, en la realidad, las circunstancias de la acción están representadas, en la mente del que actúa, como imágenes perceptivas: la imagen del círculo, la imagen del grupo de siete discos, del de cuatro, del de tres.

Todo ello es también válido, naturalmente, con respecto a la operación. La diferencia sólo consiste en que el hombre que piensa se forma aquí una imagen mucho más clara de las relaciones entre las circunstancias, de las que existían ya al principio y de las que se producen nuevamente. Hemos de representarnos (y sobre ello insistiremos) que aquél que piensa establece aquí una red de relaciones entre las circunstancias percibidas.

¿Qué es lo que sucede, pues, en la interiorización? La primera posibilidad es la de que el que actúa se represente las circunstancias en imágenes «icónicamente» (*eikon* (gr.) = imagen). Se imagina las 4 manzanas, el círculo, etc., produce una imagen representativa en su mente, pues no tiene ya ante él las cosas concretas. Al mismo tiempo tiene que representarse también cómo debe intervenir en la situación representada y modularla. Cuando opera ha de darse cuenta de qué relaciones existen entre los objetos que se representa y las circunstancias situacionales y cómo modifica éstas mediante su operación.

Todo el mundo sabe que el pensamiento concreto es prolijo y difícil. Cuando yo, por ejemplo, pienso ir de compras, tengo que imaginarme las calles y los comercios, penetrar en ellos con la mente, representarme los anaques con las mercancías, tomarlas, pagar, etc. Lo mismo sucede con una operación: las cuatro manzanas, las tres manzanas y luego las siete manzanas. Pero no me puedo formar una imagen clara de siete manzanas. No se diferenciaría casi de una imagen correspondiente a seis o a ocho manzanas.

De aquí la otra posibilidad: cambiar la imagen percibida o representada de las circunstancias por un signo que las presente. Sustituyo la circunstancia por un signo, la circunferencia por la palabra «perímetro» o por la letra «P», el diámetro por la palabra «diámetro» o por «d», las cuatro manzanas o los cuatro discos por el número «4» hablado o escrito (y luego leído, es decir: percibido y pronunciado). Nos encontramos ante una nueva clase de representación: ahora me represento la circunstancia al contemplar el signo o al pronunciar y escuchar la correspondiente palabra. La circunstancia está ahora re-

presentada simbólicamente. La palabra del lenguaje hablado o el signo de un lenguaje artificial se han situado en el puesto de la circunstancia percibida en imagen o representada. Y aquí hay que pensar también, psicológicamente, de un modo consecuente: no es el signo, como circunstancia física, el que cuenta. Es el signo como un acto verbal, la pronunciación y la audición de las palabras «perímetro», «cuatro manzanas» o bien el hecho de mirar, y por tanto ver, la palabra escrita, la letra, la cifra y el signo de clase: «perímetro», «P», 4 manzanas, 4 kg.

Ahora bien, es posible que establezcamos entre los signos las mismas relaciones, y que las reconozcamos, que hemos establecido entre las circunstancias concretas y que nos hemos representado. Es decir, podemos operar con los signos exactamente igual que con las cosas. E incluso es muy posible que se nos aparezcan las relaciones mucho más claras cuando las establezcamos entre signos que cuando tenemos ante nosotros la múltiple variedad de los objetos concretos, pues tal multiplicidad nos puede distraer en cuanto a las interconexiones concretas. Así, por ejemplo, es mucho más probable que piense mejor mis compras cuando hago una lista de las cosas que tengo que comprar, que cuando intento imaginármelas. Una operación aritmética o geométrica se logrará mejor cuando no se tenga que andar ya manejando manzanas, nueces o conejos. De todos modos esto es una arma de dos filos. En la parte didáctica veremos que la codificación simbólica tiene también sus fallos.

El proceso de interiorización afecta sobre todo al modo como el alumno se representa las circunstancias de actos y operaciones: por la percepción, por la representación o con ayuda de signos representativos que son pronunciados y escuchados o bien escritos y leídos. En todo caso, modificar estos signos y romper y establecer relaciones entre ellos es un proceso interior y no concreto. Pero para el logro de una acción o de una operación es muy importante el modo en que están representadas las circunstancias, por ello, la interiorización resulta fundamental desde el punto de vista didáctico.

Hay algo más: una operación no se caracteriza por su interioridad. Es erróneo afirmar que una operación es una «acción interiorizada». Cuando el alumno realiza efectivamente una acción, representándose, según las percepciones, las circunstancias de la misma, ello constituye una operación exactamente igual que cuando se representa esas circunstancias como signos. Lo decisivo no es la clase de representación, sino la conciencia de las relaciones establecidas o modificadas por la operación.

## AUTOMATIZAR LA OPERACIÓN

La posibilidad de codificación simbólica de operaciones por medio de signos sienta la premisa para un nuevo e importante proceso: la operación se automatiza. En realidad, este término es inexacto. Si nos atenemos a la definición de operación y por tanto de un proceso que tiene lugar dándose cuenta de las relaciones inherentes, no debemos hablar de una «operación automatizada». En realidad, el procedimiento es automatizado con los signos a los que se traduce la operación. Así, en el caso de la suma  $4 + 3 = 7$ , el automatismo consiste en contestar con la palabra «siete» cuando se pronuncian las palabras «cuatro más tres». El alumno puede aprender a dar esta respuesta sin necesidad

de tener ante su vista las correlaciones aritméticas antes discutidas. Puede aprender a dar la respuesta a base de una mera asociación entre el estímulo «cuatro más tres» y la reacción «siete». Se produce automatización y se asemeja al proceso desencadenado en una máquina al apretar un botón. En términos psicológicos llamamos a este proceso «reacción condicionada» (anteriormente, de modo algo inexacto, «reflejo condicionado»), su representación usual es  $S \rightarrow R$  ( $S$  = estímulo,  $R$  = reacción). La flecha indica que ambos elementos, el estímulo y la reacción, están asociados; la reacción se llama «condicionada» porque la condición previa de su realización es la percepción del estímulo.

En psicología se han descrito reacciones condicionadas, sobre todo, en el área motriz. Así por ejemplo, una rata aprende muy rápidamente a saltar desde un sector de su jaula a otro, por encima de una barrera, al sonido de un zumbador y al encenderse una luz, cuando poco después de la señal es cargado eléctricamente el suelo del primer compartimento, que consiste en un enrejado de alambre (Hull, 1943); del mismo modo, un gimnasta o un soldado aprenden a realizar el correspondiente movimiento cuando se les ordena: «Derecha, ar.», y un conductor pisa el freno cuando se enciende la luz roja en el semáforo» (Bower y Hilgard, 1983).

Lo que hay de especial en el automatismo que hemos mencionado como primer ejemplo es que tiene lugar en el sector del lenguaje. A al voz que le ordena una tarea, el alumno responde con una determinada palabra que designa un número. Ya que el estímulo es presentado auditivamente y la reacción subsiguiente es verbal, proponemos denominar a dicha reacción «automatismo audio-verbal». También es posible que el estímulo sea presentado visualmente. El alumno ve las cifras «4 + 3» y responde pronunciando la palabra «siete». A esta reacción se la puede llamar automatismo «viso-verbal».

Sin embargo, no es absolutamente necesario presentar a quien hace el cálculo, el estímulo desde fuera. Puede proporcionárselo a sí mismo al pronunciar la tarea en voz baja o incluso sólo interiormente; también en este caso responderá con la palabra «siete». Aquí se asocia un estímulo que el sujeto se propociona a sí mismo mediante una reacción, con otra reacción realizada también por uno mismo. En analogía con las denominaciones de automatismo «audio-verbal» y «viso-verbal» se podría hablar aquí de «automatismos verbo-verbales». Con ello se daría a entender que el alumno que habla para sí en voz baja, en relación con una tarea, se crea a sí mismo el estímulo verbal para una reacción verbal.

Estos son los automatismos más sencillos en el sector de las operaciones matemáticas. Pero en la persona que hace un cálculo se producen numerosos y más complejos mecanismos, de los que presentaremos aquí sólo otros dos ejemplos. En teoría, sería posible que los cálculos escritos se realizaran en detalle a partir del dominio de todas las conexiones numéricas correspondientes. Pero en realidad, y con razón, tales procedimientos están automatizados. Sólo algunas medidas aisladas se realizan por reflexión y teniendo en cuenta las interrelaciones matemáticas; las restantes son reacciones condicionadas. Como ejemplo pondremos la división por escrito, un cálculo como el siguiente:

$$\begin{array}{r} 1720 \overline{) 25} \\ \underline{220} \phantom{00} \\ 200 \phantom{00} \\ \underline{00} \phantom{00} \end{array}$$

En primer lugar se separan los tres primeros números. El que hace el cálculo no piensa ya que divide sólo 172 entre 25. El cálculo del producto parcial 150 y la sustracción representan automatismos del tipo que antes hemos mencionado. Las cifras son ordenadas de un modo muy determinado (las decenas bajo las decenas, las centenas bajo las centenas). El alumno debería poder razonar por qué las ordena así y no de otro modo distinto, por con la realización automática del cálculo no pensará, y no deberá pensar, en ello. Por último «se baja» la última cifra: el cero, lo cual es casi una maniobra práctica. Como queda resto se pone una coma después del resultado hasta ahora obtenido y «se baja un cero». Así se transforma el 20 del resto en 200 décimas, pero tampoco se hace conscientemente ni se necesita serlo, pues el automatismo ejercitado asegura el curso del cálculo. Después de la última sustracción no queda ningún resto. El cálculo ha terminado. Vemos cuántos elementos automáticos contiene. El proceso completo es mucho más complejo que cuando se trata de aprender de memoria la tabla de multiplicar. El conjunto de la secuencia de las operaciones aisladas, sobre todo, le plantea grandes exigencias al alumno. Por ello, estos automatismos sólo pueden funcionar con un constante ejercicio.

También el pensamiento matemático que se enseña en los niveles escolares superiores está basado en automatismos. Recuerdese, por ejemplo, los pasos elementales en la solución de igualdades: cifras que se colocan en el lado izquierdo de la igualdad, bajo la línea de quebrados, son pasadas arriba y a la derecha, otras pasan al lado contrario cambiando el signo que las precede, etc. Las operaciones matemáticas complejas incluyen subrutinas que son realizadas automáticamente. Con ello se descarga la atención para centrarla sobre interconexiones más complejas y sobreordenadas.

#### FÓRMULAS Y AXIOMAS MATEMÁTICOS APRENDIDOS DE MEMORIA

El apartado anterior se refiere a la realización automatizada de operaciones. Se basa en la asociación de tarea y resultado y de los resultados alcanzados, con las siguientes etapas de cálculo a realizar. Pero existe otra clase de automatismos. Sirven también directamente para hacer operaciones, pero indirectamente sólo para su almacenamiento.

Todo el mundo sabe que las operaciones matemáticas pueden formularse de un modo general sustituyendo las cifras por letras y considerando éstas como variables que pueden ser incluidas para sustituir a cualquier cifra. Las fórmulas de estas características, por tanto, no expresan ya mediante números las operaciones; se limitan a retener la índole de las conexiones entre las magnitudes de la operación. Como ejemplos nos serviremos del cálculo de la superficie del círculo:  $S = r^2 \times \pi$ , o de la superficie del triángulo:

$$S = \frac{b \times a}{2}$$

Pero las mismas relaciones pueden almacenarse también de otro modo: en forma de frases. Así el correlato verbal de las fórmulas antes citadas sería el siguiente: «La superfi-

cie de la circunferencia es igual al cuadrado del radio multiplicado por pi» y «la superficie del triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura». Todo alumno conoce de memoria numerosas fórmulas de este tipo, como por ejemplo:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ; a un nivel superior memorizará la fórmula analítica del círculo (punto medio en el origen del sistema de ordenadas):  $x^2 + y^2 - r^2 = 0$ . Del mismo modo se aprenden de memoria fórmulas de semejanza: «Los triángulos son semejantes cuando coinciden en dos lados y el ángulo determinado por éstos», y las fórmulas para calcular quebrados: «Los quebrados se dividen invirtiéndolos y multiplicándolos».

También la memorización de fórmulas y postulados matemáticos es una formación de automatismos; también son aquí las asociaciones las que dirigen el enunciado. Una palabra y una expresión algebraica evoca las otras, igual que cuando recitamos un poema o cantamos una canción. (Es decir, se trata de «automatismos verbo-verbales»). Lo importante es la función de estos cursos. Ya hemos dicho que de modo inmediato sirven a la retentiva. En lugar de reconstruir la conexión de las distintas cifras y elementos a partir de su significado, el alumno retiene la fórmula o la frase aprendida de memoria y en la que están incluidas las conexiones.

De modo mediato, esta manera de retener puede servir para realizar la operación. Para ello es preciso que el alumno diga primeramente la fórmula o la frase, que ponga luego los números específicos que se dan en la tarea, en lugar de las expresiones generales y que calcule por último el resultado, con arreglo a las operaciones singulares mencionadas en la fórmula o en la frase correspondientes. Frente a este método hay también ciertos ejemplos de ejercicios que le exigen que introduzca en fórmulas aprendidas de memoria diversas cantidades. Así, en los ejemplos arriba mencionados: le damos diversos radios de circunferencias y ha de calcular la superficie de éstas, o le damos las bases y las alturas de distintos triángulos y hacemos que halle las superficies. Puede dar la impresión de que el alumno domina con seguridad estas formas de calcular superficies, pero una consideración atenta suele mostrar, sin embargo, que es sólo una ilusión, ya que muchas veces fracasa ante tareas de aplicación concreta. Es decir, en la enseñanza de las matemáticas se plantea el problema de la utilidad y de los riesgos del aprendizaje memorístico de fórmulas y enunciados. Dicho de un modo más general, se trata del problema de la importancia psicológica de los automatismos en la economía mental del hombre.

SIGNIFICADO PSICOLÓGICO DE LA AUTOMATIZACIÓN

Como hemos visto, la denominación de «operación automatizada» es, en el fondo, inexacta. En realidad no es automatizada la operación, sino el modo de proceder con los signos que la expresan. Se aprende de memoria la combinación de números que constituye una operación de sumar o de multiplicar, se automatiza el procedimiento que corresponde a la operación de extracción de raíces, se aprenden de memoria las reglas y leyes que expresan relaciones y formas aritméticas y geométricas de operar. Es decir, los automatismos intervienen en el sector de los significantes, las operaciones en el

sector de los significantes; los automatismos unen cifras y palabras correspondientes a números, las operaciones ponen en relación mutua cantidades y formas espaciales.

Con ello se ven las ventajas y los riesgos que existen en la automatización. El automatismo descarga el pensamiento y la memoria. Puede seguir su curso sin que se hagan presentes las significaciones de las cifras manipuladas o de las palabras pronunciadas. Con la posibilidad de formar automatismos, el hombre y en especial, la escuela, han recibido un peligroso regalo. Permiten al estudiante alcanzar determinados efectos sin haber dominado lo fundamental, la comprensión clara del tema en cuestión. Muchos alumnos aprenden a hallar raíces cuadradas, e incluso raíces cúbicas, sin saber lo que están haciendo, y cuántas fórmulas se recitan de memoria sin que los alumnos las unan a representaciones. Durante siglos se han venido aprendiendo de memoria libros de texto. La comprensión era cuestión de suerte. A los que eran inteligentes se les abría un buen día el significado de aquello que pronunciaba su boca, pero muchos no llegaban jamás a entender.

Pero también el escolar que ha logrado una primera comprensión de la operación aprendida y que en consecuencia puede fundamentar por qué y para qué realiza las diversas y sucesivas etapas de la misma, puede ser víctima de los errores que acechan tras los automatismos más dignos de confianza. Esto tiene lugar cuando ni el profesor, ni el libro de texto dan ocasión para auténticas aplicaciones: cuando, con otras palabras, sólo recibe, para resolverlas, tareas estereotipadas que se ajustan exactamente a la fórmula y al teorema memorizados. Así, el alumno que, como hemos dicho ya, ha aprendido a calcular la superficie del triángulo, falla cuando se le presenta, sencillamente, un triángulo, del que debe hallar estas cifras. Esto resulta especialmente válido para el caso en que la altura del triángulo ha de trazarse fuera de su superficie, sobre la prolongación de la base, o donde la base no es horizontal, ni la altura vertical (figura 15). (Véase a este respecto Wertheimer, 1945<sup>12</sup>1962.)

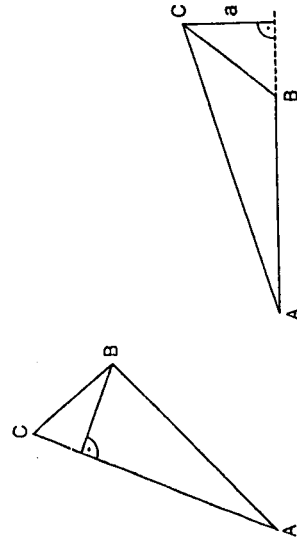


Fig. 15. Triángulos cuyas superficies no pueden ser calculadas o lo son con dificultad por alumnos con una comprensión superficial de la fórmula  $S = \frac{b \times a}{2}$

## ACCIÓN, OPERACIÓN Y CONCEPTO

Como reacción al absurdo aprendizaje de memoria y a partir de una consideración de las dificultades que supone la aplicación de fórmulas y frases aprendidas de memoria y superficialmente comprendidas, se ha venido rechazando constante y absolutamente este aprendizaje. Esto es un error. El alumno necesita automatismos, pero ha de ser capaz en todo momento de volver al significado de éstos, de advertir las interrelaciones en que se basan. Esto resulta especialmente importante en dos casos: por una parte cuando un problema es tan nuevo que de antemano no está claro qué operación ha de aplicarse para resolverlo, y por otra, cuando el curso de los automatismos es interferido por el olvido y ha de reconstruirse a partir del significado. Veamos un ejemplo del primer caso. El problema es el siguiente: «Un avión vuela en 10 horas desde Ginebra hasta Ciudad del Cabo. Su velocidad media es de 900 Km/hora. ¿Cuándo llegará a Ciudad del Cabo si su velocidad media es de 600 Km/hora?» La solución de este problema presupone que el alumno ve claramente las relaciones espacio-tiempo, como por ejemplo, la distancia volada es evidente: 9.000 Km, pues en una hora recorre el avión 900 Km. Ahora puede averiguarse cuántas veces están contenidos 600 Km en 9.000 Km. Se trata de una tarea de medición. El resultado es: 15 veces, y por tanto el avión necesita 15 horas. En la aplicación automática de una regla de tres puede fácilmente suceder que llegue al resultado de que el avión, volando más lentamente, llegue más rápidamente a Ciudad del Cabo que cuando vuela más deprisa ( $900 \text{ Km/h} + 10 \text{ h} = 600 \text{ Km/h} + X$ ). En el segundo caso se trata de reconstruir un automatismo a partir del significado. Los automatismos deben ser mantenidos en función mediante su constante ejercicio. Si éste falta, es como si se fuesen borrando paulatinamente las huellas grabadas en la mente por la repetida realización del acto correspondiente. El automatismo se sale así fácilmente de su cauce y ameneza con desaparecer. Cuando no se disponga de ayudas extertores (clase, demostración renovada), los automatismos destruidos están irremediablemente perdidos, a no ser que puedan reconstruirse representándose la operación. Quien sabe lo que significa extraer una raíz cuadrada, puede reconstruir siempre de nuevo su procedimiento; el que ha olvidado multiplicar, lo reconstruye mediante composición ( $8 \times 14 = 8 \times 10 + 8 \times 4$ ), el que ha olvidado las leyes de congruencia, piensa de nuevo cuántas piezas necesita para determinar claramente un triángulo.

¿En qué consiste, por tanto, la función de los automatismos en el pensamiento vivo? El automatismo descarga al pensamiento y libera la atención para que ésta se aplique a conexiones más amplias. Hay dos situaciones en que esto no solamente es importante, sino imprescindible: en la solución de problemas aplicados y al avanzar hacia operaciones más complejas. Los problemas aplicados se caracterizan en su mayoría porque su solución exige toda una cadena de operaciones aisladas. La mayor dificultad para el alumno radica en construir la estructura total de las operaciones concatenadas y verlas en su conjunto. Si lo logra, su atención no deberá quedar captada completamente por las operaciones singulares, en detalle. Tiene que realizar estas operaciones sin esfuerzo, de tal modo que pueda mantener la mirada libre para el gran conjunto, y ello le será posible cuando haya automatizado las distintas operaciones. Aun cuando se trate de construir una operación más amplia, se ha de disponer de automatismos. ¿Cómo podría el alumno aprender a sumar si no hubiese automatizado el proceso de numeración y como podría aprender a multiplicar (que no es otra cosa sino una repetida adición de sumandos

iguales), si no dominase libremente la adición? Asimismo, ¿cómo podría ampliar y reducir quebrados si no maneja sin esfuerzo la multiplicación y la división?

Estos casos no son construcciones hipotéticas. Todo profesor conoce alumnos que se bloquean por no utilizar con suficiente soltura las operaciones elementales del pensamiento sobre las que tienen que construir los nuevos conocimientos y habilidades. Es como si en una casa en construcción se quisiese levantar un nuevo piso antes de haber terminado el de abajo.

Vemos, pues, que disponer de automatismos que a primera vista nada parecen tener que ver con el dominio comprensivo de las operaciones superiores del pensamiento, es en realidad su prerrequisito necesario. Los automatismos no son solamente procedimientos del pensamiento para abreviar, que pueden resultar útiles en la práctica. Detrás del mostrador o ante el tablero de dibujo. Hacer que cualquier operación adquirida sea fácilmente manejable y aplicable sin esfuerzo, posibilite su inclusión en interconexiones de más altura, ya se trate de resolver problemas de aplicación, ya del progreso del pensamiento hacia operaciones de nivel superior y de la obtención de conclusiones.

## Parte didáctica

## Hacer, comprender, interiorizar, automatizar

La aritmética y la geometría han brotado de la reflexión sobre la vida cotidiana. Esta reflexión no sólo ha surgido por intereses prácticos, como siempre se nos intenta decir, sino también por la necesidad de comprensión y toma de conciencia. La fuente de las ciencias es siempre doble: el interés concreto, práctico, y la necesidad de claridad y comprensión. En la enseñanza escolar hay que atender a ambas corrientes. Las escuelas deberían ser sedes de quehacer práctico, al menos del saber acerca de actividades concretas de la humanidad; pero, al mismo tiempo, ser lugares de pensamiento y reflexión, en los que se despierte y se mantenga la alegría de conocer. También en la introducción a una operación nueva deberían tenerse en cuenta los dos aspectos del pensamiento matemático.

## PREPARACIÓN DE LA LECCIÓN

Para el profesor, una operación como el cálculo de la superficie de un rectángulo es, por así decirlo, un reflejo; determina las medidas de longitud y anchura y las multiplica entre sí. Pero debe averiguar sobre qué se basa este procedimiento. Un primer paso del análisis le muestra que ha multiplicado el número de cuadrados de medida por tira, por el número de tiras. Un segundo paso le muestra que la red en la que aparecen las tiras y los cuadrados de medida representa el protocolo de la aplicación a la superficie a medir de los cuadrados de medida. Del mismo modo, en el caso del número  $\pi$ , el profesor buscará tras el signo y la cifra automáticamente obtenida, la operación consistente en el transporte 3,14 veces del diámetro, al perímetro. Éste es, por tanto, el primer



## ACCIÓN, OPERACIÓN Y CONCEPTO

paso en la preparación del profesor: tras el signo y el automatismo hallar de nuevo la operación concreta.

Con ello destaca también la estructura lógica de la operación, pues lo esencial en una operación no es la manipulación en el quehacer externo, sino en las interrelaciones en ella existentes. El análisis de dichas interrelaciones se ve contrarrestado por el hecho de que el profesor tiene automatizadas las operaciones. Un automatismo no tiene estructura lógica. Su forma es la unión «y», una sucesión (Wertheimer, 1945). Las consecutivas fases del procedimiento van unidas consecutivamente, como los eslabones de una cadena, mediante asociación. ¿Por qué es  $3 + 2 = 5$ ? ¿Por qué  $7 \times 8 = 56$ ? ¿Por qué se calcula el área de un triángulo con arreglo a la fórmula  $S = \frac{b \times a}{2}$ ? Todos estos automatismos han de ser investigados de nuevo en su significación racional, antes de transmitírselos al alumno.

Así, la primera parte de la preparación de una unidad didáctica de aritmética o geometría, es la determinación de las operaciones subyacentes y su estructura lógica. Pero, al menos en las clases de educación primaria, no se introducirán «en abstracto». En principio deberán incluirse en *conexión con la vida práctica*. A partir de ésta han surgido, desde el punto de vista histórico, las operaciones, que en último término, deben estar al servicio de esa vida práctica (Dewey, 1910; Claparède, 1931). Para el profesor que se prepara la lección, la operación abstracta está, naturalmente, al principio. Cuando su clase sigue la estructura lógico-práctica (la ley propia) de la materia (Wichmann, 1930), procede concepto a concepto y operación por operación de manera que se desarrollen lógicamente de modo consecutivo. Una pedagogía reformista, irracionalmente cegada, ha rechazado este principio durante mucho tiempo, en favor de la clase ocasional, pero sus resultados prácticos han sido tan lamentables que no puede ser ya tomada en serio a la hora de impartir las materias sistemáticas. Así, para el profesor, el concepto abstracto, la operación abstracta están realmente al principio. Pero, ha de buscar, a partir de aquí, el camino que le lleva hasta las concreciones de la vida práctica. ¿Cuándo se necesita medir superficies? ¿Cuándo utiliza el obrero manual el número «pi»? Al pensar sobre esta pregunta llegará, por ejemplo, a la conclusión de que el cálculo de superficies es importante en la compra o intercambio de terrenos, que el artesano que hacía carretas y construía ruedas de madera, necesitaba el número «pi» para calcular a partir del diámetro de una rueda de carro la longitud de la tira de hierro que la rodeaba.

Para encontrar las conexiones con la vida práctica en la que hay que situar el problema de la unidad didáctica, no sólo hay que analizar a fondo la estructura lógica de la operación, sino también la de la situación práctica, pues entre ambas estructuras debe haber identidad. La solución de esta tarea presupone, además de inteligencia por parte del profesor, saberes prácticos. No basta con que se encuentre a gusto estudiando en su despacho, debe estar también familiarizado con el trabajo manual, la agricultura la industria y en general las circunstancias y relaciones económicas. Si considera este contacto —quizá por soberbia intelectual— como indigno de él, no tiene su puesto en el aula, y un Estrado que no posee un profesorado con los pies en la tierra, bien asentados sobre la realidad, sufrirá las consecuencias.

Las características básicas de una lección de nivel primario no están aún determinadas

de acuerdo con estas reflexiones. En tercer término, el profesor debe tener ideas claras sobre la forma de realizar la operación antes de estar con sus alumnos y estando con ellos. Si se trata de la multiplicación de quebrados, de la medición de superficies, de la transformación de superficies o del número «pi», se plantea siempre cómo puede realizarse la operación concreta. ¿A qué objetos circulares aplicarán los alumnos el diámetro, cómo lo harán? ¿Cómo mediremos, en la práctica, las primeras superficies? ¿Qué objetos iremos sumando, multiplicando? Éstas son las preguntas que surgen.

Las respuestas dependen del método didáctico que utilizaremos. Según que la operación sea llevada a cabo como demostración ante los alumnos, como trabajo en grupo o como trabajo individual, variarán el material y el modo de realización. A veces se pueden utilizar objetos reales: piedrecillas, guisantes, castañas, fáciles de conseguir y que resultan baratos como material de enseñanza. Con ellos pueden llevarse también a cabo las primeras operaciones aritméticas. Las circunferencias pueden medirse con cajas redondas, etc. Muchos *símbolos manipulables de objetos* pueden hacerse de cartón: discos y sus partes, para demostraciones de la totalidad y sus fracciones, discos como unidades de las operaciones matemáticas elementales; del mismo material pueden recortarse todas las figuras geométricas posibles (cuadrados, rectángulos, paralelogramos), así como sus partes (ángulos, tiras para representar distancias). El franelograma sirve en muchas ocasiones para realizar ante la clase operaciones aritméticas y geométricas. Las unidades y piezas con las que se realiza la operación se pueden fijar fácilmente en él mediante una ligera presión y desprenderse con la misma facilidad. Por último, y pese a todos los modernos inventos didácticos, no han de olvidarse el *encuadrado* y *la tiza*, también hacen posible en muchos casos demostrar claramente y de modo sencillo la estructura de una operación.

La problemática de la lección debe tener en cuenta todas las reflexiones descritas hasta ahora, es decir, la estructura lógica de la operación, la conexión con la vida práctica en la que eventualmente se encontrará implicada y, por último, la forma de llevarla a cabo en el aula. Ha de estar planteada de tal modo que la lección o lecciones siguientes aparezcan como su solución, siguiendo la máxima de Claparède: «Una lección ha de ser una respuesta.» La reflexión didáctica del profesor durante la preparación y el camino que se recorre durante la hora de clase discurren una vez más en dirección contrapuesta. El profesor parte del resultado y llega finalmente a un problema, cuya solución representa el resultado. La lección, en sí, parte lógicamente del problema y llega en último término al resultado. En el caso siguiente: el profesor parte de la operación que tiene que enseñar y busca un problema cuya solución requiera la construcción de la operación, es decir, la visión comprensiva de sus interrelaciones.

Cuando, por ejemplo, hay que superar la primera decena, el profesor buscará en primer término un problema práctico en el que haya que juntar cantidades parciales. Al hacerlo así, la ordenación espacial ha de expresarse, con la mayor claridad posible, la división decádica de nuestro sistema numérico. La totalidad debe plasmarse también en una conexión viva, próxima al niño y, por último, una operación tiene que poder ser realizada al principio ante la clase, de modo que todos los alumnos pueden intervenir, mientras que en una segunda fase, las operaciones deberán ser hechas por cada alumno individualmente. La fabricación de polvorones por la madre e hija, por ejemplo, cumple

estas condiciones. La madre ha preparado ya 7 piezas, la hija ha preparado 5 ¿cuántas son en total? La ordenación decádica del sistema numérico podría exponerse de un modo sensorial-concreto y con ello provocarse la operación intermedia de completar decenas, mediante un molde que permita colocar 10 polvorones en una fila, comenzándose a continuación otra (figura 16). Si esta operación se lleva a cabo poco antes de Navidad, la conexión con la vida práctica aparece como lógica y natural.

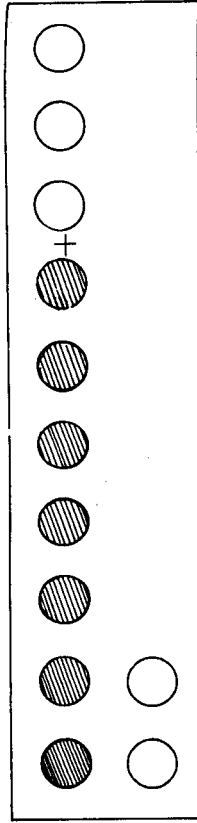


Fig. 16. La superación de la decena ( $7 + 5 = 12$ ) en primer año de primaria. El molde permite poner 10 polvorones en una fila. La suma es, pues,  $7 + 3 = 10$ ;  $10 + 2 = 12$ .

Hay que decidir también, por último, con qué material y en qué forma de clase conviene que se enseñe la operación. Aquí está perfectamente indicada la realización en común con el franelograma. Los polvorones pueden recortarse en cartulina adhesiva o bien hacer unos discos, que el profesor puede utilizar para fines muy distintos, simbolizando las unidades. Si la instalación de la escuela no es muy buena o si la edad de los alumnos permite hacer la operación a base de representaciones, puede representarse también mediante un esquema que se va completando progresivamente en el encerado.

El principio es sencillo. El planteamiento del problema debe estar expuesto de tal modo que conduzca a la operación buscada, buscando una presentación lo más cercana posible a la vida práctica, y la forma de realización debe determinar la selección final de una de las múltiples posibilidades que se ofrecen.

CONSTRUIR LA OPERACIÓN

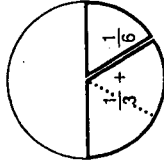
Al ir llevando, paso a paso, hacia su solución el problema, vamos construyendo la nueva operación y aprendemos a entenderla. La condición fundamental es que esa construcción esté clara. El alumno debe lograr entender las conexiones y referencias implícitas en la operación. Cualquier otro enfoque didáctico distinto debe supeditarse, en esta etapa de la enseñanza, a la necesidad de claridad.

En nuestras siguientes reflexiones vamos a diferenciar los dos casos clásicos que hemos mencionado en la parte psicológica: por una parte, la construcción de una acción concreta, con la *simultánea* demostración de sus conexiones matemáticas implícitas, y por tanto la construcción de la operación durante la realización de la acción concreta, y, por otra parte, el caso correspondiente a la secuencia de acción concreta y la reflexión

matemática de ella, de tal modo que se explique la operación reconstruyendo mentalmente e interpretando la acción.

En la primera clase de primaria se presenta una nueva operación, como la suma  $4 + 3 = 7$  o, algo más adelante, la suma  $7 + 5 = 12$  ( $7 + 3 = 10$ ;  $10 + 2 = 12$ ) en vista de un material concreto. En los cursos superiores se construyen operaciones, de este modo, con quebrados, cálculo de la superficie del rectángulo o cálculo del número «pi».

Así pues, al principio está el planteamiento del problema. Contiene la idea general de la operación, pero quedan aún poco claros los detalles de su realización. A continuación, partimos de la suma de quebrados con distinto denominador. Todo alumno tiene una serie de discos de papel ante sí. Se cortan sectores de  $1/3$  y  $1/6$  de los discos. El problema es el siguiente: ¿qué parte del total aparece cuando unimos estas dos partes, y por qué sucede así? Se advierte rápidamente que ambas porciones se unen para formar un semicírculo, pero demostrarlo es más difícil. Hay que darse cuenta de que un tercio es del mismo tamaño que dos sextas partes, y por tanto  $1/3 + 1/6 = 2/6 + 1/6 = 1/2$ . Queda la pregunta de qué rasgos generales muestra el cambio de una tercera parte en dos sextas partes y cómo realizarlo aritméticamente (figura 17).



$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Fig. 17. Suma de quebrados con distinto denominador  $1/3 + 1/6$ ; realización concreta de discos recortados en papel.

O bien consideremos el cálculo del número «pi». Todo alumno ha traído una caja redonda. Dispone de tiras de papel para medir el perímetro. El problema consiste en cómo se puede determinar el perímetro si se conoce sólo el diámetro. Se puede hacer rotar la caja, por ejemplo, sobre la tira, o bien se aplica una tira de la longitud del diámetro sobre el perímetro, luego se hacen unas tablas en las que se anotan en dos columnas contiguas el diámetro y el perímetro y se comparan los números, etc. El procedimiento para calcular la superficie del rectángulo se expone en la *Didáctica psicológica* (Aebli, 1958).

Puede advertirse la ventaja de este procedimiento. Cuando se plantea un problema vivo, el alumno siente su tarea como racional y llena de sentido. Comprende de qué se trata y comienza a buscar una solución. Pero también hay que darse cuenta de los riesgos que amenazan. Cuanto más concreto sea el material y más variadas las acciones prácticas, tanto más fácilmente pueden quedar atendidas las relaciones inherentes. Al

tener que manejar el alumno objetos (cuerpos para contar, modelos de madera), instrumentos (compás, cinta métrica, triángulo, tijeras) y material de trabajo (papel, cartón plástico, etc.), puede fácilmente de vista la estructura del proyecto, debido a las dificultades puramente manipulativas. De aquí una primera regla externa: *cuanto más difícil sea la manipulación y más compleja la operación a introducir, tanto más debe llevarse a cabo su elaboración en la clase en común. Y por el contrario: cuanto más sencillas sean la manipulación y la estructura lógica de la operación a introducir, tanto más pueden los alumnos hallar la solución mediante trabajo individual en un problema práctico.*

La segunda regla es la siguiente: *a toda acción práctica debe seguir una fase de reflexión.*

Los alumnos razonan sus propuestas de solución, formulan sus reflexiones, dicen con qué fin han realizado algo. El profesor procura que se escuchen mutuamente y entiendan lo que sus compañeros dicen. Oye sus reflexiones, ayuda a interpretatlas y las hace comprensibles para los otros alumnos. Destaca las ideas importantes, hace que se repitan y se formulen de un modo más claro y parente. Expresa de nuevo aquello que los estudiantes han expuesto con vaguedad y torpemente, repite varias veces lo importante, con diversas expresiones y lo fija en el encerado en forma adecuada. Vigila para que no se pierda la visión de conjunto. Hace volver siempre a la pregunta inicial; ordena constantemente las etapas parciales ya realizadas y las por realizar en la operación global puesta en el problema. Al mismo tiempo, no pierde de vista a la clase entera. Está atento para ver si brota la comprensión, si surge la vivencia de «ajá» (Karl Bühler, 1907). Si ello no sucede aún, repite lo que hasta el momento se ha elaborado y lo expone de nuevo de otro modo.

El profesor es, pues, defensor de una construcción clara, de la toma de conciencia de las interrelaciones en la operación. Es para él un triunfo lograr que se haga la luz en 20 ó 30 cabezitas y que adquieran una visión de las relaciones fundamentales existentes en una operación.

En el caso del esclarecimiento de la operación después de la ejecución practicada de la acción correspondiente, las cosas son similares. Lo especial aquí es que la acción ha sido realizada en primer término, con muy poca toma de conciencia de las relaciones inherentes, «sólo de un modo práctico». Así, haremos a un alumno ir varias veces al armario y coger cada vez cuatro pelotas de tenis, hasta que sean veinte. Las ha traído a la mesa del profesor y las ha colocado dentro de un aro o entre dos palos. No ha habido problema; no ha sido difícil, pero tampoco ha tenido clara conciencia de que era un caso matemático. Cuando están las pelotas ante la clase, el profesor plantea el problema. Su solución pone en claro la estructura de la acción que acaba de producirse: si se va cinco veces hasta el armario y se traen cada vez cuatro pelotas, ¿cuántas pelotas se han cogido? ¿Por qué precisamente veinte? Así hay que preguntar cuando se trata de la multiplicación. Pero la pregunta puede ser también la siguiente: si se quieren tener veinte pelotas ¿cuántas veces hay que ir hasta el armario para traer cada vez cuatro pelotas? Entonces se llegará a la operación de medida  $20 \text{ pelotas} \div 4 \text{ pelotas} = 5 \text{ veces}$ .

En ambos casos, la operación se abstrae posteriormente a partir de la acción realizada. El fundamento es su resultado visible: en el aro o entre los dos palos están los cinco

grupos de cuatro pelotas cada uno, y si se cuentan se advierte claramente que son veinte. En este caso es importante que se establezca una estrecha relación entre la acción llevada a cabo y el resultado: cada grupo de cuatro pelotas recuerda («significa») que han sido traídas dando un paseo hasta el armario. El «cinco veces» obtiene así un significado concreto. (A continuación se puede considerar el concepto de multiplicación de un modo más general. Pero no corre prisa, pues una generalización sólo vale la pena cuando se basa en la experiencia concreta de las diversas variantes —en este caso—, de la multiplicación).

El profesor tiene que ser consciente siempre de que no puede forzar la comprensión en el alumno, es por completo tarea de éste, que debe ser capaz de comprender, mediante un acto de síntesis, los elementos del pensamiento, las operaciones parciales que los compañeros de clase mejor dotados proponen en una búsqueda común y que el profesor destaca, para construir una totalidad. Si no lo consigue, todas las operaciones realizadas siguen siendo para él simples manipulaciones, meros consejos. Si es aplicado y pone buena voluntad, quizá sea capaz de aprender de memoria su secuencia, sin llegar con ello a ver el sentido de la totalidad. Esta visión comprensiva es un don cuyo logro sólo parcialmente está en nuestro poder. En un determinado momento se enciende el entendimiento, mientras siguen desarrollando su programa las ruedas del mecanismo exterior de la lección. El adelanto decisivo de la comprensión en los alumnos dotados, su retraso en otros demuestran que el proceso de entender no es la consecuencia mecánica de explicar; la explicación se limita a impulsarlo y estimularlo.

ELABORAR LA OPERACIÓN

Las operaciones se diferencian de los hábitos y de las reacciones condicionadas por su movilidad. Los hábitos están fijados a un curso determinado y rígido. Son estereotipados. Cuando el que hace un cálculo ve claramente las interrelaciones que construyen una operación, puede cambiar las vías de solución y bajo determinadas circunstancias puede también invertir una operación; ésta se ha hecho para él reversible. Pero la movilidad de la operación no está asegurada después de su primera introducción. No es el resultado de una súbita iluminación del entendimiento, de una súbita «reestructuración», como dirían los psicólogos de la *Gestalt*. Tras su primera formación, realizar con éxito una operación depende aún, en la mayoría de los alumnos, de determinadas condiciones exteriores que no tienen nada que ver con su esencia. Si una figura sólo es reconocida en una determinada situación (triángulos isósceles en base horizontal), una demostración sólo puede llevarse a cabo con esa ordenación de las partes. Es como si la operación tuviera aún adheridas escorias que le impidiesen seguir su curso en todas las situaciones posibles.

Hay que limpiarla para que destaquen con claridad las relaciones verdaderamente fundamentales. Esto es lo que se hace «*elaborando la operación*». Proponemos designar con esta expresión una forma de ejercicio concreta, con referencias sensoriales, que sirva para profundizar en el entendimiento. El ejercicio, en el sentido tradicional, persigue una finalidad completamente distinta. Aun cuando en este último caso puede lograrse

algo para el entendimiento, está dirigido a la formación de automatismos. Se desarrolla por tanto en el ámbito de los signos, mientras que elaborar la operación es algo que se realiza en el de los significados. Es realmente la operación, y no su expresión simbólica, la que es elaborada. La finalidad no es el automatismo, sino la operación captada de un modo más claro y móvil. Al contrario que en la primera construcción, aquí no se trata ya de investigar y descubrir. Esto está concluido. La nueva operación ha de reorganizarse y reexaminarse en todas sus posibilidades. Tiene que ser llevada a cabo bajo condiciones cambiantes, de modo tal que se desprenda de la escoria de sus eventuales fijaciones.

Esto supone que la organización del trabajo induzca a cada alumno a elaborar. Elaborar la operación constituye, pues, un trabajo individual, en el que se controlan las soluciones de cada alumno. Para fijar algo las ideas, pondremos un ejemplo que hemos descrito detalladamente en otro lugar (Aebli, 1951/1958).

Después de haber aprendido los alumnos el cálculo de la superficie del rectángulo, esta operación fue elaborada del modo siguiente: cada alumno tenía ante sí una hoja de papel cuadrado, sobre el que había dibujada una red de centímetros cuadrados. Contaba además con un modelo de papel fuerte y oscuro en forma de L, cuyos brazos tenían un ancho de unos 4 centímetros y algo más de 15 centímetros de longitud. Con este modelo en ángulo recto, el alumno podría cubrir todas las partes posibles sobre la hoja dividida en centímetros cuadrados, de modo que la parte no cubierta fueran rectángulos de todas las magnitudes que se quisiera. El profesor podía ordenar: «¿Cuántas tiras, de cuántos  $cm^2$ , de superficie total?» «Muestra un rectángulo que conste de 7 tiras de  $3\text{ cm}^2$ !» «Muestra un rectángulo cuya superficie conste de  $24\text{ cm}^2$  y cuyas tiras contengan cada una  $6\text{ cm}^2$ !» «Muestra un rectángulo cuya superficie mida  $35\text{ cm}^2$  y que se componga de 5 tiras!»

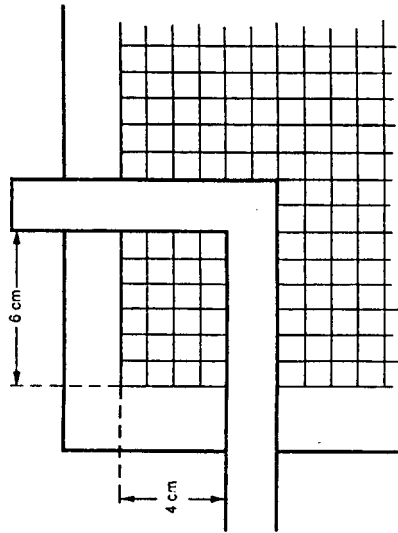


Fig. 18. Con ayuda de una escuadra de papel grueso, los alumnos han podido mostrar sobre una cuadrícula de centímetros cuadrados, rectángulos de todas las dimensiones posibles.

Puede verse que las operaciones exigidas son realizadas por cualquier alumno. La realización puede ser revisada y controlada casi por completo por el profesor. Utilizando la significación primordial de la operación y no su expresión simbolizada, se puede aclarar la idea de la composición de la superficie total por tiras y éstas por cuadrados. Las tiras pueden estar situadas horizontal y verticalmente. A la operación directa ( $b \times a\text{ cm}^2 = S\text{ cm}^2$ ) puede seguir también inmediatamente la operación inversa ( $S\text{ cm}^2 = b\text{ cm}^2 = a\text{ veces } = a\text{ tiras}$ ), etc. De este modo, la operación es examinada en todos los sentidos y adquiere la movilidad que la diferencia del hábito y de la reacción condicionada. De modo análogo se realizarán construcciones geométricas y demostraciones con figuras de todas las formas posibles y en las más diversas situaciones en el espacio. En aritmética se solucionan tareas que están planteadas de un modo sensorial y cuyos resultados pueden hacerse visibles.

Al elaborar una operación es importante que el modo de plantear el problema y la forma de hacer la tarea exija ineludiblemente pensar reiteradamente sobre las interrelaciones. Una reforma pedagógica mal asesorada ha intentado profundizar los resultados de la enseñanza de tal modo que se incluyesen en cualquier tipo de trabajos manuales en las clases de aritmética y geometría. Así, se recortaba y se embadurnaba con engrudo, se pegaba y se pintaba. Y en todo ello, el pensamiento matemático pasaba a un segundo término, pese a las actividades prácticas. Los resultados eran con frecuencia inferiores a los logrados con una clase inteligentemente impartida a base de tiza y encerado.

Así pues, si nos proponemos como meta educar el pensamiento matemático y no limitarnos a dar clase de manualidades (plenamente justificada en su debido lugar), la elaboración de operaciones debe encauzarse obligadamente a pensarlas a fondo. Esto se realiza poniendo tareas que puedan ser realizadas por cada alumno y constantemente controladas por el profesor.

INTERIORIZAR LA OPERACIÓN

Al elaborar la operación, realizamos ésta con objetos reales o bien con sus reproducciones, que en caso favorable son también manipulables. Pero la finalidad es la realización según representaciones (en las operaciones aritméticas y algebraicas mediante números y signos algebraicos).

A nivel de educación primaria, la construcción debe partir de la acción efectiva, como hemos visto. Ello obedece a diversos motivos. En primer término hay que pensar que resulta siempre más difícil hacer una operación imaginándose que en la realidad, al menos cuando tiene que realizarse perfectamente. Pues en el primer caso, el alumno no debe representarse solamente la acción, sino también las circunstancias en las que se lleva a cabo. Aparte de esto, en el modo de operar de acuerdo con representaciones, los errores salen menos a relucir.

El alumno, además, tiene que ser con frecuencia guiado en su busca de una nueva operación. Con ello se plantea el problema de la comunicación entre profesor y alumnos. A lo largo de la búsqueda de la nueva operación, las propuestas de solución por parte de los diversos alumnos y también las explicaciones del profesor han de poder exponerse visualmente. Esto se hace re-presentando el planteamiento del problema y luego cada paso hacia la solución, mediante can-

tidades visibles y manipulables y configuraciones espaciales. Durante una de estas primeras elaboraciones, el alumno se descarga también de la difícil tarea de la expresión verbal, al poder demostrar de una manera concreta su propuesta, aunque no pueda aún expresarla verbalmente de modo adecuado. Los signos del lenguaje aparecen más bien en el paso siguiente como representantes de los objetos concretos y de las correspondientes magnitudes. En último término hay que pensar que las posibilidades de acción real interesan siempre más a los alumnos que limitarse a imaginar las acciones: el resultado visible del quehacer es un fuerte estímulo. Si, además, las acciones son individualmente realizadas, el interés es aún mayor y aparte de ello obligan a cada alumno a participar.

Al interiorizar paso a paso la operación se le plantea al alumno el problema fundamental de entender también relaciones que ha comprendido en una primera exposición concreta de la operación, cuando las circunstancias están cada vez más alejadas de la realidad, son cada vez más «simbólicas», pues la meta de la interiorización consiste en realizar la operación sólo con signos, *sin que se pierda el sentido*. El alumno tiene que ver también claramente las interrelaciones cuando opera con signos.

En el proceso de interiorización resulta, válida la regla siguiente: *toda exposición nueva y más simbólica de la operación debe ser puesta en una relación lo más estrecha posible con la precedente y más concreta.*

La finalidad es que la exposición más simbólica se cargue con la significación que ya posee la exposición concreta. ¿Con qué medios de exposición se cuenta para ello? Los tres grandes grupos son los siguientes:

- a) objetos auténticos, manipulables;
- b) imágenes de los objetos reales;
- c) signos.

A ello se agrega un cuarto medio de exposición: *d)* el lenguaje hablado. De un modo ideal, el avance se realiza del siguiente modo (figura 19):

1. En la fase 1, el aprendizaje se realiza sólo actuando.
2. En la fase 2 la acción es unida a su representación icónica.
3. En el nivel 3, el alumno se representa la operación a base tan sólo de la imagen.
4. En la fase 4, la imagen es unida al signo, es decir, con la igualdad mediante cifras.
5. En el nivel 5, el alumno realiza la operación sólo mediante la exposición en cifras.

En los cinco niveles, la operación va acompañada del comentario verbal. El lenguaje adquiere así una importancia cada vez más viva y clara. Al mismo tiempo apoya a dos importantes transiciones: de la cosa a la imagen y de la imagen al signo matemático, pues el problema es ya verbalmente expresado. Una vez construida la operación, el lenguaje sirve como medio de expresión y de comunicación. Ayuda a interpretar la imagen y apoya la representación de la operación a base tan sólo de la imagen. Por último, sirve también para explicar los signos convencionales de la matemática y para crear el enlace

con las imágenes, recordando siempre también las acciones originalmente realizadas y sus resultados.

Según las formas especiales de exposición, este esquema puede ser transformado de múltiples maneras. A partir de una determinada edad y con alumnos inteligentes resulta también posible dejar aparte la primera fase de acción concreta y efectiva. A pesar de ello, la figura 19 muestra el fundamental principio de la exposición imbricada de las operaciones. A continuación hacemos algunas observaciones acerca de las diversas etapas de la interiorización.

Fases de la interiorización

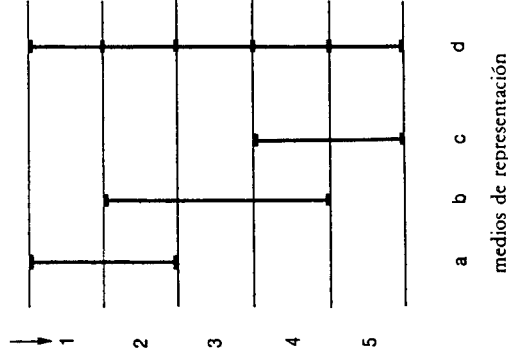


Fig. 19. Interiorización, por etapas, de una operación. Se caracteriza por el avance desde la acción con objetos reales (a), a la elaboración mental de la operación a base de sus imágenes (b) y a operar con signos (c). Las fases 1, 3 y 5 del proceso están caracterizadas por el único empleo de uno de los tres medios de exposición, las fases 2 y 4 son de transición, en las que el significado del anterior medio de exposición es transferido al nuevo. En cada nivel se formulan también verbalmente (d) las interconexiones elaboradas.

*Realización efectiva de la operación en el objeto real*

En este nivel, como ya hemos visto, tiene lugar la construcción propiamente dicha de la operación. Los alumnos actúan individual e independientemente cuando la operación es relativamente sencilla; en caso contrario, se trabaja con un material bien visible

y común a todos ellos. Al final de esta fase, el alumno debe ser capaz de llevar a cabo dos realizaciones. La primera, más fácil, consiste en ir pensando en la operación cuando el profesor o un compañero la realiza ante él. La segunda, algo más difícil, consiste en hacer la operación, en el objeto, por su cuenta, de un modo independiente, por ejemplo, transformando una determinada figura en otra, o realizando una medición, una suma, una multiplicación, una operación con quebrados en las que hace cálculos con cantidades numéricas concretas.

La elaboración colectiva de una operación ha sido tratada ya anteriormente. Añadirémos aquí algo acerca de la realización individual o en grupo. El trabajo individual presenta a muchos alumnos multitud de problemas de índole organizativa. El que intervengan todos supone una organización cuidadosamente pensada, indicaciones claras y una estricta disciplina. El problema debe ser planteado con mucha claridad. Al profesor participante puede aconsejarse que realice el mismo varias veces las actividades que va a proponer a los alumnos para darse exacta cuenta de las dificultades que surgen; si las prevé, las dominará más fácilmente; en cambio, si se deja sorprender por ellas, hará fracasar las lecciones.

Ya a nivel de la acción efectiva es posible iniciar la interiorización. Por una parte, el alumno prevé ante cada etapa parcial lo que debería hacer; se plantea, pues, la operación de antemano; por otra parte, al llegar a determinados puntos de la elaboración mira hacia atrás para considerar lo que ha hecho hasta ahora y recapitular en su imaginación lo que conduce más allá de la acción real. La situación concreta de partida, el estadio final de referencia alcanzado ya, por parte del objeto, constituyen aún los puntos de apoyo perceptivos de este primer paso hacia la interiorización.

#### *Representarse la operación a base de su exposición icónica*

La operación viene ahora representada por imágenes. Un dibujo en el encerado representa las figuras, las cantidades de objetos en los que se han llevado a cabo las operaciones. La operación en sí misma sólo puede ser aludida en un dibujo acabado. Para ello sirven flechas, diversos colores y otros signos gráficos. El dibujo puede imitar en ciertos casos a la operación: junto a una determinada cantidad de objetos se dibuja un nuevo grupo, se fija una medición por las correspondientes rayas, etcétera.

Una exposición así, mediante imágenes, no debe ser planeada sólo por el profesor, sino elaborada juntamente con la clase. Ésta es la mejor garantía de que será también comprendida. Así, el profesor se hará dictar constantemente lo que ha de dibujar.

Es evidente hasta qué punto progresa a este nivel la interiorización de la operación. En primer lugar, las circunstancias son menos concretas: el dibujo es una forma bidimensional, más abstracta. Pero esto no constituye más que un pequeño obstáculo en la mayoría de los casos, pues lo que pierde el dibujo en cuanto a concreción objetiva, lo gana casi siempre en claridad y en una mayor facilidad de observación por toda la clase. Más importante es, por tanto, su segunda característica: no se le puede mover. Por ello, el alumno tiene que *representarse* las modificaciones.

Al final de esta fase le pedimos un doble rendimiento. Por una parte ha de ser capaz de representarse la operación a base de su exposición en imagen; por otra, debe poder representar en imagen cualquier operación dada. El primer caso se da cuando en un reparto de cuentas o de construcciones geométricas representadas mediante imágenes, tiene que explicar de nuevo la operación que ha realizado; el segundo caso, cuando solicita de él que resuelva una determinada cuenta, una demostración geométrica, una construcción, etc., mientras la va dibujando.

#### *Realización de operaciones basada en la exposición por cifras, algebraica o verbal*

A este nivel se realiza el paso decisivo en el proceso de la interiorización. Mientras que el dibujo representa aún el objeto concreto, se da un paso ahora en el sentido de un modo de representación cuyos signos no muestran semejanza alguna, ni con el objeto de la operación ni con su realización. Mientras que en el caso de la adición  $7 + 5 = 12$ , en la etapa precedente, siete más cinco círculos (nueces, manzanas, etc.) ordenados en fila habían simbolizado las cantidades que había que unir, los signos «7 + 5 = 12» ahora los que representan ahora a la operación y a sus objetos. Si las cifras romanas guardaban cierto parecido con las cantidades simbolizadas (VII + V = XII), significando V la mano no con cinco dedos separados, la X dos manos), en las cifras árabes no hay significado sensorial alguno. Lo mismo, naturalmente, cabe decir de los signos algebraicos. Cuando describimos de palabra una operación geométrica, esa palabra, como conjunto de sonidos, no tiene ninguna semejanza con la magnitud espacial y la operación que expresa. Se trata de un signo que, al igual que la cifra y el signo algebraico, ha sido elegido de un modo completamente arbitrario, sin ningún parecido con la cosa en cuestión.

En una igualdad con cifras, en una igualdad o una fórmula algebraica, en una frase que expresa una regla operativa de aritmética o geometría, el alumno ha de reconocer todas las correlaciones que ha visto originalmente en la acción concreta y luego en imagen. Es decir, debe dotar a los cálculos, las fórmulas y las frases, de sentido. Hay que exigirle que informe acerca de la operación expresada mediante los correspondientes signos. Aun cuando sepa de memoria su secuencia, tiene que poder explicarla, justificarla en su lenguaje, representarla de nuevo mediante dibujos y en objetos reales. Con ello demuestra que los signos son para él portadores de significado. Y por otra parte, debe ser también capaz de exponer mediante signos un nuevo ejemplo que se le ocurra o que se le pone, resolver un cálculo de viva voz o bien escribiéndolo en el encerado o en el cuaderno.

#### APRENDER DE MEMORIA Y AUTOMATIZAR

En aritmética y en geometría hay que hacer muchos ejercicios y aprender frases de memoria. La finalidad es su automatización, la formación de reacciones condicionadas.

De todo ello se deduce una importante regla para el ejercicio. Como aquí se asocian entre sí signos en una determinada secuencia, hay que  *fijar exactamente la forma de realización*. Por mucho que nos alegremos de toda nueva formulación, de toda variante de una operación, cuando examinamos si se las entiende —sabiendo que son precisamente estas variantes las que atestiguan que el alumno habla con pleno conocimiento de lo que está diciendo y no se limita a repetir palabras y copiar modos de actuación—, no podemos utilizar estas variantes cuando se inculca el automatismo. Aquí se fija una forma normal a la que ha de atenerse el alumno. Esto es necesario porque cualquier modificación de la realización, no solamente no añade nada al aprendizaje del automatismo, sino que incluso altera su resultado, hasta el momento. Así pues, los modos de proceder en los cálculos por escrito son fijados con exactitud e igualmente el modo de expresar una determinada regla, una determinada ley. La inversión de tiempo necesaria para enseñar una forma normal queda compensada con creces, pues así automatizan los alumnos el procedimiento más rápidamente y con mayor seguridad que cuando cada uno utiliza su propia formulación, más breve o más larga, más hábil o más torpe.

Al final de toda la trayectoria didáctica está la  *aplicación*. Aquí se emplea la operación para esclarecer una nueva situación y determinar en ella ciertas magnitudes que no resultan inmediatamente legibles. No insistiremos aquí en el cúmulo de problemas que esto trae consigo, pues el problema no se plantea sólo en el caso de las operaciones; los conceptos son un segundo gran grupo de estructuras cognitivas que pueden emplearse. Por ello, trataremos la aplicación en un capítulo aparte.

Las combinaciones de números de la adición y la multiplicación deben aprenderse de tal modo que la tarea impresa actúe como un estímulo, al cual siga de un modo rápido y seguro el resultado, como reacción. Las fórmulas hay que aprenderlas de memoria, de manera que puedan decirse sin necesidad de recapacitar mucho, y lo mismo sucede con frases y reglas. La suma, la resta, la multiplicación y la división por escrito, así como otras operaciones, deben estar tan ejercitadas que se puedan realizar sin reflexionar, de un modo mecánicamente seguro y exacto. Igualmente hay que dominar así las construcciones geométricas fundamentales: trazar una vertical sobre un determinado punto de una recta, dividir un trayecto por la mitad, su división en un número cualquiera de partes, dividir un ángulo por la mitad, etcétera.

Todos estos actos mentales se adquieren por el ejercicio, que se distingue así claramente de la «laboración», que hemos descrito anteriormente. Sus finalidades son absolutamente distintas. El ejercicio aspira a la formación de automatismos; la elaboración, a profundizar la comprensión, a suprimir fijaciones casuales a circunstancias no esenciales. El ejercicio da lugar a una reacción rápida, segura, pero  *estereotipada*; la elaboración a una operación frecuentemente reversible y variable, comprendida, y por ello más  *móvil*. La elaboración se desarrolla en el ámbito de los significados, mientras que el ejercicio lo hace en el de los signos. De todos modos hemos de añadir que ambas formas de enseñar pueden darse muy bien conjuntamente, en la misma lección. No se estorban entre sí en modo alguno, sino que, por el contrario, se complementan, al introducir la alternancia entre ellas un elemento de cambio. A pesar de todo, creemos que se hace bien distinguiendo tajantemente entre sí los conceptos ejercitar y elaborar.

El ejercicio así definido, no es en modo alguno tarea exclusiva de la clase de aritmética y geometría; es conocido en la mayoría de las disciplinas. Más adelante trataremos las leyes generales del ejercicio (capítulo 12). Aquí sólo examinaremos los rasgos específicos de la automatización de operaciones. De lo que acabamos de decir se desprende que no intentaremos traer con tal ejercicio todos los significados de la operación. Esto sería una sobrecarga que lastraría el funcionamiento del automatismo. El alumno debe poder explicar en cada momento por qué hace esto o lo otro, por qué «baja» una cifra, por qué separa determinados números, por qué añade ceros, etc.; ha de entender también las palabras que pronuncia de memoria y explicarlas, pero lo hará según la necesidad, no en cada realización del automatismo. Algunos profesores perfeccionistas deberían recordar esto. El que sea capaz de fundamentar un automatismo y justificarlo a partir de su comprensión, si es preciso, no por ello debe pensar en su significado cada vez que lo utiliza. Aunque es importante volver de vez en cuando a la fundamentación del modo de proceder, en el curso del ejercicio, no es lo esencial. En el propio ejercicio, el alumno no se pregunta cada vez por qué procede así, ni se fundamenta ni se explica, sino que simplemente asocia combinaciones numéricas y aprende de memoria frases y fórmulas. En fases anteriores, la enseñanza ha estado al servicio del cultivo a fondo del entendimiento y en lo sucesivo empleará más la operación, consolidada, dentro de un contexto concreto. Pero donde se omite el ejercicio, en el mejor sentido de la palabra, será vano la mayor parte del trabajo precedente, pues ya hemos visto, en la parte psicológica, que es la condición previa para que la nueva operación pueda integrarse en conjuntos superiores.

personas que poseen los conceptos de la botánica y la meteorología. Kant ha dicho que no basta con la mera contemplación, que necesitamos conceptos para llegar a ser personas que ven. Efectivamente, los conceptos son instrumentos que nos hacen ver y comprender el mundo. Son los instrumentos que nos ayudan a analizarlo.

Los conceptos, por último, son las unidades con las que *pensamos* al combinarlos, ordenarlos y transformarlos. Hablar de los conceptos como «contenidos» de la mente humana es, pues, incompleto e incluso induce a error, pues nos hace creer que la enseñanza tiene sobre todo la misión de «amueblar» la mente del niño, como ha dicho Claparède, en lugar de preguntarse qué instrumentos le proporcionamos y cómo le orientamos en su utilización. Al darle instrumentos conceptuales de interpretación y de dominio activo de los fenómenos y de la existencia, lo que hacemos es formar la consciencia.

### Parte psicológica Psicología de la formación de conceptos

Existen dos grandes bloques de teorías de la formación de conceptos. El más antiguo data de hace 2000 años y lo llamamos grupo de teorías de la abstracción. El otro se remonta a mediados del siglo XIX. Las denominamos teorías de la formación de conceptos mediante conexión y construcción. Durante mucho tiempo se ha creído que ambas teorías se excluían mutuamente. Nosotros creemos que más bien se complementan y ambas tienen su importancia en la enseñanza. Como se puede comprender, no es posible *explayar* aquí el problema en toda su amplitud, pero sí transmitir una idea de él. Para ello nos serviremos de un pequeño experimento que el propio lector puede aplicarse a sí mismo.

#### OBTENCIÓN DE CONCEPTOS (CONCEPT ATTAINMENT)

Imagínese, querido lector, que le sucede como al infeliz Robinson Crusoe y que llega como náufrago a una isla desierta. Imagínese además que esa isla tiene una vegetación precaria hasta el extremo, que prácticamente se reduce a setas. Por fortuna le agradan las setas y posee un sentido del gusto tan excelente que puede distinguir una venenosa de otra que no lo es, antes de que sea demasiado tarde. (Con ello no se arriesga a tener que concluir prematuramente las reflexiones que desearía hacer después de probatías.) Su propósito es, lógicamente, diferenciar por sus características externas, entre las setas que le son desconocidas, las comestibles, de las venenosas. Pero la reserva de setas es tan escasa en la isla que no puede limitarse a mantenerse exclusivamente de la clase de setas que ha reconocido como comestible tras una primera prueba. Tiene que aprovechar cualquier seta comestible que haya en la isla. Por otra parte, quiere probar el menor número posible de venenosas, porque le ocasionan molestias gástricas. Su finalidad es, por tanto, distinguir por sus características externas, entre las setas de la isla, el grupo de las comestibles del grupo de las venenosas.

En vista del doble peligro que representa la intoxicación y la muerte por hambre, a que está expuesto, hemos ordenado en la figura 20 las setas de la isla, de modo bien claro. Esto aumenta sus probabilidades de solucionar el problema. Los cinco pares de características o «dimensiones de características», como puede usted advertir fácilmente, son las siguientes:

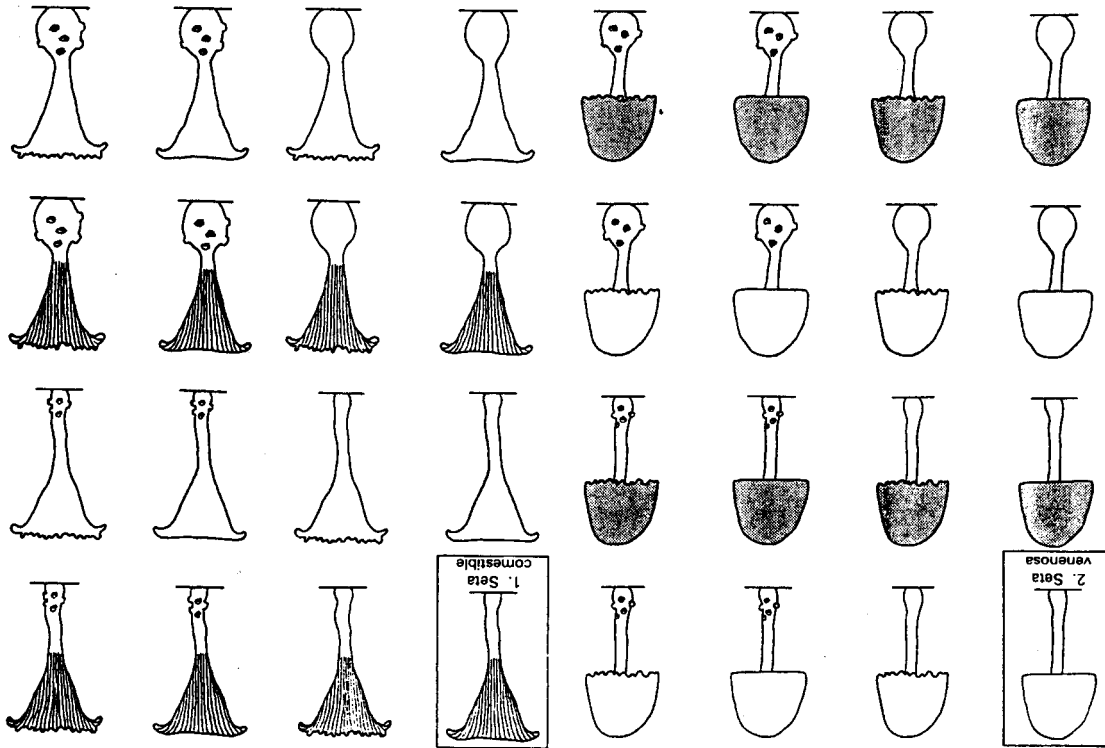
## 9. FORMA BÁSICA 8: FORMAR UN CONCEPTO

Cuando narramos en clase lo que sucedía en un torneo medieval, cómo se llegó a la guerra campesina alemana, cuando describimos la vida en un oasis del Sahara o contamos cómo se representaban en su época los dramas de Shakespeare, fomentamos al mismo tiempo la *formación de conceptos*. Y lo mismo sucede cuando elaboramos un esquema de acción y no nos limitamos a que los alumnos realicen sus correspondientes secuencias, sino que reflexionamos sobre ellas y captamos sus partes y relaciones esenciales. Cuando llevamos a cabo, juntamente con los alumnos, una operación matemática, formamos al mismo tiempo, por regla general, el correspondiente concepto. En realidad, por tanto, hemos hablado ya de formación de conceptos, ya que «el torneo», «las causas de la guerra campesina», «el drama isabelino», «la construcción de centrales eléctricas» y la «reducción de quebrados a un común denominador» no son otra cosa sino objetos del pensamiento, es decir, conceptos.

En el presente capítulo ampliamos el campo del análisis psicológico y de sus consecuencias didácticas. Pensamos en la formación de conceptos tales como aclaración o tensión eléctrica, oxidación o reducción, color protector o inmunidad, adverbio o acusativo con infinitivo, justicia o gracia. No se trata de esquemas de acción ni de operaciones, ni tampoco de meras imágenes representativas; pero sí, con certeza, de conceptos. Nos preguntaremos cuál es su esencia. Igualmente cierto es que la formación de conceptos es una tarea central de la enseñanza, pues allí donde hemos formado un concepto, hemos captado un fenómeno, lo hemos desatado de la multiplicidad de las impresiones que nos asaltan y cuando lo volvemos a encontrar, somos capaces de identificarlo. El contenido del concepto, es decir, las interrelaciones esenciales, están resumidas, por así decirlo, como empaquetadas en él; ya no se nos escapan entre los dedos tan fácilmente. Un concepto formado se puede aplicar, el «empaquetado» lo ha hecho manejable.

Sin embargo, los conceptos no son meros *contenidos* de la vida mental. Son sus *instrumentos*. Nosotros trabajamos con ayuda de ellos. Al aplicarlos a nuevos fenómenos, captamos éstos y se van ordenando en nuestra mente. El visitante de una clínica psiquiátrica sólo ve personas cuyo comportamiento le parece raro, sólo los ve como mentalmente anormales, locos; pero el que sabe lo que es una depresión, una esquizofrenia o una neurosis, ve claramente las correlaciones y los cuadros clínicos se van agrupando. Igualmente se ordena el mundo de las plantas y el del tiempo meteorológico para aquellas





1. Sombrero o embudo.
2. Color claro o color oscuro.
3. Presencia o ausencia de verrugas en el tallo.
4. Borde liso o borde dentado.
5. Engrosamiento en forma de turbesidad en la base o ausencia de engrosamiento.

Esto da lugar, como ustedes ven, a  $2^5 = 32$  combinaciones distintas de características o de clases de setas. Tengan en cuenta, que éstas se dividen en dos grupos o cantidades parciales: comestibles y venenosas. Su problema consiste, evidentemente, en saber por dónde va la línea divisoria. Se darán también cuenta de que la toxicidad o la comestibilidad que estableceremos con arreglo al «criterio externo» pueden depender de la presencia de una sola característica o de la simultánea presencia de dos, tres, cuatro o las cinco características. Así, puede ser importante un par de características y cuatro pares carecer de importancia, 2 importantes y 3 sin importancia, 3 importantes y 2 sin importancia, 4 importantes y uno sin importancia, o bien ser importantes todos los pares de características.

Comienzan ustedes sus pruebas. Ensayan primeramente con una seta oscura, en forma de embudo, sin engrosamiento, con borde liso y sin verrugas. ¡Han tenido suerte! Es comestible. Esto les permite pensar tranquilamente qué puede hacer que esta seta sea comestible. Han comenzado a pensar correctamente: podría ser que tenga forma de embudo o que sea oscura, que no tenga engrosamiento o que tenga un borde liso, o, por último, que carezca de verrugas. Podría ser también, sin embargo, que tenga forma de embudo y sea oscura, o que tenga forma de embudo y no muestre engrosamiento, o que tenga forma de embudo y... Como ven, existen muchas otras hipótesis si reúnen todas las combinaciones de dos, tres, cuatro y cinco características. Nosotros hemos contado 31 hipótesis ¿y ustedes?

Y ahora pueden pasar a buscar la segunda seta. Eligen una con sombrero, es de color claro, sin engrosamiento, con borde liso y sin verrugas. ¡Es venenosa! Por fortuna lo notan a tiempo y la escupen. Una vez que se han repuesto del susto reflexionan sobre si ha fallado alguna de sus 31 hipótesis y cuáles son. Si, tienen razón: han fallado siete hipótesis. Sólo siete, por desgracia. Naturalmente habría sido mejor que hubiesen podido ser eliminadas más, pues así existen aún sospechas sobre qué características indican toxicidad y qué otras indican que las setas que las poseen son comestibles. ¿De qué siete hipótesis se trata? Les daremos una pequeña pista. Cuando una característica, como por ejemplo el borde liso o la ausencia de verrugas, están presentes igualmente en la seta comestible y en la venenosa, la toxicidad y la comestibilidad no pueden depender de la una o la otra característica. Tampoco es imaginable que el ser tóxico o comestible dependa de la conjunción de ambas características. A pesar de ello, quedan otras 24 hipótesis acerca de cuya veracidad o falsedad no pueden decir nada. Lo que importaría ahora sería elegir la próxima prueba de modo tal que fallasen muchas de las 23 falsas hipótesis, a fin de que quedase sólo una correcta. Pero ustedes han llegado ya muy lejos en sus reflexiones. Les podemos, por tanto, dejar abandonados a su suerte. Tienen muchas probabilidades de sobrevivir.

Fig. 20. Los 32 ejemplares de un sistema cerrado en el que tiene lugar una «obtención de conceptos». El probando experimenta sucesivamente diversas setas, para averiguar si son comestibles o venenosas, establece hipótesis acerca de las características resposables de ello y las elimina según el resultado que ha obtenido con las setas elegidas que ha degustado. Las dos primeras están señaladas, con su resultado.

Lo que acabamos de describir es un famoso experimento psicológico. Tiene una prolongada historia. Fue inventado por el psicólogo alemán Narziss Ach (1921) en Könnigsberg, luego fue más desarrollado por el joven Wygotski (1934/1969) en Moscú y llegó a Estados Unidos, donde fue investigado por Hovland (1952) desde el punto de vista teórico. En el año 1956, Bruner, junto con sus colaboradores presentó una gran monografía sobre el problema (Bruner, Goodnow y Austin, 1956). Dio lugar a multitud de trabajos sobre el asunto de la obtención de conceptos, que persistieron hasta finales de la década de los 60. En la actualidad se ha apaciguado el interés por este experimento (Aebli, 1981, págs. 175 y ss.). Continúa de todos modos, si bien en forma modificada, en un conocido juego: *Mastermind*.

Aquí nos interesan los aspectos fundamentales del problema. Su solución exige complejas reflexiones: se plantean hipótesis y se comprueban en las experiencias logradas con las otras pruebas de setas, su número se va reduciendo hasta que queda una única muestra. La solución dice qué características son acertadas y cuáles no, y determina así claramente el grupo de las setas comestibles y el de las venenosas. No nos ocuparemos aquí del proceso de planteamiento y comprobación de estas hipótesis, ni de las estrategias que desarrollan los sujetos. Todo ello puede leerse en Bruner y colaboradores (1956).

Podemos comprobar, además, que aquí se trata de un problema de inducción: es evidente que hay que encontrar una relación, de ley, entre el par de características «venenosa-no venenosa» y una o varias parejas de las características visibles. Ésta es la esencia de la *inducción* tal como la definió ya Francis Bacon en su *Novum Organum* (1620). Tampoco insistiremos aquí sobre ello.

Lo que aquí nos interesa es el proceso fundamental que Bruner designa como *concept attainment*, es decir, como logro u obtención del concepto. Muchos autores hablan también de «formación del concepto». Nosotros proponemos hablar de «formación del concepto mediante abstracción» o bien de «formación abstractiva del concepto», diferenciándola de la «formación del concepto por conexión» o «formación conectiva del concepto».

Es evidente que el sujeto que experimenta que una primera seta es comestible, tendrá en cuenta luego sus diversas características, así por ejemplo la forma de trompeta. Al observar esta característica, descuidando de momento las otras, crea un concepto: el de la «seta con forma de trompeta» o, más brevemente, «la seta-trompeta». Éste es el contenido del concepto. Corresponde a la forma. La amplitud de este concepto en el correspondiente sistema está también clara: comprende 16 ejemplares. El concepto es, pues, bastante abstracto, ya que prescindimos de otras cuatro características. Es también más general que el de seta-trompeta oscura, ya que existen 16 clases de setas-trompeta, pero sólo ocho clases de setas-trompeta oscuras. Si se agrega otra característica, no quedan más que cuatro, luego sólo dos y si se incluyen las cinco características en la definición de la clase de seta, queda en nuestro sistema únicamente una seta que represente a dicha clase. De ello se deduce que la amplitud del concepto aumenta con la creciente abstracción de su contenido.

Podemos dibujar también una «pirámide conceptual», en la que se incluyen en distintos planos contenidos conceptuales de diversa abstracción. Si, por ejemplo, incluimos en la base del contenido conceptual «forma de trompeta», «oscura», «con verrugas», «de

borde liso» y «engrosada», en un primer «nivel de abstracción» podemos abstraer el último de los rasgos enumerados. Constituímos así un concepto superior, el de las setas en forma de trompeta, oscuras, con verrugas y con el borde liso. Es un concepto superior, ya que abarca las setas con y sin engrosamiento. En los siguientes pasos de la abstracción llegamos a los conceptos de setas en forma de trompeta, oscuras y con verrugas, de setas con forma de trompeta y oscuras y por último, de setas con forma de trompeta. Fácilmente puede imaginarse lo que seguiría: setas, vegetales, seres vivos. Aquí no están ya enumeradas las características. Pero las diversas denominaciones de los conceptos designan por su parte combinaciones de características que van siendo progresivamente más pobres de contenido. Y por el contrario, la amplitud del concepto aumenta cada vez más con cada paso hacia la abstracción. En el mundo existen más plantas que setas y más seres vivos que plantas. Sucede, además, que muchas *definiciones de conceptos* designan primeramente el concepto superior y luego las características específicas: una seta-trompeta es una seta (concepto superior) que tiene la forma de una trompeta (característica específica).

Entre los rasgos que asociamos a un concepto hay unos que se perciben como típicos o característicos, mientras que otros se nos muestran como secundarios, hasta insignificantes. Lo mismo puede decirse de los diversos ejemplos de conceptos generales. Consideramos al pingón como un ave típica y al pingüino como una atípica, a la trucha como un pez típico y a la anguila como un atípico (Smith, Shoben y Rips, 1974). En clase se estudiarán los representantes típicos, pero señalando al mismo tiempo que existen representantes atípicos que cumplen todos los criterios de un concepto, es decir, que el pingüino es un ave en todos los sentidos, y que el murciélago y el delfín son totalmente mamíferos.

Surge la pregunta principal: ¿qué formación de conceptos es la que tiene lugar mediante abstracción? ¿Puede hablarse aquí de formación de conceptos? Acerca de esta pregunta existe una gran controversia desde el pasado siglo (Mill, 1843, 1865; Whewell, 1840, 1858). Llega hasta nuestro tiempo y se manifiesta, entre otras cosas, por el hecho de que Bruner no llama al proceso que hemos descrito formación del concepto, sino obtención del concepto.

Los motivos están claros. Si tenemos en la base de la pirámide conceptual un concepto como el de la seta en forma de embudo, oscura, con verrugas y abultada, con bordes lisos en el sombrero y a continuación abstraemos uno o varios de sus rasgos: ¿qué es lo que se obtiene así de nuevo? Nada. Sólo suprimimos características. Hay que haber conocido ya al principio todas las características, para prescindir luego de algunas. ¿Qué formación de conceptos es ésta?

La pregunta toma, sin embargo, un cariz distinto cuando no se parte de sistemas cerrados, como el de Ach-Wygotski-Bruner, sino de un sistema abierto en el que no existe desde el principio un número fijo de rasgos (Aebli, 1981, pág. 186). Esto se da con frecuencia en situaciones de aula. Consideremos algunos ejemplos.

En la clase de *gramática* deseamos elaborar un concepto como el de sujeto, el de predicado o el de modo del verbo. Presentamos a los alumnos algunas frases en las que, por ejemplo, surge cada vez una distrintra. Las demás partes de la frase son iguales:

- Canta con voz muy fuerte.
- Canta dando notas falsas.
- Canta con alegría.
- Canta con mucho temperamento.

Les preguntamos a los alumnos qué es lo que tiene en común la parte de frase variable. Luego les presentamos a los alumnos diversos sonetos y les preguntamos por los rasgos formales comunes.

En la clase de literatura del nivel superior hacemos leer diversos fragmentos de Blasco Ibáñez o Rubén Darío y les preguntamos a los alumnos si encuentran en ellos rasgos comunes.

En historia del arte proyectamos juntas diapositivas de iglesias románicas y góticas (o barrocas, o neoclásicas), de distintos cuadros de El Greco, Velázquez, Cézanne o interpretamos distintas partituras de Mozart y Beethoven, de Wagner y de Falla. La pregunta es también aquí: «Descubrid lo que tienen en común» «¿En qué se diferencian los edificios, los cuadros, las partituras?»

En botánica y zoología procedemos igual con distintos tipos de plantas, por ejemplo monocotiledóneas y dicotiledóneas, o mostramos imágenes de diversas ballenas y distintos batracios.

En geografía hacemos estudiar en el mapa diversas ciudades portuarias, nudos de comunicaciones o líneas férreas que cruzan una cordillera y leemos textos correspondientes.

En matemáticas de primaria presentamos a los alumnos diversos cuadriláteros (cuadrados, rectángulos, trapecios) y les hacemos determinar sus características comunes y diferentes. Les hacemos descubrir una ley común dentro de series numéricas, así en la serie 3, 10, 17, 24, 31 la diferencia constante, en la serie 2, 8, 18, 32, 50, el doble del cuadrado de los números 1, 2, 3, 4 y 5. (En los tests de inteligencia se plantean con frecuencia tareas de este tipo haciendo proseguir la serie numérica.)

En ciencias experimentales como la química y la física mostramos a los alumnos series de fenómenos con cifras variables; así, por ejemplo, diversas palancas en equilibrio (2 dm x 600 g, 3 dm x 400 g, 4 dm x 300 g, 6 dm x 200 g, etc.). La pregunta es también aquí si se puede hallar una ley común, una conexión común de los correspondientes números.

En todo ello se trata, evidentemente, de problemas interesantes para los alumnos. Fácil es imaginar que las preguntas acerca de los rasgos comunes y de las diferencias provocan una investigación y una búsqueda intensas. ¿Por qué este efecto estimulante, cuando el proceso de abstracción se ha mostrado, por así decirlo, como banal en los ejemplos citados?

El motivo está claro. En los sistemas cerrados en los que tiene lugar una busca de conceptos, todas las características vienen dadas desde un principio y son visibles. Se trata sólo de elegir las que tienen relación con el criterio exterior (por ejemplo, setas comestibles-setas venenosas). La determinación de las posibles hipótesis y su paulatina eliminación es un proceso interesante, pero el de la abstracción es, sin embargo, tan sencillo que no puede despertar interés.

Sucede de otro modo en los ejemplos didácticos. El resultado decisivo no consiste aquí en la eliminación, sino en el planteamiento de hipótesis. Lo que interesa no es prescindir de unas características para conservar las restantes, sino encontrar características y combinaciones de ellas que sean comunes en los ejemplos dados. Es, pues, una tarea interesante y exigente, ya que los alumnos a los que se les presentan estos problemas poseen ya un rico repertorio de posibles puntos de vista. La pregunta es, por tanto, *¿de si puede ballar y evocar los que son adecuados*. Suele ser también importante la conexión entre las diversas características, recuérdense, por ejemplo, las leyes de las palancas. No es evidente, sin más, que el *producto* del brazo de la palanca, una medida de longitud, por el peso sea constante y por tanto común a todos los ejemplos dados.

Esta reflexión muestra también que en realidad no formamos conceptos por abstracción, sino porque hallamos los puntos de vista que nos explican un fenómeno, es decir, que volvemos a encontrar en los fenómenos ciertas características que nos son ya conocidas y que les son comunes. Cuando éstas dependen, según una ley, de un criterio exterior, hablamos de *inducción*, es decir, de una relación inmodificable que se mantiene aun cuando varíen las formas de manifestación (las cifras de medida).

Pero con ello nos hemos encontrado con la otra clase de formación de conceptos: conexiones entre características para formar nuevas estructuras. Hablamos, plásticamente, de «construcción» de contenidos de conceptos. En general podemos afirmar lo siguiente: el alumno forma conceptos, en clase, al evocar y conectar entre sí, a partir de lo que ya sabe, elementos del pensamiento, ante un nuevo fenómeno o para resolver un problema de acción o de pensamiento. Así construye el *contenido* de un nuevo concepto. Por lo general se trata aquí de una red de interrelaciones entre características. La *amplitud* de un concepto es la cantidad de casos o de ejemplares a los que se ajusta el contenido del mismo. Es decir, señalan aquellos casos a los que se puede aplicar el concepto.

#### ESTRUCTURA INTERNA DE UN CONCEPTO

Descamos hablar primeramente de la estructura interna de un concepto en un sentido estático. Con ello significamos la formada por elementos interconectados. Consideremos el ejemplo del color protector. Los elementos que constituyen este contenido conceptual son evidentes: un animal, su color, su enemigo, el entorno del animal y el color de dicho medio. Las relaciones entre los elementos son expresadas en el lenguaje mediante verbos: el enemigo intenta *atacar* al animal. Pero esto supone que *se distinga* de su entorno o de su trasfondo. Pero nuestro animal tiene un color que *es igual* al de su medio. El enemigo no consigue *distinguirle*, ni por tanto *descubrirle* y *atacarle*. El color le *protege*, es su *color protector*. Estas conexiones pueden registrarse gráficamente como *red* de interrelaciones (figura 21).

Habría mucho que decir acerca de estas redes, y no puede hacerse en el presente libro, destinado a la práctica. Lo hemos expuesto en nuestra obra sobre la teoría (Aebli, 1981, pág. 104). Las afirmaciones resumidas en la red conceptual de la figura 21 son fáciles de leer. Entre el enemigo y el animal existe una triple relación. El enemigo ha

de diferenciar al animal del entorno para que le pueda descubrir y ha de descubrirte para poderle atacar. Pero el color del animal, que es idéntico al de su medio, impide que el enemigo le distinga de éste, que le descubra y le ataque. Por ello, el color protege al animal contra su enemigo. Llamamos a un color así «color protector».

¿Por qué exponer en forma de red los contenidos conceptuales? Ello corresponde a nuestro actual y mejor saber acerca del modo como los contenidos conceptuales están almacenados en el saber humano, es decir, como están depositadas las significaciones en la «memoria semántica» (en la memoria de significados). Lo decisivo es el conocimiento de que no hay que representarse los contenidos de la memoria como cadenas de vocablos o imágenes. Los conceptos y las representaciones que almacenamos en nuestra memoria como saber, mantienen múltiples relaciones con conceptos vecinos. Estas relaciones las interpretamos en las redes como líneas conectivas. También es en ello importante la diferenciación entre conceptos acerca de cosas y conceptos acerca de relaciones. A estos últimos los señalamos con un marco oval o rectangular, los conceptos acerca de cosas están expuestos sin marco alguno. Este modo de notación fue propuesto por Lindsay y Norman (1977). Otros autores (Kintsch, 1974, 1977) así como Anderson y Bower (1974) utilizan notaciones semejantes, pero no idénticas.

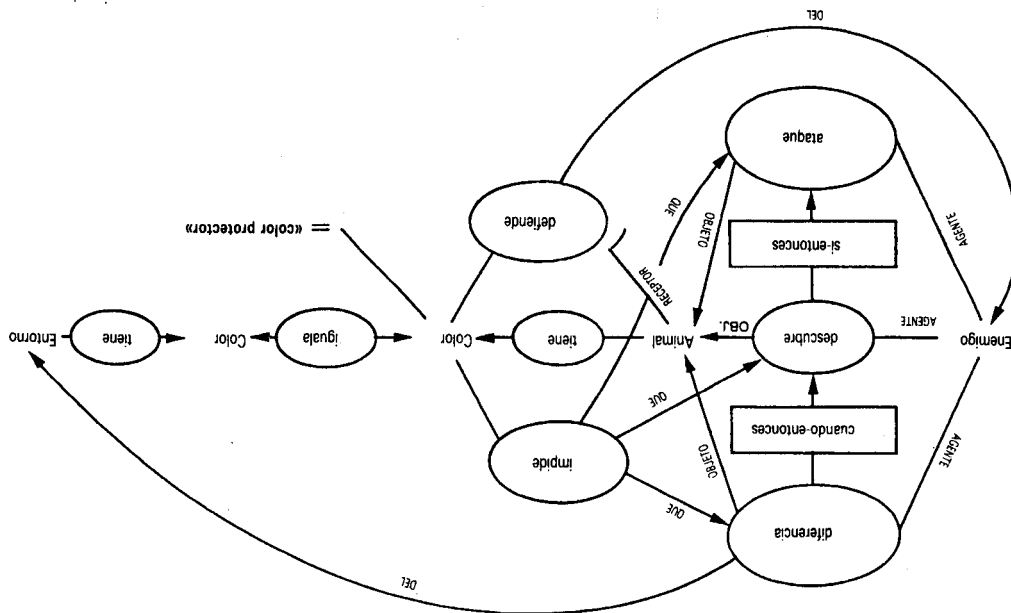
La red de la figura 21 reproduce el contenido del concepto general «color protector». Tiene carácter formal. Al igual que en una fórmula algebraica, se pueden colocar en el lugar de los conceptos parciales expuestos (enemigo, animal, color, entorno) todos los términos específicos posibles: en el de «animal», la rana por ejemplo, en el de «enemigo», la cigüeña, en el de «color del animal y de su entorno», verde, etc. En el lugar de «animal» podemos poner «hembra de pato» y en el lugar de «enemigo», el «zorro». Entonces tenemos que poner «partido» en el lugar correspondiente al color del animal y de su medio. Aquí nos volvemos a encontrar, por tanto, con la generalidad del concepto: el concepto de color protector es aplicable a multitud de casos. Puede tener diversos contenidos, pero su núcleo queda definido por pocas relaciones. Si introducimos las características específicas concretamos o ilustramos el concepto general.

Después de este ejemplo biológico consideremos otro histórico. El concepto será «Causas de la guerra campesina suiza de 1653».

En esta guerra civil, los campesinos de los cantones de Berna y Lucerna se sublevaron contra sus señores de las ciudades. Esta guerra tenía, entre otras causas, motivos económicos, dependientes de las modificaciones que hubo al terminar la Guerra de los Treinta Años (1648). Durante esta guerra, los campesinos de Alemania, que había quedado aislada, habían producido poco, Suiza, que no se vio implicada en la guerra produjo y exportó sus productos agrícolas a precios muy elevados a Alemania, con lo cual ganaron mucho dinero los campesinos suizos. Después de firmar la paz, la producción agrícola alemana se reanudó, los precios descendieron y la situación económica de los campesinos suizos empeoró radicalmente, lo cual provocó un gran descontento. Este descontento, junto con otra serie de causas políticas y sociales, condujo a la guerra campesina suiza de 1653.

La red de la figura 22 muestra cómo la moderna psicología cognitiva concibe la representación de un concepto así en el saber del profesor y del alumno. También aquí

Fig. 21. Red de significados que reproduce el contenido del concepto «color protector». Los verbos establecen las relaciones entre los elementos «enemigo», «animal», «color» y «entorno».



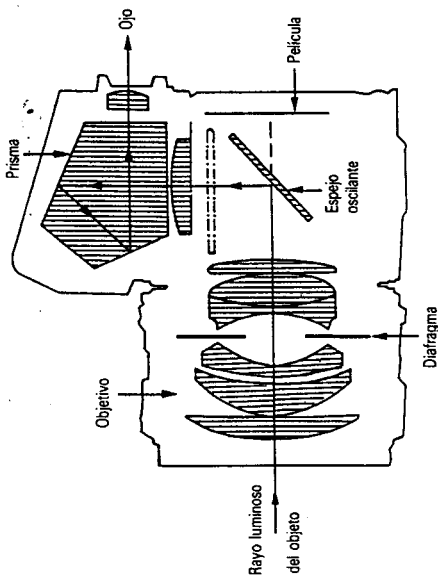


Fig. 23. Corte transversal de una cámara fotográfica de espejo: una «red visible de interrelaciones técnicas».

reconocemos multitud de elementos conceptuales, conectados entre sí muy diversamente y se ve ya cómo se estructuraría un contenido conceptual. Al mismo tiempo se comprende también lo que supondría disponer, de un modo móvil, de un concepto de esta índole.

Consideremos, por último, un concepto que posee un componente intensamente sensorial: la máquina fotográfica, reflex. El que posea este concepto tiene, por una parte, una imagen representativa de su estructura, que vendría a ser como muestra la figura 23. En esta imagen podrá imaginarse también ciertos movimientos, como por ejemplo el camino del rayo luminoso a través de la máquina fotográfica y el movimiento del espejo, activado por un botón y que deja el paso libre al rayo de luz hacia la película. En una imagen esquemática así o bien en una auténtica imagen de la cámara reflex, el alumno advierte multitud de relaciones espaciales, como, por ejemplo, el diafragma, que se encuentra entre el primero y el segundo grupo de lentes del objetivo, el espejo tras el objetivo, que forma un ángulo de 45° con respecto al rayo de luz y que desvía, por tanto, a éste en ángulo recto, la película tras el espejo, el prisma sobre el espejo y el ocular entre el prisma y el ojo del fotógrafo. El sentido de esta construcción es entonces muy probablemente almacenado de un modo verbal, en una forma muy semejante a como hemos visto que sucede en cuanto al concepto del color protector y los motivos de la guerra campesina suiza. Formulados como texto, tal saber conceptual adoptaría aproximadamente la siguiente forma:

Una cámara reflex o de espejo está construida de tal modo que la imagen que el fotógrafo ve en el visor corresponde exactamente a la imagen que incide sobre la

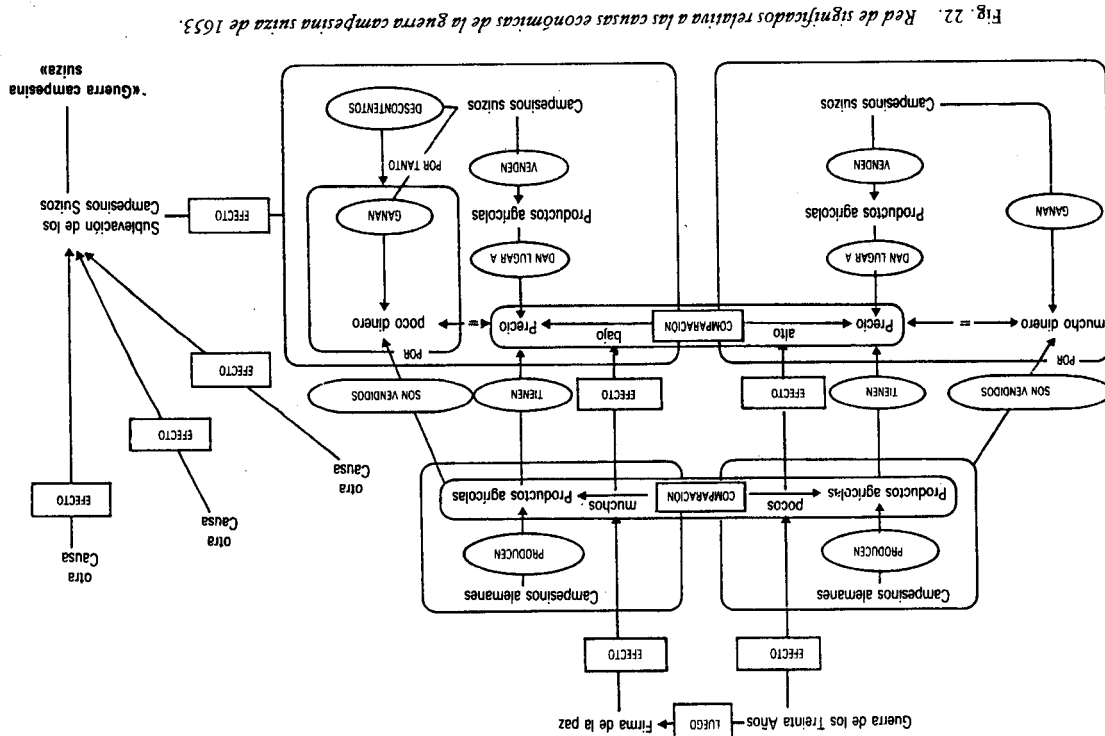


Fig. 22. Red de significados relativa a las causas económicas de la guerra campesina suiza de 1653.

película. Esto se logra desviando dicha imagen, delante de la película, mediante un espejo móvil y un prisma, al ojo del fotógrafo, pero en el momento de fotografiar, queda libre el paso de la imagen hacia la película al moverse hacia arriba el espejo.

Sería una equivocación que el alumno quisiera fijar esta explicación independientemente de la imagen (interna o externa) del aparato. Las afirmaciones de la explicación han de ser más bien proyectadas sobre la imagen del aparato, ya que ponen en mutua relación las partes del objeto y el proceso que tiene lugar en el interior de la cámara fotográfica.

EL PROCESO DE FORMACIÓN DE CONCEPTOS

¿Cómo surge un nuevo concepto en el saber del alumno? Nuestra respuesta es la misma que hemos dado ya en el caso de los cursos de acción y de las operaciones: los conceptos surgen también mediante una construcción. Esta puede adoptar diversas formas. Ya que la formación de conceptos es una tarea exigente, tendrá por lo general lugar bajo la orientación del profesor. Las formas de esta orientación pueden variar; sobre ello trataremos en la parte didáctica del presente capítulo. Están, sin embargo, claros los casos extremos: el procedimiento más conservador consiste en que el profesor explica el nuevo concepto y el alumno sigue la explicación. Hacia la mitad de la escala establecemos una formación de conceptos solucionadora de problemas, en la cual el profesor interviene ayudando y guiando cuando sea preciso. En pocos casos logra el alumno la formación por sí mismo, de un concepto en el marco de un problema planteado en común por la clase y el profesor.

Se trata, pues, de una construcción. Recordemos el proceso desarrollado en el ejemplo del color protector y admitamos que se ha conseguido un grado medio entre la independencia y la dirección. El diálogo entre el profesor y la clase transcurre aproximadamente así:

- *Profesor:* «Queríamos saber, por tanto, por qué la hembra del pato silvestre tiene un plumaje tan anodino, pardo y con pintas, mientras que el macho lo tiene de colores llamativos. ¿Tenéis idea de por qué es así?»  
Admitamos que se dan todo tipo de respuestas, pero que no tienen que ver aún con el verdadero tema.
- *Profesor:* «Pensemos entonces, en primer lugar, dónde anida este animal y cómo incubaba sus huevos. ¿Alguno de vosotros lo ha observado?»
- *Respuesta de los alumnos:* «Los patos silvestres construyen sus nidos bastante lejos del agua, en tierra llana. Los huevos son incubados por la hembra. Permanece sentada varios días sobre los huevos y sólo los abandona durante algunos momentos.»
- *Profesor:* «Podemos imaginar entonces qué peligros acechan a la hembra que está incubando.»
- *Alumno:* «Puede estar atacada por enemigos. El zorro es uno de ellos.»
- *Profesor:* «Recordemos entonces el color de la hembra del pato y pensemos cómo es lo que rodea al nido. Pensad sobre todo en los colores.»

- *Alumno:* «La hembra del pato es de color pardo y también los juncos y la hierba secos son pardos. El zorro no podrá verla bien. Si no la descubre, tampoco la atacará y la dejará en paz. El plumaje pardo es como un camuflaje.»
- *Profesor:* «Sí, el color pardo protege al animal. Por ello se denomina color protector.»

En esta explicación se reconocen los siguientes rasgos característicos de la construcción de conceptos. Al principio hay un problema, que constituye el marco para la explicación siguiente. La expresión decisiva es: «¿Por qué?» «¿Por qué tiene la hembra del pato silvestre un plumaje tan anodino, pardo y con pintas?» Con ello se interroga acerca de una red de relaciones, que vinculan y ordenan el hecho a explicar, al saber actual del alumno. Esta trama de significado se denominará *función* de la coloración especial del plumaje. En casos similares se hablará de las *causas* de un acontecimiento o de las *intenciones* que llevan a ejecutar una acción.

La explicación elaborada en común hace entrar en juego, paso a paso, hechos y conceptos procedentes del repertorio de saberes de los alumnos. Se van asociando sucesivamente: primeramente la representación del animal que anida y de la incubación de los huevos. (Son pocos los alumnos que tienen conocimientos del hecho en cuestión, pero los demás entienden lo que dicen sus compañeros y se forman la correspondiente representación cuando les escuchan.) Es condición previa para ello que todos los alumnos entiendan qué es «anidar» y qué significa «incubar huevos». Si el profesor se da cuenta de que no sucede así, explica ambos conceptos, construyéndolos a partir de otros más elementales aún. Habla, por ejemplo, de «hacer un nido» o recuerda que las aves mantienen sus huevos calientes durante mucho tiempo, para que pueda crecer el embrión. Algunos alumnos saben que los patos silvestres construyen sus nidos en tierra llana. La representación de «anidar» recibe así su determinación espacial. La pregunta siguiente por parte del profesor está destinada a evocar en los alumnos representaciones de posibles peligros que amenazan al animal que está incubando. Ellos piensan en los enemigos del pato, por ejemplo en el zorro. El profesor recuerda el color del pato. Al mismo tiempo intenta que, a partir de lo que saben, sus alumnos evocuen la representación del color del entorno del animal. Establecen la relación entre ambos hechos, al comprobar la semejanza del color. Luego piensan en la intención del zorro, que es un depredador: descubrir al pato si es posible y atacarle, pero comprueban que el ataque depende de que lo descubra y que no lo puede hacer porque no le ve, ya que su entorno tiene un color idéntico al de su plumaje. Un alumno capta la analogía con el camuflaje del uniforme de los soldados y del atuendo de los cazadores. Con ello queda construida la estructura de referencias. El profesor resume todo comprobando que el color pardo protege al animal y que por tanto puede ser llamado color protector.

Se produce aquí un proceso de estructuración. Si fuésemos que representar formalmente la explicación, veríamos cómo se asocian hechos que van siendo paulatinamente conocidos, con conceptos evocados a partir del saber ya existente. La nueva relación entrecruza los conceptos y representaciones anteriores con nuevos rasgos. A partir de «patos», resulta un «pato que incubaba», a partir de «nidos», un «nido sobre tierra llana». El animal se convierte en animal que incubaba, en animal que es amenazado, en animal que se camufla, etc. Los resultados de las sucesivas interconexiones son constantemente resumi-

dos y, por así decirlo, «empaquetados» de una forma manejable, fácilmente retenible, para que, a partir de esta base, se pueda seguir construyendo o estructurando. Así, la construcción aspira a un vértice que constituye un término. Se alcanza cuando el alumno se da cuenta de que la semejanza del animal con su entorno le protege de su enemigo. Finalmente, la relación superior en la construcción del concepto recibe una denominación, como final. El nombre del concepto «color protector», designa al contenido conceptual así construido. Esto es lo importante: a cada contenido conceptual corresponde el *nombre de un concepto*. Se trata del signo verbal que a continuación es utilizado como representante del contenido conceptual. Sirve también para la comunicación, como hemos visto en el primer capítulo.

Al mismo tiempo se advierte también que aquí se ha construido todo un complejo de saber. El alumno no solamente ha adquirido el concepto de color protector, sino que ha llegado a entender todo un sistema de interconexiones biológicas. La idea del color protector supone una posible *perspectiva* dentro de este saber (Aebli, 1981, págs. 205 y ss.). Está asimismo claro que la representación rectora en la construcción de tales redes de saber ha de ser la de *coherencia*. No queremos transmitir al alumno fragmentos de saber que no tengan entre sí relación. La representación rectora ideal es la de una imagen del mundo, en sí coherente, de una imagen de la realidad y de los procesos que en ella se producen. Le sirve al alumno para orientarse bien en el mundo y dar a sus acciones y pensamiento el lugar exacto que en él les corresponde: un mapa cognitivo, y no sólo en el sentido geográfico, sino más bien un mapa de la realidad, puesto al servicio de la orientación en sentido amplio.

Y una observación final, antes de que entremos en la parte didáctica: los conceptos pueden tener también por objeto acciones y operaciones. Toda estructura de relaciones que se vaya construyendo paso a paso a partir de partes más simples y que se encauza hacia un vértice ideal, que recibe entonces un nombre, proporciona un concepto. Lo especial de los ejemplos que hemos puesto en este capítulo es que en ellos se ha reconstruido con el pensamiento y expuesto conceptualmente una parcela de realidad, mientras que en los capítulos sobre la acción y la operación se han establecido esquemas relativos a actuar y operar, a actividades del alumno, por tanto. Lo que allí hemos visto no constituye, como ahora vemos, sino un caso especial de formación de conceptos. Es rasgo común a todas estas formas la construcción mediante conexión, el carácter de red del saber resultante, su delimitación y designación representativa mediante un sustantivo, así como la posibilidad de su transferencia a nuevas situaciones.

### Parte didáctica

#### Format, elaborar y aplicar conceptos

Ya hemos visto en la parte psicológica de este capítulo cómo se almacenan conceptos en el saber del hombre y cómo se construyen. Ahora abordaremos la realización didáctica de la formación de conceptos. Conviene, ante todo, que tengamos en cuenta el papel que desempeña la formación de conceptos en las diversas materias de enseñanza.

Si consideramos con cierta perspectiva nuestras materias didácticas, encontraremos unas que cultivan la formación de conceptos de un modo relativamente consciente y sistemático. Aquí se incluyen las áreas de matemáticas y ciencias de la naturaleza. Dentro de las relativas al lenguaje, es la gramática la que introduce y emplea sistemáticamente los conceptos. En la clase de literatura y en la de historia se cultiva, en muchos centros, la formación de conceptos de un modo menos consciente y sistemático. El motivo de ello es que los asuntos humanos de que se trata son demasiado complejos y ningún caso se parece a otro, que la historia no se repite y cada obra basada en el lenguaje posee su individualidad propia. Quizá sea así, pero tampoco en el bosque es cada árbol igual a otro y a pesar de ello existe la botánica, y la diversidad de los seres humanos no ha impedido a la psicología captar conceptualmente rasgos comunes de su comportamiento. El historiador y el estudioso de las ciencias literarias poseen, como es lógico, su repertorio de conceptos, lo que sucede es que no intentan definirlo sistemáticamente y estructurarlo hasta constituir sistemas conceptuales. No es cometido de una didáctica general decirles a las ciencias especializadas cómo ha de organizar su enseñanza, pero sí podemos afirmar con seguridad que una enseñanza que, aparte de transmitir saberes especiales e impartir el aprendizaje de habilidades prácticas, proporcione a los alumnos conceptos claros, que los interrelacione conscientemente en sistemas coherentes y que les dé ocasión de trabajar con ellos, resulta más fructífera y es vivida por ellos como más interesante y estimulante que una enseñanza que descuide esto.

#### LOS CONCEPTOS COMO REDES DE INTERCONEXIONES DE COSAS

En primer término se plantea la cuestión de si se han de *definir* los conceptos que se transmiten en la enseñanza. Esto sólo se hace con alumnos mayores, los de menos edad se van habituando a los conceptos que introducimos mediante el *trato práctico*. En la vida cotidiana adquirimos numerosos significados exactos de conceptos que no hemos definido jamás. Más importante que una definición, que designa al concepto superior y a una diferencia específica («la ballena es un mamífero que...») es para el profesor tener en cuenta que los contenidos de los conceptos poseen carácter de red y que estas redes, por su parte, se interconectan con conceptos vecinos y, finalmente, con toda la imagen del mundo de la persona que los forma. Es, por ello, de desear que el profesor sea también consciente del arraigo que alcanzan los conceptos a tratar, dentro del saber general del alumno. Con ello no queremos decir que todo concepto ideal de la meta no del sistema de saber acerca del mundo, pero como representación ideal de la meta conviene perder de vista esta aspiración y preguntarse siempre por la coherencia interna del saber conceptual que transmitimos en clase. Los alumnos nos lo agradecerán, pues la necesidad de ayuda en forma de orientación es muy grande precisamente en las sociedades pluralistas.

Así pues, para su propia preparación el profesor dibujará la red de los conceptos que desearía impartir en una materia determinada. No es que opinemos que haya de presentar esa red también a sus alumnos y que se la haga aprender. Ello no es, por supuesto, imposible, pero no es ni mucho menos siempre deseable y necesario. El resultado más

importante de dicha preparación es más bien que el profesor mismo reflexione sobre la red de interconexiones de un sector de una materia, que se mueva con holgura y libremente dentro de ella. Esto tiene como consecuencia que no solamente resulte clara su exposición del tema, sino que la transparencia y la movilidad que ha logrado le capacitan también para aceptar adecuadamente las propuestas de los alumnos, situarlas e incluir las en su exposición.

Durante la preparación, el profesor piensa además si existe un *concepto previo* en el saber actual y en la experiencia del alumno, que contenga ya rasgos esenciales del concepto a estructurar. Así por ejemplo, el concepto del «molino con estranque y conducción a la rueda hidráulica» contiene ya rasgos esenciales del concepto «central eléctrica». O bien los alumnos han experimentado cómo bajan los precios de los productos agrícolas cuando aumenta la oferta, por ejemplo de manzanas o de fresas. En estos casos, el siguiente proceso de construcción precisa el concepto previo global y al mismo tiempo lo transforma de acuerdo con las nuevas interconexiones. En la central eléctrica se trata de la producción de energía eléctrica y no ya del trabajo de un molino, la caída de precios en Suiza después de la Guerra de los Treinta Años fue atribuible al restablecimiento de la agricultura alemana, etcétera.

En otros casos no existe tal concepto previo y en su lugar puede surgir un *planteamiento de problema*, que anticipa también la estructura a construir. Nos proponemos pensar cómo puede ser utilizada el agua procedente de un valle para obtener electricidad o qué cambios económicos acontecidos tras la Guerra de los Treinta Años pudieron provocar la rebelión de los campesinos y la guerra campesina consecutiva.

#### CONSTRUIR EL CONTENIDO DEL CONCEPTO

Así pues, la construcción sólo puede tener lugar explicando o resolviendo problemas. En el primer caso, el profesor realiza toda la construcción y el alumno «sigue la explicación», es decir, la construye consecutivamente. De este modo, el procedimiento se asemeja al de narrar, pero como el esfuerzo, debido a la novedad de las conexiones conceptuales, resulta más exigente para el alumno que en el caso de la narración, aumenta el riesgo de que algunos alumnos o clases enteras no puedan seguir la construcción. La cuestión que se plantea entonces es si el profesor se da inmediatamente cuenta de ello. No es imposible, por una parte, porque él mismo advierte la dificultad de las diversas etapas de la construcción, por otra, porque una persona que no es capaz de seguir una explicación muestra signos característicos de no entender y de falta de participación. Pero es muy difícil darse cuenta de esto cuando se tienen veinte alumnos.

De aquí la ventaja del «desarrollo»: el profesor divide la construcción en una serie de etapas parciales. Cada una de éstas es presentada como problema parcial que el alumno debe realizar. Este procedimiento aumenta la atención y hace más visibles las posibles dificultades. Las respuestas erróneas e incompletas, el número de manos alzadas son evidentes signos de ello. Pero también aquí amenazan los errores clásicos. Está muy extendida la tendencia por parte del profesor a considerar a la clase como un interlocutor único

y a tratarla en consecuencia; es decir, a considerar una única respuesta correcta como signo de que todos han comprendido y pensar que todos los alumnos que la han escuchado han entendido también lo que ha querido decir el que dio la respuesta. Naturalmente, no es así. De aquí, la necesidad de hacer hablar a varios alumnos y ver si el resto de la clase da señales de entender la aportación de sus compañeros. Con ello se repite el problema que ya nos hemos encontrado anteriormente, al hablar de la explicación.

El único método que permite estar hasta cierto punto seguro de que se produzca una construcción del concepto por la mayoría de una clase, consiste en formular varias veces, de distintas maneras, sus etapas decisivas o hacerlas formular, uniendo a esto inmediatamente cierto control de la comprensión. Esto se realiza dejando deducir conclusiones de la idea comprendida o enlazando reflexiones a su aplicación: «Cuando la hembra del pato corre peligro, sobre todo cuando está incubando, ¿qué deducís del hecho de que el macho tenga el plumaje mucho más coloreado?» («Que no ayuda a incubarlo») «¿En qué período de la vida creéis que es más probable que los animales presenten un color protector, en la infancia o en la edad adulta? ¿Por qué?» («En la infancia») «¿Creéis que los depredadores tienen también colores protectores?» («Menos») «¿Qué ventajas tendría para un depredador un color que se asemeje al del entorno?» («Que no es descubierta, al cazar, por sus presas») «¿Está justificada en este caso la denominación de color protector?» «¿Cómo se podría llamar este color?» («Color de camuflaje, color de cazador».)

Otro problema se deriva del hecho de que la secuencia de las etapas parciales de una explicación o de un desarrollo realizado en común con los alumnos presenta la forma de una cadena, es decir, de un proceso lineal, mientras que el resultado es una red. El que explica ha de tejer la red de interrelaciones como una araña, a partir de un hilo único. Pero el alumno no puede tener a cada momento en la cabeza toda la red tejida hasta entonces; sólo le son inmediatamente presentes las últimas relaciones que ha estructurado. La explicación, por tanto, debe volver constantemente a aquellos puntos en los que ha dejado un elemento, reconsiderarlo y seguir tejiendo a partir de ahí. Pero esto presupone que el elemento que se ha abandonado está aún presente y puede ser tratado en cuanto sea oportuno. Esto exige que esté ya consolidado en cierta medida.

De ello se deduce que *los resultados parciales tienen que ser conscientemente fijados y grabados en la memoria*. Esto se lleva a cabo repitiéndolos varias veces y, dado el caso, considerándolos desde diversos aspectos. Los buenos explicadores lo hacen inconscientemente, formulando varias veces aquellos elementos que suponen ideas importantes ligeramente modificados, fijándolos al final en un fórmula precisa y bien destacada. Un concepto parcial que resume y fórmulas pregnantes —«Diferenciación del animal con respecto a su trasfondo», «Diferenciación como condición previa del descubrimiento», «Caída de precios como consecuencia del nuevo aumento de la producción en Alemania», «El espejo oscilante entre el objetivo y la película»—, sirven para esa consolidación. Un concepto único que resume puede resultar útil aquí; pero, en cambio, no es lógico y natural que una expresión recientemente introducida sirva para ello. Así, por ejemplo, el término «diafragma» debe ser interpretado y aprendido antes de que sustituya al elemento del pensamiento «dejar paso a cantidades modificables de luz». Para ello, suele ser necesario que se explique la etimología del nombre del concepto. El «espejo oscilan-



te» oscila hacia arriba cuando se acciona el disparador del aparato fotográfico, el «diafragma» calibra la cantidad de luz que incide sobre la lente y deja pasar sólo una determinada cantidad; si entrase demasiada luz, la película se velaría.

Dado que una explicación es un proceso lineal que discurre en el tiempo, pero su resultado posee carácter de red, los profesores inteligentes hace mucho que han descubierto la ventaja de las palabras clave ordenadas en el encerrado en forma reticular. Durante la clase fijan en él justamente lo que nosotros hemos llamado exposición más adecuada de un concepto y con ello facilitan que se vuelvan a considerar elementos que se dejaron aparte», y en los que se debe conectar de nuevo la explicación más adelante. En lugar de que el alumno tenga que evocar la idea a partir de su memoria, puede leerla en la pizarra.

Exactamente lo mismo puede decirse de un dibujo continuamente proyectado en el encerado o de una obra que se va formando concretamente, como, por ejemplo, una central eléctrica construida en el cajón de arena.

Al final de la formación de conceptos se repasan las etapas de la construcción y se intenta conscientemente fijarlas. Hay que decir a los alumnos que lo que ahora importa es considerar las interrelaciones en su conjunto y familiarizarse con ellas. La finalidad es orientarse dentro de un sistema de interrelaciones como dentro de una ciudad que se conoce bien: saber, con respecto a cada punto, qué conexiones conducen a los puntos cercanos y aun cuando a uno se le presente un solo elemento, saber situarlo dentro del marco de la totalidad. Con respecto a dos elementos determinados se puede decir cómo se interrelacionan. En los apartados siguientes mencionaremos las medidas especiales que sirven para este fin. Pero aquí mencionaremos ya la meta perseguida: el alumno debe disponer, con movilidad, de las relaciones que constituyen el contenido de un concepto y deberá poder aplicarlo a nuevas situaciones, ya que el concepto ha de ser un instrumento del pensamiento y no simplemente un fragmento del saber.

#### ELABORAR EL CONCEPTO

Con respecto a la introducción de una nueva operación hemos hablado ya de «elaborar». La finalidad era darle movilidad y ésta, a su vez, tenía la tarea de capacitar al alumno para adaptar una operación a situaciones nuevas, es decir, para realizar las necesarias transformaciones, variaciones, etc. Así pues, la elaboración está al servicio de la aplicación. Exactamente lo mismo es válido con respecto a la elaboración de conceptos, pues también éstos han de ser susceptibles de aplicación; sólo así se convertirán en instrumentos de un pensamiento vivo. Para que un concepto sea aplicable a una nueva situación, no puede permanecer fijado a las circunstancias especiales en las que fue introducido; su estructura interna debe ser móvil y, con ello, capaz de adaptarse. El alumno tiene que comprender las relaciones esenciales para ser capaz de reconocerlas, o bien de restablecerlas en una situación nueva.

El concepto va adquiriendo esta transparencia en el curso de su elaboración. Lo que ella significa lo reconocemos más claramente una vez introducida la representación.

en red, de los conceptos. Elaborar significa precisamente que el pensamiento se mueve por diversas vías a través de una red. En el caso del color protector (figura 21), por ejemplo, comenzamos en la primera elaboración *por el animal*, de él pasamos a su enemigo y luego progresamos hasta la semejanza entre el animal y su entorno. Y ahora desarrollamos el problema, ya se trate del ejemplo original representado por la hembra del pato silvestre, ya de un nuevo ejemplo (rana, cría de pájaro, etc.) *a partir del entorno*, anotamos la semejanza del color del animal con él y nos preguntamos para qué sirve. En un tercer caso comenzamos *por el depredador* y su búsqueda de alimento y llegamos luego a la necesidad de diferenciar la presa de su trasfondo. Si pensamos que un ave de tapina tiene que poder divisar un nido de alondra situado en un prado, si desea atacarlo, vemos que es sumamente útil para la alondra su plumaje pardo moteado.

Análogamente puede desarrollarse una estructura de interrelaciones históricas o económicas desde diversos puntos de vista y también el complejo de ideas «central eléctrica» permite tales variaciones. En este último caso resulta especialmente claro que hay que partir de la necesidad de energía eléctrica en la ciudad y los centros industriales y seguir luego por las conducciones de alta tensión hasta la central eléctrica y de allí a las instalaciones generador-turbina-conducción de la presión-galería-embalse; otra posibilidad se da cuando comparamos el valle antes y después de la construcción de la presa, y una tercera posibilidad si pensamos cómo en tiempos en los que existen *superávits* de energía eléctrica en otras centrales, se bombea el agua desde el río del valle, hacia el embalse.

Estos ejemplos de elaboración se basan, por tanto, en la idea de recorrer en diversas direcciones la red de interrelaciones que presenta el contenido del concepto. Otra forma de elaboración parte del hecho de que se pueden considerar los fenómenos de este mundo *desde diversos puntos de vista*. Así los acontecimientos económicos y políticos de las guerras campesinas de los siglos XVI y XVII resultan, como es lógico muy distintos si se consideran desde la perspectiva de los propios campesinos, de las autoridades ciudadanas contra las que se sublevaron o de las potencias vecinas a las tierras en las que tuvieron lugar los conflictos bélicos. Igual sucede con respecto a la guerra de independencia americana, que es completamente distinta si se la considera desde el punto de vista de los colonos norteamericanos, de la corona inglesa, de los comerciantes británicos, de los franceses o de los españoles.

Desde la perspectiva psicológica es importante el hecho de que el cambio de puntos de vista «descentra» el pensamiento del niño (Piaget, 1947/1960). Volvemos sobre este proceso. Aquí nos limitaremos a comprobar que con cada nuevo punto de vista surgen también nuevos aspectos del tema considerado, siendo más claramente captadas las interrelaciones dentro del conjunto conceptual. La elaboración depura al concepto de la escoria que se fijó a él desde la primera elaboración. Destacan claramente las correlaciones esenciales. El concepto se convierte en un mapa mental (*cognitive map*, Tolman, 1932) en el que el alumno es capaz de moverse de modo libre e independiente. Y en especial, la expresión del saber adquirido no depende ya de las fórmulas verbales que se eligieron en la elaboración original. El significado se realiza en la red y no ya en la concatenación de palabras de la primera explicación.

## APLICAR EL CONCEPTO

Los conceptos son instrumentos del pensamiento, como hemos dicho. Por ello hay que dar a los alumnos la oportunidad de emplear los instrumentos que han adquirido. ¿Cómo sucede esto y cuál es la finalidad de la aplicación? Conviene considerar el proceso de aplicación de conceptos en el conjunto del comportamiento cotidiano. ¿Para qué empleamos nuestros conceptos? Los utilizamos para comprender el mundo que nos rodea y para realizar en él, actuando, nuestras intenciones. Comprender el mundo exige del hombre moderno que comprenda, por una parte, personas, objetos, procesos y situaciones y por otra parte, que comprenda textos.

Quien desee manejar una cámara réflex debe saber cómo está construida y cómo funciona. Como es natural, estos objetos están contruidos, en parte, para que puedan ser manejados, como algunas personas hacen con un coche, sin saber qué es lo que realmente sucede en él cuando lo usan, pero en cuanto surge una avería, quien no entiende un aparato se ve ante dificultades insuperables. En cambio, el que conoce su funcionamiento, intervendrá racionalmente y logrará al fin hacer la fotografía, aun cuando el espejo oscilante se le haya atascado. Quien compra una casa debería saber qué es una hipoteca y el que compra un objeto a crédito debería tener un concepto claro de los intereses que van a gravar su deuda. Son nuestros conceptos los que nos hacen transparentes las situaciones problemáticas. Al aplicar a la situación un concepto claro se le trasmite esa claridad. Vemos entonces las correlaciones y nos ponemos en situación de actuar correctamente.

Lo mismo sucede cuando nos encontramos ante exposiciones verbales del mundo. Si queremos entender la sección comercial de un periódico, necesitamos poseer conceptos tales como «balance comercial», «efectivo», «tipo de descuento». Cuando leemos noticias políticas de Gran Bretaña y Alemania, tenemos que saber qué es un primer ministro en Gran Bretaña y un canciller federal en Alemania (que son lo mismo, es decir, jefes del gobierno) y cuando oímos hablar del secretario de Estado norteamericano, hemos de saber que su puesto se llama en Europa ministro de Asuntos Exteriores (aunque con ciertas diferencias). Podría decirse que aquí no se hace sino cambiar un nombre por otro, pero es un error. No sirve, naturalmente, para nada cambiar la expresión «secretario de Estados» si no se entiende, por «ministro de Asuntos Exteriores» si tampoco se entiende. Más bien hay que comprender cómo funciona un gobierno y cómo lleva su política exterior. Pero esto es el contenido del concepto, la estructura de interrelaciones y procesos que subyace a su denominación. Esto es particularmente importante al leer un texto, ya que en todo texto, como hemos visto, queda muchísimo sin expresar, que, sencillamente, se presupone; el lector ha de aportar las correlaciones a partir de su propio saber. El contenido del concepto es la unidad de saber que se evoca y aplica en el proceso de lectura para interpretar el texto.

Las aplicaciones decisivas de los conceptos que transmitimos en clase tienen lugar en las situaciones de la vida real. Como profesor hay que plantearse siempre, y con respecto a cada materia que se imparta, la cuestión relativa a si se transmiten a los jóvenes puntos de vista que les hagan comprender el mundo. En el caso de la *clase de historia*, la pregunta sería, pues, la siguiente: ¿qué correlaciones de política estatal y sociales debe com-

prender un ciudadano de nuestro tiempo para poder desempeñar el papel que le corresponde como tal y qué conceptos proporciona para ello la clase de historia?

En el caso de la clase de *lengua* nos preguntamos: ¿qué es lo que hace más adelante al alumno con los conceptos que le hemos transmitido? ¿De qué puntos de vista debe disponer para apreciar algo cuando lee libros, el periódico, revistas? ¿Qué perspectivas necesita para saber ver y hacer un juicio en el teatro, ante la pantalla de TV? ¿Le transmitimos estos conceptos? ¿Hemos intentado ejercitar su aplicación?

En *biología*, en *física* y en *química* no sucede de otro modo. Aquí se plantea más bien la cuestión de la aplicación por el que no es especialista, pues incluso en la enseñanza superior, el profesor tiene ante él pocos alumnos que lleguen a ser biólogos, físicos o químicos. En la escuela básica sucede lo mismo, si bien en mayor medida. Así pues, la pregunta es la siguiente: ¿qué aplicaciones creemos que hay de los conceptos geológicos, físicos, químicos, matemáticos a la vida del jurista, del constructor, del artesano, del administrativo, de la profesora de jardín de infancia, del ama de casa? Y *viceversa*: ¿qué conceptos deberían poseer estas personas para entender la realidad biológica, física, química en la que viven y para comportarse en ella con conocimiento de causa?

No hace falta multiplicar los ejemplos. El problema es evidente; su solución es, en parte, cuestión propia de la teoría del *currículum*. Pero no es justo que unos cuantos especialistas resuelvan este problema para el profesor, mientras que él permanece sin intervenir. Se trata de un problema que afecta a todos y que cada uno ha de resolver por sí mismo: ser consciente del sistema de conceptos que transmite en sus clases y en segundo lugar preguntarse dónde cree que existen las aplicaciones prácticas y teóricas de estos conceptos; en tercer lugar, invertir la pregunta y plantearse si los puntos de vista que ha transmitido al joven le permitirán ver y reconocer, en su mundo, lo que debería ver y reconocer para comportarse rectamente y para cumplir satisfactoriamente las tareas que se encontrará en su profesión y en su tiempo libre. El profesor sólo podrá resolver estas cuestiones cuando estudie durante toda su vida el mundo y las situaciones vitales que encontrarán sus alumnos, cuando cree para ello los contactos necesarios y cuando constraste constantemente el repertorio de conceptos y puntos de vista que les transmite.