

K. Lovell

Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños



SÉPTIMA EDICIÓN



Morata

FORMACION DEL CONCEPTO

El percepto

Puesto que vamos a ocuparnos de importantes conceptos matemáticos y científicos, debemos empezar por analizar el propio término de *concepto*. Intentaremos entender lo que se quiere significar con esta palabra y examinaremos muy brevemente las vías por las que el niño accede al concepto. Pero antes de poder hacer esto debemos considerar el significado de la palabra *percepción*.

Cuando los estímulos visuales, sonoros, táctiles y olfativos del mundo externo llegan por la vía del sistema nervioso central al órgano sensorial adecuado, son sometidos a un proceso de filtración. Es decir, sucede como si el sistema fuera de capacidad limitada, como si se produjera una especie de selección de estímulos, especialmente cuando éstos son complejos. Los factores que determinan la selección parecen ser la naturaleza de los propios estímulos, la probabilidad de que aparezcan y ciertas condiciones relativas al sujeto, como el grado de intensidad con que espera su recepción y sus necesidades. Después que ha tenido lugar esta selección, los estímulos llegan a la corteza cerebral y a las áreas conexas del cerebro medio. En ese momento experimentamos determinadas sensaciones*.

* Los diversos aspectos de la percepción, tanto desde el punto de vista psicológico como fisiológico y educativo, pueden verse tratados ampliamente en las siguientes obras: BRENNAN: *Psicología General*, Madrid, Morata, 1969. 4.ª ed., pp. 212-235; KELLY: *Psicología de la Educación*, Madrid, Morata, 1972, pp. 69-77; KATZ: *Manual de Psicología*, Madrid, Morata, 1977, 9.ª ed.; KATZ: *Psicología de las Edades*, Madrid, Morata, 1977 ("Psicología de la primera infancia", por los doctores Jean PIAGET y Bärbel INHELDER. pp. 39-82), y OSTERRIETH: *Psicología Infantil*, cap. V ("Las transformaciones del pensamiento"), Madrid, Morata, 1977; PIAGET: *Psicología del Niño*, Madrid, Morata, 1977. (N. del T.)

La *interpretación* que damos a esas señales—es decir, nuestra *percepción* del mundo externo—no depende solamente de las sensaciones que llegan a la corteza cerebral y al cerebro medio (me-sencéfalo). La percepción resulta del refuerzo de esas sensaciones con experiencias anteriores, ideas, imágenes, expectación y actitud. No admitimos que la entrada de sensaciones y la actividad perceptiva sean dos procesos separados. Sin embargo, es de notar que el aprendizaje juega un importante papel en la interpretación que damos a esas sensaciones. Por consiguiente, la percepción es susceptible de verse afectada por nuestros modos de pensar, por nuestras actitudes, estados emocionales, apetencias o deseos en un momento dado, de tal manera que muchas veces percibimos, muy equivocadamente, aquello que “estamos esperando” percibir. Por otra parte, debe recordarse que la percepción, a diferencia de la imagen, resulta de un contacto inmediato con el sector más destacado de la realidad ambiental.

El concepto

Ahora es posible examinar los caminos por los que tiene lugar la formación del concepto *. No podemos afirmar nada con certeza, pues aún sabemos poco acerca del modo cómo los niños conceptúan. Parece que distintos niños llegan al mismo concepto por vía diferente. Cuando oímos pronunciar la palabra “ave”, o la vemos impresa, no pensamos en todas las especies de aves existentes, desde las de corral a la golondrina. Para la persona normal, esa palabra significa una *clase*¹ de animales que tienen plumas y dos patas, y la mayor parte de los individuos incluidos en ella pueden volar. Ha seleccionado algunas propiedades comunes a ciertos animales, y a aquellos que tienen esas propiedades les ha dado el nombre de “aves”. Al generalizar, los conceptos proporcionan palabras para representar toda clase de objetos, cualidades o acontecimientos, y nos son de enorme ayuda para nuestro pensamiento.

Empezaremos por examinar el punto de vista tradicional sobre la formación de conceptos. Cuando el niño forma un concepto, ha de ser capaz de *discriminar* o *diferenciar* las propiedades de los objetos o de los acontecimientos que están frente a él y de *generalizar* sus descubrimientos respecto de cualquier rasgo común

* Para ampliar las cuestiones psicológicas generales conviene consultar las obras citadas en la nota anterior. (*N. del T.*)

¹ Una clase (o especie), puede ser formalmente definida como el conjunto de todos aquellos seres que poseen cierta propiedad.

que haya encontrado. La discriminación exige que el niño pueda reconocer y apreciar cualidades comunes y distinguir éstas de otras propiedades diferentes. Por ejemplo, el rasgo común entre un número de círculos de distinto diámetro, hechos con diferentes materiales y de diversos colores, es la redondez del círculo, y el reconocimiento de este rasgo en todos los objetos constituye el mayor avance en la formación del concepto en este caso. Por otra parte, las características variables, como diámetro, color y material, son ignoradas, puesto que no contribuyen nada por el momento. Muchos autores prefieren, sin embargo, el término *abstracción* (en el sentido de "sacar de", "retirar", *taking from*) mejor que *discriminación* *. No obstante, tanto en la *abstracción* como en la *discriminación* tiene lugar una *generalización*, por medio de la cual se origina el concepto. Este concepto parcialmente definido (en germen) queda ahora como una hipótesis (ej.: "esto es un triángulo", "esto es un invertebrado"), que tiene que ser comprobada ensayándola sobre nuevos especímenes.

El niño empieza con perceptos. Pero desde la infancia comienza a discriminar, abstraer y generalizar a partir de los datos de la realidad circundante. Por supuesto, no entiende ni controla este proceso de abstracción ("sacar de"), ni tiene conciencia de él al principio; hasta que no se suscita su atención sobre él, ocurre, simplemente. A medida que progresa la edad del sujeto se produce un mayor grado de conciencia y deliberación. Las abstracciones y generalizaciones prosiguen con mayor facilidad y rapidez si encuentra una variedad de experiencias estimulantes y si éstas son paralelas al desenvolvimiento neurofisiológico del niño. El orden de sucesión es: percepción-abstracción-generalización.

La abstracción y la generalización son esencialmente procesos psíquicos, tienen lugar en la mente. Los adultos pueden crearse (o rodearse de) un medio ambiente que les ayude a progresar, pero el niño tiene que saltar por sí mismo del *percepto* al *concepto*.

Un concepto puede ser definido como una generalización a partir de datos relacionados, y posibilita responder a, o pensar en, estímulos específicos o perceptos de una manera determinada. Por esto, un concepto equivale a un juicio y se utiliza como un criterio. Los conceptos parecen proceder de las percepciones, del

* *Abstracción*: acción y efecto de *abstraer* (*abstrahere*, sacar de, retirar), que significa "aislar mentalmente o considerar por separado" (las cualidades o una cualidad de un objeto). *Discriminación*, de discriminar, que significa "separar, distinguir, diferenciar (una cosa de otra)". (*N. del T.*)

contacto real con objetos y situaciones vitales, de experiencias sufridas y de distintas clases de acciones realizadas.

La formación del concepto se apoya también, probablemente, en recuerdos e imágenes. Por ejemplo, cuando el niño está elaborando su concepto de *transporte*, se ve ayudado por el recuerdo de viajes en coche, en tren y por imágenes de barcos vistos en la costa o de aviones volando sobre su ciudad natal. A medida que el concepto se va generalizando más completamente puede hablar de *transporte* en lugar de hacerlo de automóviles, trenes, barcos y aviones.

Conviene subrayar que los conceptos en el niño, por lo general, no se desarrollan repentinamente en su forma definitiva. En realidad, los conceptos se ensanchan y profundizan a lo largo de la vida, mientras el cerebro y la mente permanecen en actividad y los prejuicios no reducen la capacidad de categorizar*.

Muchas veces en la formación de conceptos hay una cierta cantidad de ensayo y error que tiende a determinar si un nuevo espécimen es incluíble dentro de una hipótesis previa ya existente. También es cierto que el razonamiento se ve frecuentemente implicado cuando están siendo formados los conceptos, porque tiene que efectuarse la selección de lo que es importante y la exclusión de lo que carece de relieve. VINACKE (1952), un importante investigador en este campo, pretende que tanto la abstracción como la generalización dependen más de la motivación y son más conscientes y controladas en los adultos que en los niños. Es de suponer que sea así. Además, en el nivel adulto, los conceptos adquiridos influyen sobre nuestras percepciones; se produce, por así decirlo, un efecto alimentador-sustentador (*feed-back effect*).

El lenguaje y los símbolos matemáticos intervienen ciertamente en la concepción, porque capacitan al individuo para captar y aclarar los conceptos o actúan como un marco de referencia. Además, hacen que sea posible la comunicación de nuestros pensamientos a otras personas, bien de palabra o por escrito, lo cual es de un valor especial para ayudar al niño a que desarrolle y discuta conceptos como *honestidad* y *automación*. Al mismo tiempo, y según el punto de vista de PIAGET, sucede que aunque el lenguaje ayuda a la formación y estabilización de un sistema de comunicación constituido por conceptos, es, en sí mismo, insuficiente para dar origen a las operaciones mentales que hacen que sea posible el pensamiento sistemático. Desde este aspecto,

* Situar mentalmente un objeto, y con exactitud, en el grupo en que le corresponde ser clasificado. (*N. del T.*)

el lenguaje "traduce" lo que ha sido ya comprendido; por tanto, es, esencialmente, un "vehículo" simbólico para el pensamiento. Es cierto que no sólo los niños de muy corta edad, sino incluso las ratas, pueden desarrollar alguna noción de, diríamos, *triangularidad*, puesto que darán una respuesta similar a muy diferentes triángulos. Tanto ésta como otras ideas simples son desarrollables parcialmente sin verbalización.

Tanto los niños como los adultos pueden haber alcanzado un concepto lo suficientemente válido para los efectos de su empleo en la vida cotidiana—y en el caso del adulto, lo suficiente apto para su vida profesional o técnica—y, sin embargo, ser incapaces de definir dicho concepto en términos verbales. Esto es muy frecuente, y no se debe de modo necesario a carencia de vocabulario. Por el contrario, los maestros suelen quedar defraudados porque los niños pueden usar la palabra adecuada y, sin embargo, "no tienen idea" del concepto correspondiente.

En las etapas de la escuela maternal y de párvulos los conceptos del niño son todavía fragmentarios y limitados. A menudo no ve un objeto como un ejemplar perteneciente a una clase o categoría determinada. Todavía no posee suficiente abstracción y generalización, el concepto no está totalmente desarrollado. Y, por ello, el niño sólo es apto para pensar en una cosa en términos de una situación concreta, es decir, la define descriptivamente. Así oímos decir a los niños pequeños: "Un cuchillo y un tenedor *son para* comer con ellos", "la nariz *es para* sonarse". Cuando el concepto se ha desarrollado mejor, precisa relaciones no muy alejadas de los usos concretos, ejemplos curiosos o experiencias aisladas.

Hasta ahora se ha dado por supuesto que en su desenvolvimiento intelectual el niño procede de lo concreto a lo abstracto. Pero en algunos casos no parece que ocurra así. Muchos creen que en los niños pequeños la discriminación y la diferenciación son escasas. Es cierto que el niño no puede dejar de hacer ciertas discriminaciones como, p. ej., entre una luz brillante y la oscuridad, o entre un gran ruido y un murmullo. Esas distinciones inevitables dividen el mundo percibido en un pequeño número de categorías muy amplias. A medida que progresa el desarrollo intelectual, aumentan las discriminaciones, y según se hace mayor el número de distinciones, crece el de categorías, haciéndose más reducidas y concretas. BROWN (1958) se coloca decididamente en esta línea, y señala que el hecho de que el niño emplee la palabra "papá" (*daddy*) para designar a todos los hombres no prueba

que sea deficiente en capacidad abstractiva, sino que le es necesario emplear al principio categorías muy amplias.

El empleo del lenguaje por el niño oscila entre estos puntos de vista. Los adultos enseñan primero a los niños las palabras principales que designan los objetos más corrientes de la vida cotidiana. Por ejemplo, el niño usa la palabra *pescado* antes que otras, como *salmón* o *lenguado*. Igualmente, emplea antes la palabra *dinero* que las de *peseta* o *céntimo*. En cambio, usa las palabras *leche* y *agua* antes que *líquido*, y las palabras *cuchillo* y *cuchara* antes que *cubierto*. BROWN arguye que adquiere en primer lugar los conceptos que el adulto estima de mayor valor para él. Sus conceptos verbales pueden entonces alcanzar un alto grado de abstracción o un alto grado de concreción, de modo que el orden de uso de una determinada serie de términos no se debe tanto a sus preferencias intelectuales como a lo que los adultos consideran que se menciona más corrientemente en la práctica. Los adultos imponen, hasta cierto grado, sus estructuras cognitivas a los niños ².

PIAGET e INHELDER (1959) expusieron el proceso de desarrollo de la capacidad para clasificar objetos en niños de cuatro a diez años. Sus descubrimientos han sido ampliamente confirmados por el autor de este libro (LOVELL y col., 1962). Esta aptitud para clasificar parece depender de la capacidad para comparar dos juicios simultáneamente, y puede originarse en la creciente disposición del niño, desde las primeras semanas de su vida, para coordinar operaciones de carácter retroactivo y procesos de anticipación. Pueden alcanzarse formas sencillas de clasificación con independencia del lenguaje; pero, después, éste se hace necesario para formas de clasificación más complejas, pues aclara la categoría y ayuda a concentrar sobre ella la atención. Hemos confirmado también el punto de vista de PIAGET de que es más fácil para el niño clasificar objetos usando la percepción táctil y cinestésica (objetos "sentidos", pero no vistos) que la visual.

PRICE-WILLIAMS (1962) ha procurado evidencia respecto al desarrollo de la aptitud para clasificar en una sociedad primitiva. Estudiando niños analfabetos y otros que asistían a la escuela primaria en la tribu *Tiv* de Nigeria, ha comparado sus aptitudes para clasificación y selección de materiales que les eran familiares. No encontró diferencias entre estas dos series de niños que

² Un importante trabajo sobre clasificación, es el de ANNETT, M.: *The Classification of Instances of Four Common Class Concepts by Children and Adults. Brit. J. Educ Psychol.*, 1959; 29, 223-236.

se encontraban en, aproximadamente, un rango de edad de seis y medio a once años. Los lectores, si consultasen este trabajo, advertirían las semejanzas y las ligeras diferencias entre dichos niños y los europeos en la aptitud para clasificar. Esto, sin duda, parece significar que la capacidad para la clasificación y la discriminación es algo fundamental en el organismo en desarrollo. *

Se ha discutido mucho sobre discriminación y generalización, pero se admite, en general, que no conocemos realmente cómo tienen lugar. BARTLETT (1958) adelanta algunas sugerencias sobre el proceso de generalizaciones en los adultos. No sabemos en qué medida sean aplicables estas sugerencias a las funciones similares en los niños, aunque no hay razón para no aplicarlas. En opinión de BARTLETT, cuando se produce la generalización en un tipo de pensamiento formal o experimental, la mente tiene que hacer una confrontación activa de todos los puntos de semejanza entre las ideas y los datos ante ella. Esto es la discriminación. La búsqueda prosigue hasta que la mente se convence de que han sido reconocidos, con las diferencias observadas, los puntos de acuerdo que son consistentes en tal sentido que el número y el orden de los pasos (o etapas), o sea, la dirección de la serie de pensamientos es la misma en todos los casos. De esta manera, las concordancias son tratadas como pertenecientes a un sistema y pueden ser reconocidas en cualquier otro ejemplo. Con

BARTLETT señala que esta opinión se opone a la corrientemente admitida sobre la generalización, según la cual, a partir de los datos de la experiencia interior del individuo, las semejanzas y diferencias se separan automáticamente. Entonces se da un nombre a las semejanzas y se las designa como *cualidades* o *propiedades*. Por otra parte, la generalización y la transferencia de los resultados de la práctica o de la enseñanza son considerados corrientemente como dos aspectos del mismo tipo de proceso mental. Pero si la primera exige una investigación activa, la transferencia de conocimientos no puede ser garantizada solamente porque existan puntos de semejanza entre los datos. Según parece, para que se produzca transferencia de aprendizaje es precisa una exploración activa que busque expresamente hacer uso de los caracteres más destacados de la situación. No podemos estar seguros de que habrá transferencia por el mero hecho de que se haya producido unida a ejemplos apropiados.

Debemos advertir también la diferencia que, en opinión de BARTLETT, existe entre la generalización en situaciones formales y experimentales, de un lado, y en la vida diaria, de otro. En las

primeras, los casos son estudiados cuidadosamente; en la segunda, uno o dos casos son "saboreados", pero no estudiados.

Se ha dicho que un concepto consiste en una generalización sobre una serie de datos relacionados. Más extensa y profundamente, podemos decir que un concepto es el más alto grado de generalización a que puede llegarse. Es lamentable que no se disponga de conocimientos suficientes sobre los procedimientos exactos para favorecer la formación de conceptos; no obstante, se sabe que las condiciones ambientales tienen gran importancia. LOVELL (1955) demostró que adolescentes y adultos jóvenes, a causa de un "fondo" estimulante, eran superiores en capacidad de clasificar y formar nuevos conceptos a otros antecedentes menos favorables, descontada la inteligencia general y la aptitud académica. CHURCHILL (1958) demostró que los párvulos que tuvieron oportunidad de jugar con determinados materiales pudieron alcanzar ciertos conceptos matemáticos más rápidamente que los de un grupo de control a quienes no se dieron esas oportunidades.

Los pensamientos surgen de los actos

Hasta aquí no hemos hecho mención explícita de la opinión según la cual todo *pensamiento* depende de actos. Por *pensamiento* entendemos aquí *una fluencia conexa de ideas dirigidas hacia cierto fin o propósito*. Al emplear en este libro las palabras "pensamiento", "pensar" o "pensado" lo hacemos en tal sentido. Como dijimos antes, PIAGET sostiene que todo pensamiento surge de acciones y los conceptos matemáticos tienen su origen en los actos que el niño lleva a cabo con los objetos, y no en los objetos mismos. Durante los dos primeros años de su vida, el niño construye lentamente un repertorio de actos y acumula gran experiencia sobre sus efectos, mientras que, al mismo tiempo, va madurando su sistema nervioso central. Según PIAGET, un niño normal puede actuar hacia su segundo año de vida como si estuviese haciendo algo "antes de hacerlo", siempre que la situación sea sencilla y le resulte familiar. Puede representarse los resultados de sus propias acciones antes de que ocurran. Este es el comienzo del verdadero pensamiento, puesto que los actos comienzan a ser "interiorizados". Es un conocimiento práctico que, hasta donde nos es posible juzgar, raramente alcanza el animal más inteligente.

La habilidad fundamental en la que se basa todo conocimiento lógico y matemático (internamente estable) es la *reversibili-*

dad *, es decir, la posibilidad permanente de volver con el pensamiento al propio punto de partida. A juicio de PIAGET, la *reversibilidad* tiene su origen en los actos iniciados en las primeras semanas de vida, cuando el niño aleja de sí un juguete y después lo vuelve a acercar. Por medio de la repetición de estas acciones va desarrollando la capacidad de coordinar operaciones de carácter retroactivo y procesos de anticipación. Probablemente, las diferencias individuales en la capacidad del organismo para "investigar" la realidad ambiental y reducirla a *esquemas* coordinados se deben al influjo de la herencia y también a la diversidad de experiencias vividas por cada individuo. Más adelante veremos que se produce un gran incremento en el poder de reversibilidad del pensamiento desde los siete años de edad en adelante. Los niños no pueden aprender por medio de meras observaciones, sino que sus propios actos tienen antes que construir sistemas de operaciones mentales. Cuando éstas se encuentran bien coordinadas unas con otras, el niño puede empezar a interpretar el mundo físico. De este modo, según el punto de vista de PIAGET, no existe dependencia directa entre los desarrollos perceptual y conceptual. Este último es, esencialmente, la evolución de los esquemas de acción en los que juega una parte la percepción.

PIAGET no es el único en mantener que la acción es la base del pensamiento. SHERRINGTON, el famoso fisiólogo, creía que la mente parecía haber surgido en conexión con el acto motor. MERIDITH (1956) sugiere que el hombre primitivo aprendió a operar manualmente mucho antes de que realizase cualquier clase de operaciones mentales, es decir, acciones "efectuadas" en la mente. Opina que las operaciones manuales asociadas a sus aptitudes primarias se fueron "interiorizando" a través del *sentido propioceptivo*³ del hombre. El hombre primitivo se fue "autoestructurando" por medio de imágenes visuales y de otros tipos. A través de sus acciones adquirió un verdadero arsenal de imágenes "operativas" o "manejables", es decir, pensamientos. Estas últimas imágenes eran de carácter dinámico, a diferencia de las otras. De este modo, el hombre primitivo iba tomando conciencia de sí mismo, no sólo realizando acciones, sino representándose las

* Véase KELLY: *Psicología de la Educación*, Madrid, Morata, 1972, página 86 (N. del T. a la edición española), en "Imaginación". (N. del T.)

³ Son "proprioceptores" los órganos sensoriales que registran continuamente los cambios de posición, tensión, compresión, etc., del cuerpo. Por medio de ellos nos damos cuenta de la posición de nuestros brazos, piernas y otras partes del cuerpo, tanto en relación a otras como al exterior.

y enfrentándose con sus resultados. Así fue como empezó a pensar.

De esto parece deducirse que, como resultado de la interacción del organismo con el medio ambiente físico, el primero construye ciertos conceptos (p. ej.: número, tiempo, etc.), y desarrolla determinadas formas de pensamiento de consistencia interna, que amplían (en grado máximo) sus oportunidades de comprender o "hacer significativo" su ambiente y establecer predicciones dentro de él. El organismo humano proporciona, pues, un máximo de adaptación relacionado con el sistema de energía. Esta adaptación o "equilibramiento" es altamente influida por la práctica y la experiencia, que hacen que "afloren" las contradicciones latentes en una situación, y, de este modo, inicia un proceso de organización interna "dentro" del niño.

Para PIAGET, el tipo de concepto que se desarrolla depende, esencialmente, del nivel de abstracción o disociación de que es capaz el niño, y así, en correspondencia, de la calidad de las secuencias de acción en la mente, denominadas *schemata* o esquemas, que el niño puede elaborar. Desde alrededor de los dos años de edad, el niño comienza a formar lo que PIAGET expresa con el término *pre-concepto*; es decir, el niño disocia objetos de sus propiedades sobre la base de su conducta (p. ej.: cuchillo de cortar pan de cuchillo de cortar carne). Pero sobre los siete años de edad, desarrolla de una manera progresiva nuevos y más complicados esquemas. Le es posible ahora "mirar" o "volverse" "dentro de sus esquemas". Llega así a *comprender* las secuencias de acción en su mente, y puede ver la parte juzgada por sí mismo en ordenar su experiencia. Esto hace que le sea posible construir los *conceptos* de clase, relación, número, peso, tiempo, etc. Sin embargo, solamente es capaz de elaborar aquellos derivables de un contacto de "primera mano" con la realidad.

A partir de los doce años de edad en alumnos dotados, y desde los trece a catorce años, en los promedios, pueden construirse tipos de concepto más avanzados para los esquemas disponibles, y de mayor complejidad que los correspondientes al período de la *junior school*. Es ahora posible para el alumno estructurar y coordinar acciones (en la mente) sobre relaciones, que, en sí mismas, resultan de la coordinación de actos. Un ejemplo aclarará esto: En el concepto de *proporción*, el adolescente debe construir una relación entre, digamos, 2 y 7; también entre, del mismo modo, 6 y 21; y establecer entonces una relación de igualdad entre las dos anteriores previamente formadas. La estructura lógica de un

sistema así es exactamente paralela a la de un establecimiento de proporcionalidad.

La formación de conceptos y las matemáticas

Hasta ahora nos hemos estado refiriendo a conceptos en general. Era necesario hacer ese análisis para situar los problemas de la formación de conceptos en su propia perspectiva. Pero los conceptos matemáticos corresponden a un tipo especial: son generalizaciones sobre relaciones entre ciertas clases de datos. Cuando se trata, por ejemplo, de los números naturales (1, 2, 3, 4..., etc.), el niño pasa de lo *perceptos* (procedentes del medio ambiente que le rodea) y de las acciones al concepto. Los métodos empleados por los docentes pueden favorecer el proceso en mayor o menor grado. En todo caso, si el niño no logra alcanzar plenamente el concepto de los números naturales, si no llega a existir en su mente independientemente de las cosas, aparatos, acciones o circunstancias, serán muy limitados los cálculos y operaciones mentales que pueda realizar con ellos.

En el informe del Harvard Committee de 1945, titulado *General Education in a Free Society* (citado por NEWSON, C. V., en *Insight into Modern Mathematics*, Washington, 1957), encontramos estas palabras: "las Matemáticas estudian el orden en forma generalizada, haciendo abstracción de los objetos y fenómenos particulares en que se presenta". En ellas se encierra una gran verdad que deberían comprender todos los docentes: *las matemáticas son, ante todo, una actividad mental*, y el hecho de escribir cifras en un papel es una mera ayuda. Por otra parte, hay muchos sistemas de conceptos relacionados con los puramente matemáticos, como son los numéricos y los espaciales; las matemáticas estudian las relaciones entre ellos y las operaciones mentales o cálculos a que pueden dar lugar. Para ayudar al niño a desarrollar sus conceptos matemáticos tenemos que enseñarle su lenguaje y sus símbolos. Sin embargo, la comprensión de los conceptos matemáticos no es todo para la formación de la capacidad matemática. Esta exige, además de la comprensión de conceptos y del conocimiento del lenguaje y de los símbolos, la de los métodos y las demostraciones. Algunas de éstas tienen que ser aprendidas, retenidas y reproducidas; han de ser combinadas con otros conceptos, símbolos, métodos y demostraciones; es necesario operar conjuntamente con todo ello y "manejarlo" para que sirva a las tareas de matemáticas. El niño no podrá llegar muy lejos en su razonamiento matemático a menos que posea los conceptos,

aunque *no sea capaz de formular la definición de los mismos en términos verbales.*

Se dice con frecuencia que si se pusiera a los niños en contacto con las ideas matemáticas, con su lenguaje y con sus símbolos más temprano de lo que se acostumbra, los conceptos matemáticos se alcanzarían antes. Hay en esto algo de verdad. Es cierto, como ha señalado Margaret MEAD⁴, que en muchas sociedades primitivas sólo podían contar hasta veinte o veinticinco. Ni los más inteligentes individuos de esas sociedades podían contar más allá de cincuenta; por el contrario, en nuestra sociedad, personas de bajo cociente intelectual pueden alcanzar conceptos numéricos y usar algunos conceptos algebraicos, porque nuestra sociedad está mucho más impregnada de ideas matemáticas. Hay que tener en cuenta siempre la influencia inconsciente del "espíritu de la época" que influye de manera profunda en la comprensión intuitiva. Hasta las más elevadas ideas matemáticas son absorbidas por los niños envueltas en los pensamientos cotidianos. Por otra parte, hay una edad límite por debajo de la cual los niños, debido a su falta de madurez, no pueden desarrollar noción alguna de un concepto determinado. Este límite difiere de unos niños a otros.

Los docentes no están de acuerdo acerca del procedimiento más adecuado para facilitar el desenvolvimiento de los conceptos matemáticos, especialmente en la infancia y en la adolescencia. Algunos (p. ej.: en el informe de The Mathematical Association's en *The Teaching of Mathematics in Primary Schools*, capítulo segundo) opinan que, al tratar de número natural, es preferible hacer uso de materiales de la experiencia cotidiana antes que utilizar objetos y aparatos especiales para aclarar determinados puntos. Según esta opinión, el niño abstrae y asimila, intelectualiza el problema, se da cuenta del significado de sus propias acciones—o como quiera que lo expresemos—a través de un amplio campo de actividades y experiencias, de modo que no hay gran necesidad de enseñanza directa. Otros sostienen que es preciso emplear procedimientos específicamente dirigidos a la enseñanza de los números, usando aparatos y materiales como los de CUISENAIRE, MONTESSORI o STERN para completar las otras experiencias. Cuando se sigue este procedimiento, el niño tiene que manipular el material, contestar preguntas y hacer una selección para poder formular, conscientemente, las relaciones y propiedades del material que maneja. Pero si el concepto ha de ser eficaz y operativo,

⁴ MEAD, M.: *Discussions in Child Development*. Vol. 3. Londres, Tavistock Publications, 1958, pp. 61-62.

tiene que llegar a existir en la mente como algo enteramente abstracto, independiente del material y de la situación. Por ejemplo, en una determinada etapa, el niño puede llegar a adquirir la idea de número negativo por la consideración de temperaturas por encima y por debajo del punto de fusión del hielo, de alturas por encima y por debajo del nivel del mar, o de puntos a la derecha y a la izquierda de un origen previamente determinado; pero, si en su mente no se ha llegado a formar el concepto abstracto de "negatividad", esos números no tendrán para él auténtico valor operativo. Este concepto de número *entero negativo* no puede obtenerlo a partir de materiales naturales, como pudo obtener el de los primeros números enteros positivos, porque los números negativos no tienen correspondencia en el mundo físico, aunque jueguen un importantísimo papel en matemáticas. No se trata de quitar importancia al empleo de las ilustraciones materiales antes citadas; pero es preciso subrayar que el concepto de número entero negativo puede existir sin estar ligado a determinados ejemplos o situaciones ambientales.

En Europa occidental y en los Estados Unidos, muchas jóvenes en la enseñanza media quedan por debajo de sus compañeros varones en cuanto a su comprensión de las matemáticas. Un estudio llevado a cabo por SAAD (1957) con alumnos de *grammar school* suministra datos muy interesantes acerca de la discrepancia entre los dos sexos en la comprensión de conceptos y principios matemáticos. Las escuelas estudiadas eran coeducativas y los dos sexos tenían los mismos maestros. SAAD daba algunos datos numéricos aclaratorios sobre problemas que habían sido previamente discutidos sólo en los términos más generales. Encontró que, en cuarto año, las chicas quedaban retrasadas con respecto a los chicos en la comprensión de conceptos y principios matemáticos en todas las ramas, hallando la mayor diferencia en geometría. ¿Indica esto una diferencia innata de capacidad entre los dos sexos o es resultante de las diferencias en la educación e instrucción que reciben, tratados en nuestra sociedad de manera diferente casi desde el nacimiento? Esta es una cuestión que aún está sin resolver. Es cierto que los niños (cuando eligen libremente) parecen inclinarse con más frecuencia que las niñas por el juego con bolas, piedras, etc., desde los dos o tres años de edad. También parece haber una diferencia a favor de los niños en las operaciones que exigen imaginar movimientos de figuras. Se sabe igualmente que las oportunidades para manipular objetos y explorarlos por medio del tacto ayudan al sujeto a hacerse una idea de sí mismo y de las relaciones espaciales. El hecho de que nues-

tra sociedad fomente mucho más estas actividades en los niños que en las niñas pudiera ser la causa de las diferencias antes apuntadas. Pero la solución de este problema nos es aún desconocida.

Ideas de Dienes sobre la formación de conceptos

DIENES (1959), en un estudio de gran originalidad sobre la formación de conceptos matemáticos en el niño, apunta algunas sugerencias sobre las distinciones entre pensamiento *analítico* y pensamiento *constructivo* (véase también BRUNER, J. S., 1960, páginas 57-58). En el primero, el individuo utiliza el pensamiento lógico todo lo posible, de modo que sus conceptos están claramente definidos y formulados antes de usarlos. En el segundo, el sujeto adquiere una percepción intuitiva (es decir, una percepción no basada en el razonamiento) de algo que no está totalmente entendido. Esta vaga percepción le impele a un esfuerzo constructivo o creador para confirmar la intuición por medio del razonamiento lógico. Según DIENES, el pensamiento constructivo se desarrolla antes que el pensamiento analítico; pero ambos son necesarios en los estudios científicos y matemáticos. Las ideas de DIENES serán examinadas en el capítulo segundo y en el capítulo cuarto será descrito brevemente su material de enseñanza. En este estudio encontró también que existe cierta diferencia de capacidad entre los dos sexos para realizar las tareas que se les encomiendan y otras relativas a características de la personalidad. Lo que no puede decirnos el estudio realizado es si las diferencias apreciadas en la formación de conceptos matemáticos se deben a la herencia o al "patrón" cultural. Es muy probable que las diferencias de personalidad no sigan la subdivisión de la población en dos sexos. Entonces sería preciso abordar como primer problema el determinar qué tipos de organización de conceptos corresponden a los diferentes tipos de personalidad.

BIBLIOGRAFIA

- BARTLETT, F. C. (1958). *Thinking*. London: Allen and Unwin.
 BROWN, R. (1958). "How Shall a Thing be Called?" *Psychol Rev.* 65, 14-21.
 BRUNER, J. S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press.
 CHURCHILL, E. M. (1958). "The Number Concepts of the Young Child". *Researches and Studies*, University of Leeds Institute of Education, 17, 34-49; 18, 28-46.

- DIENES, Z. P. (1959). *Concept Formation and Personality*. Leicester: Leicester University Press.
- LOVELL, K. (1955). "A Study of the Problem of Intellectual Deterioration in Adolescents and Young Adults". *Brit J. Psychol*, 46, 199-210.
- LOVELL, K., MITCHELL, B. y EVERETT, I. R. (1962). "An Experimental Study of the Growth of Some Logical Structures". *Brit J. Psychol*, 53, 175-188.
- MEREDITH, G. P. (1956). "Mathematics and Mind". *Mathematical Gazette*, 40, 103-108.
- PIAGET, J., e INHELDER, B. (1959). *La genèse des structures logiques élémentaires*. Neuchatel: Delachaux and Niestlé. Edic. inglesa traducida por E. A. Lunzer, London: Routledge and Kegan Paul, 1964.
- PRICE-WILLIAMS, D. R. (1962). "Abstract and Concrete Modes of Classification in a Primitive Society". *Brit J. Educ Psychol*, 32, 50-61.
- SAAD, L. G. (1957). *Understanding in Mathematics*. University of Birmingham Institute of Education.
- VINACKE, W. E. (1952). *The Psychology of Thinking*. London: McGraw Hill.