La enseñanaza de la Geometría en el jardín de infantes

Serie desarrollo curricular

La enseñanza de la Geometría en el jardín de infantes

Provincia de Buenos Aires

Gobernador
Sr. Daniel Scioli

Vicegobernador
Dr. Alberto Balestrini

Director General de Cultura y Educación
Prof. Mario Oporto

Subsecretario de Educación
Lic. Daniel Belinche

Director Provincial de Gestión
Educativa Prof. Jorge Ameal

Director Provincial de Educación de Gestión
Privada Dr. Néstor Ribet

Directora Provincial de Educación
Inicial Mg. Sc. Elisa Spakowsky

Directora de Gestión Curricular
Lic. Ana Malajovich

Directora de Gestión Institucional
Lic. Nora Lene

Directora de Capacitación
Prof. María Alejandra Paz

Director de Producción de Contenidos
Lic. Alejandro Mc Coubrey

La enseñanza de la Geometría en el jardín de infantes

Serie desarrollo curricular

Autoras
María Emilia Quaranta
Beatriz Ressia de Moreno

DGCyE / Subsecretaría de Educación

Dirección General de Cultura y Educación
La enseñanza de la Geometría en el jardín de infantes. -1a ed.- La Plata: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2009.
84 p. ; 22x18 cm.

ISBN 978-987-1266-83-8
1. Educación Inicial. 2. Geometría. 3. Aprendizaje. I.
Título. CDD 372.21

Fecha de catalogación: 07/12/2009

Edición Lic. Georgina Fiori | Diseño DCV Bibiana Maresca | Armado María Correa

ISBN 978-987-1266-83-8
Hecho el depósito que marca la Ley N° 11.723

Esta publicación se ajusta a la ortografía aprobada por la Real Academia Española y a las normas de estilo para las publicaciones de la DGCyE.

Dirección de Producción de Contenidos
dir_contenidos@ed.gba.gov.ar

Índice

Introducción

Este documento busca desarrollar algunas de las ideas centrales del enfoque para la enseñanza del área de matemática y cuestiones más específicas referidas a la enseñan-za de los conocimientos espaciales, geométricos y sobre la medida, así como también propuestas para las salas y su correspondiente análisis didáctico.

Nos proponemos que los docentes puedan:

- conocer algunas de las ideas básicas del enfoque para la enseñanza ofrecido por la didáctica de la matemática;

- analizar diferentes concepciones que han influido o influyen en las propuestas para el abordaje de los aprendizajes espaciales, geométricos y sobre la medida en la Educación Inicial;

- conocer y analizar condiciones, orientaciones y propuestas para la enseñanza de contenidos espaciales, geométricos y sobre la medida, relacionadas con las nuevas producciones de la didáctica de la matemática.

- Elaborar criterios que faciliten:
  -- el cuestionamiento permanente de las prácticas de enseñanza vinculadas a estos contenidos;
  -- el análisis crítico del material editorial y de diversas propuestas para la ense-ñanza;
  -- la anticipación acerca de cuáles podrían constituir buenas situaciones didácticas para el aprendizaje de contenidos espaciales, geométricos y sobre la medida.

¿Por qué se propone profundizar el tratamiento de la enseñanza de la Geometría, los conocimientos espaciales y la medida en la Educación Inicial?

Entre los docentes, en general, son ampliamente compartidas las dificultades en relación con la enseñanza de contenidos espaciales, geometricos y sobre la medida, en general debidas a la menor profusión y difusión de estudios didácticos que se ocupen de estos conocimientos.

En este sentido, la Educación Inicial asume el trabajo didáctico sobre estos contenidos con el propósito de generar progresos en las relaciones establecidas por los alumnos con el espacio y los objetos, transmitir conocimientos que constituirán la base de futuros saberes geométricos e introducir a un modo de funcionamiento propio de la matemática.

Acerca de los conocimientos espaciales, geométricos y sobre la medida en la Educación Inicial

¿De qué se ocupa la enseñanza del espacio y de la Geometría en la Educación Inicial? Es posible distinguir entre conocimientos espaciales y geométricos (Berthelot y Salin, 1995).[1] Los primeros refieren a acciones y comunicaciones que conciernen al espa-cio sensible.[2] Los segundos, a un espacio conceptualizado en el cual la validez de las afirmaciones se establece deductivamente, y no empíricamente, como sucede con los conocimientos espaciales. Por supuesto, ambas clases de conocimientos se encuentran vinculadas entre sí.[3]

Estos autores introducen además la denominación de conocimientos “espacio-geométricos”, que son aquellos que surgen del saber geométrico y se utilizan en la modelización

[1] Berthelot y Salin, “La enseñanza de la geometría en la escuela primaria” en Grand N° 53, 1993.

[2] Esta referencia al espacio empírico no implica que estos conocimientos no pongan en juego conceptualizaciones acerca del mismo. Es decir, esto refiere al plano de las ideas utilizadas y construidas a propósito de la resolución de cuestiones espaciales.

[3] En el Anexo 1, se encuentra una referencia al origen de la geometría a partir de conoci-mientos que se ocupaban de situaciones espaciales, de las cuales se ha ido desprendiendo progresivamente.

de situaciones espaciales. Por ejemplo, los conocimientos utilizados en las mediciones de magnitudes espaciales (longitudes, superficies, volúmenes).

A partir de esta distinción entre contenidos espaciales y geométricos, podemos agrupar la enseñanza de la Geometría en la Educación Inicial en torno a los siguientes ejes de contenidos.

- Conocimientos relativos a la orientación y localización en el espacio, la representación de posiciones y desplazamientos propios y de los objetos con la construcción de sistemas de referencias. Esto implica la producción e interpretación de representaciones gráficas del plano y los conocimientos vinculados a los cambios de puntos de vista.

- Conocimientos relativos a las figuras geométricas y cuerpos. La exploración y el análisis de formas geométricas, la observación y la descripción de sus características a partir de las relaciones entre unas y otras, la reproducción, la representación y la construcción de figuras.

El primero de estos dos ejes hace referencia a una serie de conocimientos necesarios para el dominio de las relaciones espaciales tales como la orientación en el espacio, la ubicación de un objeto o persona, la organización de desplazamientos, la comunicación de posiciones y desplazamientos, la producción e interpretación de representaciones planas del espacio. El segundo hace referencia a las propiedades vinculadas a las formas geométricas (figuras y cuerpos).

Con respecto a la medida, es necesario generar e instalar en el Nivel propuestas que permitan extender las posibilidades de interactuar con mediciones y medidas de diferentes magnitudes (longitudes, capacidades, peso, dinero, tiempo) del ambiente extraescolar como escolar, de modo tal que se posibilite a los alumnos comenzar a utilizar mediciones e interpretar medidas en diversas situaciones tanto, en las cuales baste una comparación directa o se necesite un patrón de comparación intermediario, convencional o no.[4]

[4] Dirección de Capacitación, *Problemas de la enseñanza en el Nivel Inicial*, 2001.

La resolución de problemas en el aprendizaje matemático

El tema central para pensar el aprendizaje matemático refiere al papel de la resolución de problemas. Desde la perspectiva que se desarrolla en este documento, se sostiene que el sentido de los conocimientos está estrechamente ligada al trabajo con los problemas: la apropiación de conocimientos matemáticos se basa en la resolución de problemas y en la reflexión y el análisis en torno a ellos.[5]

Sin embargo, esta afirmación puede resultar algo ambigua porque es sostenida desde concepciones muy dispares.

- Hay quienes proponen problemas como una actividad para aplicar algo que se mostró o enseñó previamente.
- Algunos lo hacen principalmente como una actividad motivadora para iniciar el tratamiento de un tema.
- Otros abren un tema planteando un problema que se resuelve colectivamente para que luego los alumnos pasen a trabajar solos.

Ninguna de estas concepciones corresponde a la que aquí se busca compartir. La pers-pectiva desde la que se piensa la actividad de resolución de problemas es que no son los problemas en sí mismos los que generan aprendizaje matemático, sino determinados problemas y un trabajo específico en torno a ellos.

Como se señaló, no se trata de cualquier problema, sino de aquellos que permiten que los conocimientos que se quieren enseñar funcionen como *herramientas* de solución. En otras palabras, los problemas en cuya resolución intervienen los conocimientos ma-temáticos que se buscan transmitir.

Se propone profundizar el análisis mediante la confrontación de dos situaciones que, desde diferentes concepciones, pueden ser entendidas como “problemas”.

[5] Dirección de Educación Inicial, *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial (1ª parte*), 2003.

Situación a: adivinación de cuerpos

En tercera sección suele utilizarse, con la intención de trabajar cuerpos, el juego de adivinación de cuerpos. Para esto, un objeto con forma de cuerpo geométri-co se coloca dentro de una bolsa de manera que ningún alumno pueda verlo. El maestro designa al alumno que deberá explorarlo por medio del tacto y que tendrá que describirlo para que su equipo adivine de cuál objeto se trata y anota las características de la descripción para después organizar un análisis.

Situación b: juego de pedido de figuras

El maestro entrega a cada pequeño grupo de alumnos (3 o 4 integrantes) un cuerpo geométrico. Por ejemplo, un cubo, un prisma rectangular o una pirámide. Sobre una mesa distante a las que trabajan los alumnos, dispone de las figuras geomé-tricas necesarias para cubrir cada una de las caras de los diferentes cuerpos. Explica a sus alumnos que esta es una situación de “pedidos”. Cada grupo debe discutir y ponerse de acuerdo sobre el tipo y la cantidad de figuras necesarias para cubrir por completo el cuerpo que tienen. Un integrante del grupo, una vez que entre todos hayan tomado las decisiones, se acercará a la mesa en donde se encuentra la maestra para realizar el pedido.

Resulta importante destacar que, a diferencia de la primera actividad, en la segunda no se trata simplemente de un trabajo de reconocimiento perceptivo. Las tareas involucradas ponen en juego conceptualizaciones, representaciones espaciales e inferencias ligadas a ellas.

Estas dos situaciones ponen en juego de diferente manera, diferentes aspectos de los cuerpos, así como distintas concepciones acerca de lo que es un problema. Un “problema” es toda situación que plantee un desafío al alumno. Esto implica que, a partir de los conocimientos de los cuales dispone, pueda iniciar un proceso de búsqueda de solución y, al mismo tiempo, que con dichos conocimientos no le sea inmediato o automático el hallazgo de tal solución. Por ello, qué situación constituirá o no un problema es relativo a los conocimientos del sujeto que lo resolverá.

Se desprende de lo anterior la necesidad de preguntarse si la situación va a enfrentar o no al sujeto con la necesidad de aprender un nuevo conocimiento, es decir, elaborar una solución que no tiene enteramente disponible de antemano.

Por ejemplo, el caso de la adivinación de cuerpos, ¿podrá constituir un problema para un alumno de primera, segunda o tercera sección? Si el objeto a describir puede ser reconocido por el tacto, una pelota por ejemplo, es altamente probable que la descripción se centre en su uso y no en su forma. “Sirve para jugar al fútbol” es una verbalización que seguramente surgirá, con lo cual accede a una solución poniendo en juego un conocimiento ligado a su experiencia con ese objeto y no se dará, por ende, ninguna aproximación a los contenidos de enseñanza. Por otra parte, como se desarrollará más detalladamente en el apartado que sigue, una cuestión central en el trabajo con las formas geométricas es aceptar que estas son “seres” matemáticos, es decir que no hay objetos de la naturaleza ni de uso social que reproduzcan exactamente las propiedades de un cuerpo de la geometría. Una pelota, por ejemplo, no es una esfera geométrica (como no puede serlo ningún objeto real), no guarda todas las relaciones matemáticas posibles de ser verificadas, se parece pero no lo es.

En este sentido, resulta importante que el docente comprenda la naturaleza “ideal” de las formas geométricas –líneas, cuerpos y figuras– que permiten representar algunas formas de la realidad pero no se corresponden con ninguna de ellas. Los niños necesitan interactuar con esas formas en la construcción de sus representaciones geométricas, pero en el marco de situaciones que los lleven a utilizar y reflexionar sobre propiedades geométricas que permiten el análisis de dichas formas.

Si el objeto a adivinar no puede ser reconocido por su uso y el alumno tiene que descu-brir las particularidades de su forma sólo a través del tacto –cantidad de caras, aristas, etcétera– tampoco podrá hacer un análisis exhaustivo del mismo por los límites que ese recurso tiene. Supongamos que el objeto a describir fuera una caja con forma de prisma rectangular, ¿se facilita su reconocimiento al poder usar sólo el tacto? ¿Cómo haría un alumno para contar cuántas caras tiene, cuántas “puntas”, si no puede ir controlando su acción por medio de la visión del objeto?

Cabe aquí preguntarse, entonces, cuál es el sentido didáctico de plantear este tipo de situaciones. Si la intencionalidad del maestro es que los alumnos comiencen a apropiarse de conocimientos ligados a características de cuerpos geométricos, tendrá que ofrecer un medio donde, por un lado, los elementos y consignas que se utilicen respondan a lo que se quiere enseñar y, por otro, puedan hacer uso sin limitaciones impuestas de los diferentes conocimientos y posibilidades con que cuentan.

Esto no significa que ninguna situación de adivinación de cuerpos –o de figuras– pue-da ser interesante. Solamente se está cuestionando un modo particular de hacerlo. Se incluye, a continuación, el desarrollo de una secuencia de adivinación de cuerpos que se considera más adecuada para la Educación Inicial.

Actividad: adivinación de cuerpos[6]

El objetivo principal es que los alumnos comiencen a identificar y explicitar algunas caracte-rísticas de ciertos cuerpos de modo tal que otro alumno pueda reconocerlas. Este problema también permite la incorporación de cierto vocabulario geométrico convencional.

La organización de la clase se establecerá de acuerdo con los conocimientos que los alumnos tengan acerca de las características de ciertos cuerpos geométricos y de la cantidad de situaciones de este tipo que ya hayan resuelto. Puede trabajarse en pequeños grupos simultáneamente, o en dos grupos pequeños mientras el resto de los alumnos trabajan en la resolución de otros problemas más conocidos.

Supongamos que los niños están comenzando a transitar estos contenidos. El maestro, entonces, selecciona dos grupos de tres o cuatro integrantes, los ubica en dos mesas contiguas y entrega a cada una de ellas un conjunto idéntico de diferentes cuerpos geométricos.

El problema se presenta de la siguiente manera. El docente elige uno de los cuerpos que están sobre las mesas sin decir ni mostrar cuál es. Los alumnos tienen que elaborar preguntas que sólo admitan por respuesta “Sí” o “No”. Mediante dichas preguntas y las respuestas que da el docente, los niños deberán descubrir de qué cuerpo se trata.

Al organizar esta tarea, una cuestión importante a tener en cuenta es el soporte material. Se debe cuidar, al conformar la colección de cuerpos, que los mismos no puedan ser dis-tinguidos entre sí por atributos no geométricos como, por ejemplo, el color o la textura. Si los cuerpos fueran de diferente color o textura, estos atributos les permitirían a los

[6] Se puede encontrar el desarrollo de una secuencia de adivinación de figuras geométricas en Itzcovich y Broitman, “Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñan-za, problemas para su enseñanza” en Panizza, Mabel (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB. Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

alumnos distinguirlos sin necesidad de considerar propiedades geométricas ya que bastaría con preguntar: “¿es el verde?” o “¿es el de telgopor?” para saber de cuál se trata.

Otra cuestión importante a considerar son las condiciones para la formulación de las preguntas. La restricción de que sólo puedan ser contestadas por “Sí” o “No” apunta a provocar el análisis de los cuerpos, la explicitación de propiedades en la formulación de las preguntas y a inhibir preguntas menos precisas: ¿cómo es? ¿Qué forma tiene?, etc. Hay que aceptar que formular este tipo de pregunta genera dificultades a los alumnos en sus primeros intentos. Asumirlo y, por lo tanto, ocuparse de dicha dificultad, respon-de a la concepción de que hacer matemática no sólo implica poder contestar buenas preguntas, sino que también requiere poder formularlas.

En un inicio, es probable que los alumnos intenten preguntar al maestro señalando uno u otro cuerpo, “¿es este el que pensaste?”. Será necesario entonces que el docente aclare que no se aceptan preguntas de ese tipo, sino que primero tienen que averiguar algo sobre un cuerpo y luego preguntar para poder saber si el que pensó el maestro tiene o no esa característica.

Las primeras preguntas que los niños elaboren darán cuenta de sus conocimientos iniciales sobre algunas características de los cuerpos geométricos y un cierto vocabulario sobre sus elementos. Por ejemplo, la palabra “caras” sustituida por “lados”, la identificación de “lados (caras) iguales”, “lados torcidos”, “ocho puntas”, etc. Estos conocimientos puestos en juego desde el inicio del trabajo se constituirán en puntos de partida para la producción de nuevos conocimientos.

Se sabe que una característica presente siempre en las salas es la heterogeneidad de los conocimientos de los alumnos. Este tipo de situaciones, al no tener pautas de resolución, permite que dicha diversidad aparezca. Por lo tanto, se esperan diferencias en el reconocimiento de las propiedades que permiten enunciar las preguntas; en el vocabulario utilizado y en la utilización de la información obtenida por medio de las respuestas que el docente fue dando. La explicitación y circulación de estos conocimientos heterogéneos, será una de las fuentes que permitirá los progresivos avances de dichos conocimientos.

Se busca que las preguntas en sí mismas se transformen en objeto de análisis. Para ello, a posteriori, se organizará una instancia de discusión colectiva respecto de las preguntas formuladas.

Las intervenciones docentes deberían estar dirigidas a que los alumnos analicen la pertinencia y eficacia de las preguntas. Con respecto a la pertinencia, se intentará que descarten aquellas preguntas que no puedan ser contestadas por “Sí” o por “No” y logren reformu-larlas. Por ejemplo, una posible intervención en este sentido podría ser: “Algunos chicos preguntaban: ‘¿cuántos lados tiene?’ ¿Se puede hacer esa pregunta? ¿Cómo hacer para averiguar cuántos lados, es decir, cuántas caras tiene y que se pueda contestar sí o no?”.

En relación con la mayor o menor eficacia de ciertas preguntas, se promoverá analizar cuáles preguntas permiten descartar más cuerpos y cuáles permiten descartar pocos o uno solo y comparar en qué momento del juego es conveniente formular unas u otras. Por ejemplo, si frente a la pregunta “¿es como una pelota?”, se obtiene una respuesta negativa se descartan solamente la o las esferas que se hayan incluido. En cambio, si la pregunta fuera “¿tiene lados redondos?”, permite descartar las esferas, los cilindros, etcétera.

La incorporación de vocabulario específico también requerirá de ciertas intervenciones docentes. Por ejemplo: “Para ponernos de acuerdo vamos a llamar a esta parte que ustedes les decían ‘lados’ o ‘costados’ como ‘caras’”, etcétera.

Otras intervenciones didácticas en los momentos en los que se lleva adelante el trabajo colectivo que merecen ser destacadas, son aquellas que permiten a los alumnos tomar conciencia de aquello nuevo que ha circulado en la sala y que deben retener. Estas intervenciones pueden tener la forma de registros en láminas de las “preguntas que dan mucha información” para que el maestro las lea cada vez que los alumnos lo requieran, y/o de informaciones verbales que el maestro vaya dando. Por ejemplo, “el otro día vimos que eran muy importantes las preguntas que permitían saber cuántas caras tiene”. La finalidad de este tipo de intervenciones es promover la utilización de lo aprendido, otra de las condiciones para que se provoquen avances en los conocimientos y que al mismo tiempo se carguen de sentido.

Actividad: encastre de cuerpos

Se propone elaborar una secuencia de enseñanza a partir de un juego disponible en jugueterías, que consiste en una caja en la cual hay que encastrar un conjunto de cuerpos en aberturas ubicadas sobre sus caras que coinciden respectivamente con la forma de una de las caras de cada uno de los diferentes cuerpos. Para comenzar simplemente se puede utilizar el juego tal como se presenta, para que los alumnos que no lo conocen puedan familiarizarse con él. Más adelante, podrá pedírseles que anticipen en qué lugar encajará cada cuerpo.[7] Para ello, si los alumnos estuvieran demasiado familiarizados con el juego, podría pedirse esta anticipación sobre otro juego que presente formas dife-rentes. También se podrá jugar en un primer momento con algunas formas solamente, dejando las otras para esta anticipación.

Luego, el maestro podrá ofrecer para continuar con el análisis de las diferentes formas, las siluetas de todas las caras de los diferentes cuerpos dibujadas en cartulina o papel y recortadas con un *cutter*. Les pedirá a sus alumnos que anticipen cómo será el "agujero" para cada uno de esos cuerpos, aclarando que tiene que pasar justo, no tiene que sobrar espacio. Se intenta que los alumnos verifiquen si los cuerpos "pasan o no".

Podrá organizarse una discusión colectiva en la cual se seleccionarán algunas producciones y analizar conjuntamente si creen que pasarán o no determinados cuerpos y por qué. Será sumamente interesante confrontar diferentes dibujos para cuerpos similares. El docente podría introducir esta confrontación preguntando si "este otro dibujo también serviría o no", etcétera. Del mismo modo, sería también interesante analizar producciones similares para cuerpos diferentes. Se busca concluir que, para que el cuerpo "pase justo", el agujero tiene que coincidir con alguna de sus caras. Quizás se pueda avanzar acerca de que como algunos cuerpos tienen diferentes caras, el mismo cuerpo puede pasar por diferentes formas de agujeros o también, como diferentes cuerpos, pueden tener alguna cara igual, pueden pasar por un mismo agujero, etcétera.

Los proyectos a largo plazo

Otra manera de favorecer la toma de conciencia de los avances producidos en actividades anteriores y la utilización de esos conocimientos, es leer la información registrada antes de que los niños comiencen a jugar. El maestro explica entonces que, para que puedan jugar mejor, va a leer todo lo que ya han descubierto acerca de las características de los cuerpos, de las preguntas que permiten obtener más datos y del vocabulario que ya acordaron.

[7] Hay cuerpos que presentan una dificultad: por ejemplo, las pirámides truncadas o conos truncados no pasan necesariamente por una abertura correspondiente a una de sus bases; los prismas oblicuos tampoco pasan por una abertura con la forma de su base.

Evidentemente, serán necesarios nuevos problemas que permitan a los alumnos aprender otras propiedades o usar éstas en situaciones diferentes. Por ejemplo, la situación b, de pedido de figuras para cubrir las caras de un cuerpo, [p. 13] promueve el uso de cono-cimientos ligados a los saberes que se quieren transmitir. El grupo que realice el pedido para cubrir las caras de un cubo tendrá que decidir cuántas caras tiene contándolas y deberá determinar, además, la forma de las mismas apelando a su conocimiento de las figuras geométricas, su vocabulario, etc. Es decir, constituye un problema para los alum-nos porque, por un lado, exige utilizar el conocimiento como recurso para resolver y, por otro, porque no tienen construida ya de antemano una solución para esta situación.

En general, en las primeras puestas en juego de esta actividad, surgen dificultades en el conteo de las caras. Es bien interesante que aparezca esta dificultad y se analizará a continuación por qué. Para el cubo, por ejemplo, suelen hacer pedidos de cinco cuadrados. Esto responde a la dificultad de incluir la cara por la que lo sostienen. Si el maestro permite que este error se ponga en funcionamiento y entrega exactamente lo que le piden, será la situación misma la que les demuestre que con cinco cuadrados no pueden cubrirse todas sus caras. La situación didáctica está desplegada, los límites del saber quedan evidenciados y los alumnos vuelven adonde se encuentra el maestro a pedir el cuadrado que falta.

Siguiendo con el ejemplo del cubo, una vez que todos los grupos hayan resuelto el problema, el docente podrá concluir con sus alumnos que se trata de un cubo porque tiene seis caras y todas ellas son cuadrados.

Una extensión posible de esta situación, consiste en realizar modificaciones en ésta para que los alumnos descubran que además de tener seis cuadrados, estos son todos iguales, es decir miden lo mismo.

Para esto, el docente retoma la situación y en el momento de entregar el pedido, les da un cuadrado que mide lo mismo que las caras y cinco cuadrados de diferentes medidas. Al superponerlos sobre las caras del cubo, los alumnos descubren que a algunos, “le sobra” y que otros, “son chicos”. El maestro entonces pedirá que revisen el pedido y que incluyan los datos necesarios para que pueda entregarles los cuadrados que permiten cubrir el cubo "sin que sobre ni falte nada". Si los niños han trabajado previamente con unidades de medida no convencionales (tiras de papel, por ejemplo) o convencionales (regla, por ejemplo) podrán usar ese conocimiento para resolver este nuevo tipo de problemas. Si no dispusieran de esos conocimientos, podrán utilizar el cuadrado que mide lo mismo que la cara y hacer el pedido solicitando cinco más, de los mismos.

Sea cual fuere el procedimiento que hayan utilizado, es muy importante que el maestro le dé el estatuto de saber al que se apuntaba,[8] es decir, mostrar qué cosa nueva han aprendido y su relación con lo que ya "sabían". Por ejemplo, "el otro día dijimos que para forrar el cubo necesitamos seis cuadrados porque tiene seis caras; hoy sabemos además que tienen que ser iguales".

Si a medida que el maestro va institucionalizando[9] las diferentes características de los cuerpos estudiados, los va volcando en una lámina expuesta en la sala, podrán ser leídas por él cuando quiera remitir a las conclusiones a las que se arribó en actividades precedentes o los alumnos pregunten por alguna información allí volcada. Esta lámina funcionará como el registro de lo aprendido y como fuente de consulta para utilizar en la resolución de nuevos problemas.

Se intenta transmitir que las distintas clases de problemas posibilitan analizar diferentes aspectos de un concepto. Por supuesto, su abordaje sólo puede realizarse progresiva-mente y a largo plazo.

Como ya se aclaró, el sentido de un concepto depende, en buena medida, de su relación con aquellas situaciones donde funciona; por esto, es fundamental buscar diversidad de actividades a la hora de planificar la enseñanza de algún concepto. Asimismo, es necesario conocer –en la medida de lo posible– la complejidad progresiva con la cual podrá ir abordándolos con los alumnos. Se está pensando entonces en una enseñanza que pueda ir haciéndose cargo de sucesivas aproximaciones parciales a los conceptos, que rompa con la idea de "tema dado" y permita un abordaje paulatino de la complejidad involucrada en los conceptos en cada uno de los diferentes niveles de la escolaridad.

El trabajo en torno a problemas –dentro de secuencias, juegos o actividades específicamente diseñadas o seleccionadas para abordar un contenido– mediante resoluciones y análisis, será entonces el eje de proyectos de enseñanza a largo plazo que permitan recuperar la diversidad de conocimientos disponibles por parte de los alumnos en los

[8] Esta intervención corresponde a una institucionalización de conocimientos producidos en el desarrollo de la situación.

[9] La toma en cuenta "oficial" por el alumno del objeto de conocimiento y por el maestro del aprendizaje del alumno, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento es el objeto de la institucionalización (Brousseau, 1994).

diferentes momentos de la enseñanza y avanzar hacia nuevos aspectos de un concepto, nuevos procedimientos, formas de representación, propiedades, relaciones, etcétera. A continuación, se propone analizar otro ejemplo.

Los problemas que se busca promover en la sala

Como se explicó, no son los problemas en sí mismos los que generan aprendizaje matemático, sino determinados problemas y un trabajo específico en torno a ellos. A continuación, se sintetizan algunas características respecto del funcionamiento de ese tipo de trabajo en la sala.

Modalidad de resolución de los problemas

Se busca que los alumnos puedan introducirse en un funcionamiento autónomo, que se enfrenten a la resolución de los problemas planteados con cierta independencia con respecto al docente.

Se apunta, en este sentido, a una participación más activa de los alumnos en la produc-ción del conocimiento, es decir, que puedan poner en juego los saberes de los cuales disponen para iniciar un proceso de resolución.

Lo fundamental en este proceso es que el alumno se vea impulsado a tomar determinadas decisiones que están ligadas a los conocimientos que son objeto de enseñanza.

¿Cuál es la diferencia entre que los mismos alumnos tomen esas decisiones o sea el maestro quién les indique cómo resolver? En este último caso, la relación entre el conocimiento puesto en juego y la situación es externa; en el primero, la relación entre ambos es establecida por el mismo alumno. Dado que esta relación es constitutiva del sentido de un conocimiento, se advierte la importancia de generar momentos en el trabajo con los problemas que permitan a los alumnos tomar decisiones acerca de qué conocimientos utilizar para resolverlos. Como se vio en el análisis de la situación de pedidos de figuras, son los alumnos los que tienen a cargo tanto la discusión, la decisión y la transmisión de lo producido, como la revisión de lo hecho en caso de haber error.

Intervención del docente

Este funcionamiento autónomo de los alumnos, requiere del docente un modo de intervención diferente al que es habitual en nuestras salas. Es preciso que este se abstenga de intervenir en relación con el conocimiento que busca que sus alumnos pongan en juego. Es decir, que provisoriamente no intervenga en el modo de resolución de la situación ni en los conocimientos que intenta comunicar. Si, como observó para la situación de pedidos de figuras, en lugar de aceptar el error en el pedido, el maestro interviniera corrigiendo y entregara los seis cuadrados necesarios, ¿permitiría que los alumnos se hicieran cargo de las consecuencias de su acción? ¿Podrían aparecer discusiones, revi-siones, confrontaciones, nuevos análisis?

Lo anterior no significa que el docente no deba intervenir en absoluto. Al contrario, sostener este tipo de funcionamiento en la sala implica intervenciones específicas al respecto. Como afirma C. Margolinas (1993), no es el silencio del maestro lo que carac-teriza estas intervenciones, sino lo que dice.

Así como el docente se abstiene momentáneamente de intervenir respecto a las soluciones posibles para una situación, también es necesario que sostenga cierta incertidumbre en relación con la validez o invalidez de la producción y/o afirmaciones de sus alumnos. El proceso que lleva a intentar determinar si una solución o afirmación (propia o ajena) es correcta o no (validación),[10] también forma parte de la producción de conocimientos en el aula, en tanto permite profundizar en el análisis de las relaciones involucradas en un conocimiento. Si, ante la pregunta habitual de los niños: "¿Seño, esta bien?", el maestro contestara, aun frente a un pedido con errores: "si les parece que esas son las figuras que necesitan, ¡adelante!" permitiría que sea la situación misma la que los enfrente con los límites de su saber y, al mismo tiempo, transmitiría una concepción acerca de la matemática ligada a que la resolución de problemas requiere utiliza lo que se sabe y decidir qué es lo más pertinente, retomar, revisar, corregir, confirmar o descartar.

[10] Validación: la actividad matemática requiere que el alumno acceda por sí mismo a establecer juicios acerca de la adecuación o inadecuación de su procedimiento y/o respuesta.

Interacciones entre los alumnos

Hasta aquí se desarrolló qué tipo de interacciones se busca establecer entre los alumnos, el maestro y el problema. En este apartado se trabajarán las interacciones de los alumnos entre sí.[11] Estas interacciones tienen lugar en diferentes momentos de la tarea.

Las exigencias de la comunicación de un procedimiento, decisión, etc., exigen la explicita-ción de conocimientos. Siguiendo con el mismo ejemplo de pedidos para cubrir las caras de un cubo [situación b, p.13], en el momento en que los alumnos tienen que analizar el cuerpo se generan intercambios en los cuales distintos integrantes del grupo aportan ideas acerca de cómo hacer para averiguar la cantidad de caras, cómo se llaman esas formas, etc. Al tener que resolver el problema en pequeños grupos se establece un trabajo en colaboración (Gilly, Roux y Trognon. 1999).[12] Esta modalidad de trabajo es esencial para el aprendizaje, ya que permite la definición común de la situación y del problema.

El análisis del grupo no es entendido como la sumatoria de los recursos individuales puestos en juego por los participantes, sino como una construcción conjunta, original y emergente de la dinámica interactiva, que se produce por medio de las interacciones verbales que los niños realizan al defender la comprensión que cada uno hizo del problema, la propuesta de qué camino seguir. Así, el proceso de resolución está determinada por los intercambios verbales de la etapa precedente. Dicho de otro modo, el surgimiento de una idea en un participante, estaría posibilitada por las ideas anteriores: tanto las propias como las de los otros compañeros con los que interactúa.

En suma, la circulación del saber que tiene lugar en estas interacciones –durante la resolución del problema o a continuación de la resolución–, permite la toma de conciencia sobre lo que ya se sabe y de los límites de este saber. Posibilita la apropiación de estrategias utilizadas por otros que se evidencian como más adecuadas; explicita los errores recurrentes, etc. De este modo, se favorece la construcción del sentido y, por lo tanto, el aprendizaje de los contenidos de enseñanza.

[11] Respecto de la organización de discusiones colectivas, puede consultarse Quaranta y Wolman, "Discusiones en las clases de matemáticas: qué, para qué y cómo se discute" en Panizza, Mabel (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB*. *Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

[12] Beatriz R. de Moreno, "La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y primer año de la EGB" en Panizza, Mabel (comp.): *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB. Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

Asimismo, la necesidad de establecer la validez de procedimientos, opiniones, etc., da lugar a debates colectivos que llevan a la producción de argumentaciones. Estas explicitaciones y argumentaciones también forman parte del sentido de los conocimientos junto con el uso –a veces implícito– que de ellos se hace en las resoluciones. Corresponden a diferentes niveles de comprensión de un conocimiento, diferentes niveles del sentido de un conocimiento para un alumno: desde su uso en las situaciones, a la compren-sión acerca de cómo y por qué funciona de determinada manera. En consecuencia, las interacciones sociales entre pares que tienen lugar en las actividades de matemática constituyen elementos esenciales de un proyecto de enseñanza que apunte a la apropiación del sentido de los conocimientos por parte de los alumnos.

Organización de la clase

El desarrollo de los puntos anteriores permite pensar en la organización de las actividades: ¿trabajo individual?, ¿grupal?, ¿en pequeños grupos? No es posible dar una respuesta general porque la organización de la propuesta varía en función de la intencionalidad docente, de las características del grupo y del momento del trabajo didáctico; será el docente quién decidirá qué organización es la más adecuada.

El trabajo en parejas o pequeños grupos favorece las interacciones cognitivas entre los niños, permitiendo la consideración de otros puntos de vista en relación con la situación o exigiendo cierta explicitación y reflexión acerca del propio punto de vista al tener que comunicarlo y defenderlo dentro del grupo. Es conveniente que la conformación de los grupos varíe: “promover una diversidad en las interacciones permite promover el enriquecimiento de todos y evitar el riesgo de cristalizar situaciones de desigualdad” (Lerner, 2000).

El trabajo con todo el grupo permite, por ejemplo, discusiones colectivas donde se di-fundan algunos procedimientos y conocimientos, se validen, se reflexione sobre ellos, se vinculen algunos de los conocimientos producidos en la clase con el “saber oficial”, se expliciten las concepciones erradas.

Por último, hay momentos en los cuales se requiere que los alumnos realicen alguna tarea en forma individual, para que puedan utilizar los conocimientos que han sido construidos y han circulado en la sala. El trabajo individual también permite al docente observar el lugar donde se encuentra cada alumno para conocer los progresos y ajustar o reorientar de ese modo su proyecto de enseñanza.

Una cuestión muy importante es la necesidad de flexibilizar las posibles organizaciones de la sala. Más allá de si el trabajo se organizará en pequeños grupos o de manera individual, hay otras variables a tener en cuenta a la hora de tomar decisiones. Por ejemplo, si la situación a plantear es un tipo de problema nuevo para los alumnos –la situación de pedido de figuras– el maestro puede decidir organizar la sala de manera que solo trabajen en ese problema dos o tres grupos de alumnos, mientras el resto de la sala lo hace en problemas o juegos ya conocidos. De este modo, podrá ubicarse entre las mesas para observar y escuchar los diferentes procedimientos y comentarios que realizan los chicos, lo que le permitirá, además, organizar la discusión posterior sabiendo qué tipo de ideas es importante recuperar para discutir entre todos, ya sea por lo correcto o incorrecto de las mismas, etcétera.

A posteriori, resolverán el problema los grupos restantes. Finalmente, podrá retomar lo trabajado con todos los grupos, cuando se plantee una situación similar, y sabiendo que todos conocen ya la consigna.

Las tareas del docente

Todas las cuestiones que se fueron enumerando hasta aquí son posibilitadas por deci-siones e intervenciones del maestro relativas a:

- seleccionar y secuenciar diferentes aspectos de un contenido para ponerlos en juego en las salas;
- instalar y sostener al alumno en un cierto funcionamiento autónomo frente a las actividades de resolución;
- promover la circulación y comparación de los diferentes procedimientos utilizados para resolver el problema;
- generar procesos de validación en la clase, en los cuales los mismos alumnos se vean obligados a buscar argumentos a favor o en contra de un procedimiento o afirmación.

También serán necesarias intervenciones dirigidas a aportar información y a resaltar, a partir del trabajo de los alumnos, los diferentes procedimientos utilizados, las relaciones con los conocimientos construidos anteriormente, las conclusiones a las cuales se ha arribado, la relación entre dichas producciones, los saberes matemáticos que se busca enseñar y la necesidad de recordarlos para poder volver a utilizarlos.

1. Enfoque para la enseñanza de la Geometría en la Educación Inicial

A lo largo de los siglos, los conocimientos matemáticos se han originado en problemas relacionados con los contextos de época. Muchos de estos conocimientos se han com-plejizado o transformado, mostrando que la matemática es una obra de los hombres, un objeto cultural en constante construcción.

Como parte del conocimiento matemático, la Geometría se vinculó inicialmente a la búsqueda de respuestas a preguntas relativas al espacio físico, pero paulatinamente se desprendió de esta problemática.[13] Como conjunto de saberes de referencia, forma parte de la ciencia desde diferentes aspectos:

- como ciencia de las situaciones espaciales;
- como lenguaje y modo de representación, en su vinculación con otros dominios del conocimiento;[14]

Bkouche, señala que la Geometría se constituyó históricamente alrededor de dos grandes problemáticas:

- la medida de las magnitudes geométricas (longitudes, superficies, volúmenes);
- la representación plana de situaciones espaciales.

Si bien históricamente ha sido construida para responder a problemas planteados por el espacio físico, no debemos perder de vista que el espacio de la geometría es un espacio teórico, en el que se realizan deducciones, argumentaciones y demostraciones.

[13] Ver Anexo N°1 en este mismo documento.
[14] Bkouche, 1991.

Dos campos de conocimiento

Lo que tradicionalmente en la escuela se denomina “enseñanza de la geometría” remite a dos campos de conocimiento:[15]

- el de los conocimientos que el niño necesita para organizar y controlar sus relaciones habituales con el espacio físico, llamado “estructuración del espacio”;
- el de la Geometría propiamente dicha.

Es ampliamente conocido el lugar reducido que ocupa la enseñanza de la geometría y de los contenidos espaciales –fundamentalmente de la primera– en comparación con la ense-ñanza de conocimientos aritméticos. Esto se debe, en parte, a que hasta hace poco tiempo se disponía de escasos estudios didácticos relativos a contenidos espaciales y geométricos y, también, a la menor difusión que cobraron dentro del campo educativo.

Otra de las razones por las que se posterga la enseñanza de la geometría es el supuesto acerca de que esta enseñanza tiene sentido sólo en la medida en que sirva para resolver problemas de la vida cotidiana, por ejemplo, aprender a desenvolverse mejor en el espacio físico. Desde esta concepción, suele resultar dificultoso establecer una relación directa entre la enseñanza de los cuadrados, rectángulos, prismas, etc. y su utilidad en la vida. En consecuencia, desde esa visión, los contenidos geométricos perderían peso frente a los espaciales y numéricos.

Estas ideas se relacionan con la concepción de la matemática desde una perspectiva instrumental: tiene que ser “útil”, “servir” para resolver problemas cotidianos. Si bien un objetivo de la enseñanza de la matemática puede ser la utilidad para resolver problemas de la vida cotidiana o el uso social de ciertos conocimientos, dicha finalidad no debería ser exclusiva ni prioritaria.[16] Más adelante se volverá sobre este punto.

A continuación, se desarrollarán algunas cuestiones acerca de los dos campos de cono-cimientos mencionados: el de los conocimientos espaciales y el de los conocimientos geométricos.

[15] Berthelot y Salin, “La enseñanza de la geometría en la escuela primaria” en *Grand* N° 53.
[16] Broitman, Itzcovich, op. cit.

Los conocimientos espaciales

Los conocimientos espaciales están vinculados a las relaciones con el espacio, sus representaciones, sus desplazamientos, etcétera. En otros términos, se trata de ideas espaciales construidas para modelizar el espacio físico, vinculadas a él, que sirven para resolver problemas del espacio real pero no se identifican con él.

Esta afirmación no implica la confusión entre el espacio físico y el espacio del cual se ocupa la matemática. En este sentido, muchas veces suele pensarse que los alumnos deben hacer cosas sobre el espacio real (observar, tocar, etc.) para abstraer de allí conocimientos espaciales. Sin embargo, los conocimientos espaciales no se construyen por abstracción directa del espacio real, sino a partir de utilizar las propias conceptualizaciones en la resolución de problemas que plantea dicho espacio. Y son esas conceptualizaciones las que constituyen los conocimientos espaciales de los alumnos que podrán avanzar frente a la resolución de problemas espaciales. Existe una distinción aquí entre un espacio físico o real y un espacio conceptualizado del que se ocupa la matemática.

Se expone un ejemplo que pone de manifiesto esta diferencia. Un recorrido indicado en un plano es una representación del recorrido real a realizar por una persona en el lugar representado por ese plano, pero el plano no se confunde con el espacio físico al que refiere, es solo su representación.

En síntesis, el espacio al que refiere la matemática no tiene existencia material, como ningún objeto matemático la tiene, aunque la geometría que se enseña en los primeros años de la escolaridad constituya un modelo construido inicialmente para intervenir sobre el espacio físico anticipando acciones que tendrán lugar en él, representándolo, utilizando un lenguaje relacionado con estas acciones y representaciones para comunicar posiciones, ubicaciones, localizaciones, dimensiones, etcétera.

Parte de estos conocimientos se desarrollan en los niños antes de recibir alguna enseñanza de geometría. Estos aprendizajes extraescolares se dan por medio de las propias acciones que el niño realiza en el espacio y con los objetos que están en él. Por ejemplo, los desplazamientos en el espacio físico no requieren de la enseñanza para que los niños pequeños los construyan. Esto puede observarse cuando se desplazan por el espacio sin “perderse”, por ejemplo cuando salen de la sala para ir al baño y luego regresan realizando el recorrido inverso.

Si bien es cierto que construyen algunos conocimientos independientemente de la enseñanza formal, esto no significa que no tengan nada que aprender sistemáticamen-te. Esos aprendizajes asistemáticos, no son suficientes para resolver con éxito muchas situaciones espaciales, por ejemplo la necesidad de establecer puntos de referencia para poder ubicarse o ubicar un objeto en el espacio.

Los problemas vinculados a los conocimientos espaciales

Los problemas vinculados a los conocimientos espaciales conciernen al espacio sensible y pueden referirse a diferentes acciones como: construir, desplazarse, desplazar objetos, ubicar objetos en el espacio, ubicarse a sí mismos, dibujar, etcétera.

El lenguaje y las representaciones espaciales permiten comunicar informaciones que sustituyen la percepción. El éxito o el fracaso son determinados por el sujeto por comparación entre el resultado esperado y el resultado obtenido (Salin y Berthelot, 1994).

Por ejemplo, un niño anticipa que una pelota entrará en un aro determinado en función de representaciones mentales de la forma y el tamaño de ambos y de la dirección en la que desplazará la pelota. Esta anticipación podrá verificarse, ajustarse, etcétera, a partir del resultado del lanzamiento de la pelota.

Estos problemas varían en función del tipo de espacio del que se trate. Guy Brousseau, señala que la variable "tamaño del espacio" interviene decisivamente en la resolución de problemas espaciales. Así, diferencia el microespacio, el mesoespacio y el macroespacio. Cada uno de ellos conlleva modos diferentes de relación con los objetos incluidos en ese sector del espacio y, por lo tanto, modelos conceptuales diferentes para orientar la acción del sujeto.

A continuación, incluimos un cuadro en el cual se sintetizan las principales características de los tamaños de espacio distinguidos:

Aspecto	Microespacio	Mesoespacio	Macroespacio
Acceso del sujeto	Sector del espacio, próximo al sujeto. Contiene objetos accesibles a la manipulación y visión.	Accesible a una visión global, casi simultánea. Por ejemplo, el aula. Espacio que puede ser recorrido por el sujeto. Para reconstruirlo, es necesario que el sujeto se desplace. Es el espacio de los desplazamientos del sujeto.	Accesible sólo a visiones locales. Por ejemplo, una ciudad. La visión global debe ser construida intelectualmente (a menos que lo vea desde un avión).
Posibilidad de desplazamientos. Necesidad de puntos de referencia representaciones macional.	Todos los desplazamientos del objeto y del sujeto son posibles. Permite una percepción exhaustiva del objeto. el sujeto:¹ʹ mayor información de	Objetos fijos, no manipulables: funcionan como puntos de referencia, percibidos sólo desde ciertas perspectivas. Desplazamientos del sujeto restringidos: espacio diferenciado en función de vacíos y llenos. mayor costo de las acciones:	Objetos fijos, funcionan como puntos de referencia. Sólo son posibles algunos desplazamientos del sujeto, limitados por la distribución de los objetos. Para orientar sus desplazamientos, el sujeto debe construir una representación global, ligando sus visiones parciales para recuperar la decreciente que presentan, existen dife- continuidad del espacio recorrido.
Densidad infor- Necesidad de conceptualizaciones	Alta densidad informacional para los resultados de las acciones sobre los objetos. - control empírico de relaciones espaciales. - No aparece la necesidad de conceptualización. Por ejemplo: frente a acciones irreversibles como cortar un contorno con tijera, la percepción inmediata permite corregir la acción, por lo tanto, no hay necesidad de anticipaciones ni de coordinación de acciones.	Menor densidad informacional, -necesidad de cierto nivel de conceptualización para integrar y coordinar distintas perspectivas.	En función de la densidad informacional rentes tipos de macroespacio: urbano; rural (muchos puntos de referencia); marítimo; desierto; selva (única manera de orientarse: la conceptualización). -la conceptualización imprescindible para reconstruir la continuidad del espacio y lograr una representación global por ser imposible la percepción directa.

Centraciones y descentraciones	Sujeto fuera del espacio, centrado en su propia perspectiva. Consideración del objeto centrado en el propio punto de vista. No necesita descentrarse de su punto de vista para representarse otras perspectivas del objeto. Establece sus relaciones con el objeto independientemente de sus relaciones con el resto del espacio.	Sujeto dentro del espacio, necesita descentrarse para construir su representación única de ese espacio, dentro de la cual, debe situarse a él mismo.	Sujeto dentro del espacio, necesita descentrarse para integrar y coordinar percepciones fragmentarias.
Espacio como entorno o como continente	Espacio generado en torno al objeto. Es el espacio del objeto frente al cual se sitúa el sujeto. No necesita el espacio como continente, sino como entorno. Propiedades espaciales atribuidas al objeto: longitud (grande o chico, pero no las distancias ya que son propiedades de un espacio situado entre los objetos que a nivel del microespacio no existen). Las tres dimensiones intervienen a nivel real, no conceptual. No hace falta un sistema de referencias externo al objeto.	Espacio considerado como continente homogéneo de los objetos. Propiedades de espacio vacío: extensión (distancia), tres dimensiones. Necesidad de un sistema de referencias fijo para poder orientarse.	Espacio como continente, construido intelectualmente. Propiedades del espacio: extensión, dos dimensiones. Espacio isótropo.[18] Para orientarse, es necesario coordinar el sistema de referencias del sujeto (móvil) con otro externo, fijo.

[17] Densidad informacional: a mayor densidad informacional, mayor posibilidad de verificación inmediata de las anticipaciones del sujeto. El modelo es menos necesario. A menor densidad informacional, mayor costo de la actividad para el sujeto, mayor necesidad del modelo para evitar los tanteos empíricos. La necesidad de conceptualizar varía en sentido contrario a la densidad informacional. Mientras menos puntos de referencia tenga el sujeto, tendrá mayor necesidad de recurrir a una teoría para tomar decisiones, ya que los datos de la percepción actual le son insuficientes.

[18] Espacio isótropo: el sujeto debe orientarlo introduciendo direcciones en él. Primero proyectando su sistema de referencias corporal (ade-lante; atrás; derecha; izquierda; etc), pero como esto varía si el sujeto gira y cambia su posición, debe ser coordinado con un sistema de referencias externo al sujeto, en el que las direcciones sean invariantes frente a los cambios de orientación del sujeto.

Cuando los chicos van a la estación de tren, a la plaza, al zoológico u otros lugares por diferentes caminos, precisan y describen la ubicación de determinados objetos en la sala o en el patio, trabajan haciendo un plano para que otro grupo encuentre algo que escondieron, discuten cómo se ve un objeto dibujado desde diferentes puntos de vista (por ejemplo, un auto dibujado desde arriba, de frente y de costado para analizar si se ven o no las ruedas), están resolviendo problemas espaciales, que involucran los distintos espacios que se analizaron en el cuadro precedente.

Estas situaciones son factibles de ser presentadas a una misma sección y no se podría decir que uno de los tamaños del espacio se domina “antes” que otro. Es decir, no se trata de “niveles de adquisición”, sino que deben abordarse simultáneamente o bien, sin un orden preestablecido, asegurando el tratamiento de diferentes tamaños del espacio.

Los conocimientos geométricos

Los conocimientos geométricos están vinculados a las formas geométricas –líneas, figuras y cuerpos– a sus propiedades, relaciones, etcétera. En sus inicios, uno de los objetivos de la Geometría fue el estudio de las formas y de las propiedades de los objetos naturales. Al ser éstos tan variados, resultó imposible estudiar las diferentes formas de cada uno de ellos exhaustiva y rigurosamente tal como hace la matemática. Los geómetras, entonces, sustituyeron, para su análisis, a los objetos de la naturaleza por formas genéricas pura-mente conceptuales como objetos de estudio: las formas geométricas. De este modo, las líneas, las figuras y los cuerpos son imágenes esquematizadas, representaciones posibles de definirse rigurosamente y por lo tanto de ser estudiadas con precisión.

Así, la Geometría no tiene como objeto de estudio determinados aspectos de la naturaleza, sino el estudio de una reproducción necesariamente arbitraria –idealizada– de la misma. En la naturaleza hay formas que se “parecen” a un cuadrado, un prisma o una línea ce-rrada, pero no hay objetos naturales que cumplan con las propiedades matemáticas que esos “seres geométricos” tienen. Ninguna forma del espacio real constituye una figura geométrica, si bien el conocimiento acerca de las figuras geométricas permite resolver muchos problemas que involucran a las formas en el espacio físico.

Una cuestión importante a tener en cuenta es que en las primeras aproximaciones que los chicos hacen al conocimiento de las figuras, éstas son tratadas esencialmente como “dibujos”. Es decir, son marcas en el papel cuya interpretación está basada fundamentalmente en la percepción, y acerca de las cuales no se plantean todavía relaciones que puedan ser generalizadas. Esto significa que si bien un niño de Nivel Inicial es capaz de reconocer el dibujo de un cuadrado, si se le pregunta cómo “sabe” que ese dibujo representa a un cuadrado, seguramente nos contestará: “por que sí, porque es un cuadrado”.

Es decir, este niño reconoce el cuadrado globalmente, sin acceder necesariamente a las propiedades que lo caracterizan. Se puede decir entonces, que él “ve” el cuadrado pero no “ve” los ángulos rectos, los lados iguales ni las diagonales que se cortan perpendicularmente en el punto medio, etcétera. (Sadovsky, Parra, Itzcovich y Broitman, 1998).

Estas consideraciones apuntan a tener en cuenta la problemática de los aspectos que se hacen observables o no por medio de un dibujo en tanto representación de un objeto geométrico. Aunque el tratamiento de las figuras como dibujos será preponderante en los siguientes años de la escolaridad, se considera importante plantear un proyecto de enseñanza desde el Nivel Inicial que tenga en cuenta la evolución de las relaciones que los niños han de establecer entre los dibujos y los objetos geométricos que esos dibujos representan.

Los problemas vinculados a los conocimientos geométricos

Los problemas vinculados a los conocimientos geométricos no refieren al espacio físico y sus objetos sensibles, sino a un espacio constituido por las conceptualizaciones que el niño se construye acerca del espacio físico. Las producciones que el niño realiza son las manifestaciones de dichas conceptualizaciones. La validación (la determinación por parte del mismo alumno acerca de la corrección o incorrección de sus producciones) se lleva a cabo mediante argumentaciones que remiten a sus propiedades, a diferencia de los conocimientos espaciales en los cuales se realiza por sus logros sobre el espacio empírico.

Por otra parte, Berthelot y Salin (1994) denominan conocimientos espacio-geométricos a los conocimientos surgidos del saber geométrico y puestos en juego en la resolución de problemas del espacio. Esta relación espacio-geométrica esta dada porque la geome-tría tiene que ver con el espacio ya que, dentro de él, existen posiciones, movimientos, desplazamientos, pero también existen objetos. Es por eso que surge la necesidad de su conocimiento, por medio del dominio de las formas geométricas. Es decir, existen algunos problemas donde los conocimientos acerca de las formas geométricas permiten resolver problemas espaciales. Estos conocimientos se ponen en juego, por ejemplo, al anticipar si una mesa va a pasar o no por la abertura de una puerta. El reconocimiento de la forma de la mesa, permite tomar decisiones acerca de cómo desplazarla en el espacio: si es necesario establecer rotaciones, qué dirección imprimirle a la traslación, etcétera.

Otras situaciones posibles donde se requiere de ambos conocimientos son:

- al estacionar un auto (ya sea que esta tarea la realice un adulto en una calle o garaje o esté a cargo de un niño jugando con autitos);
- al embocar una pelota en un aro;
- al anticipar si se podrá guardar un objeto en una caja.

2. La enseñanza de los conocimientos espaciales en el Nivel Inicial

La enseñanza de conocimientos espaciales en el Nivel Inicial introduce a los niños en el trabajo en torno a:

- la modelización del espacio;
- la resolución de problemas que involucran a un espacio conceptualizado, apoyándo-se en las reglas propias de los quehaceres matemáticos referidos a las resoluciones y validaciones de las producciones.

El abordaje de contenidos espaciales requiere la participación de los alumnos en la resolución de problemas que, bajo ciertas condiciones, favorezcan la utilización de los conocimientos que ya poseen y propicien la creación de otros nuevos para organizar sus acciones, anticipando recorridos, ubicaciones de objetos, descripciones de formas; de este modo, pueden ir apropiándose, además, de un lenguaje adecuado para comunicar estas elaboraciones.

En definitiva, la enseñanza de estos contenidos persigue que los alumnos avancen progresivamente en el control de las relaciones espaciales, de modo que les posibilite orientarse autónomamente en sus propios desplazamientos, en los desplazamientos de los objetos u otras personas, en el descubrimiento de las relaciones existentes en los objetos y entre los objetos. Estos aprendizajes sentarán también bases para el avance futuro sobre los saberes geométricos. Asimismo, constituyen una oportunidad para comenzar a introducirse en un modo de funcionamiento propio de la matemática.

Desde su nacimiento, los niños participan de múltiples experiencias que hacen posible una exploración y organización del espacio físico: desplazamientos, búsquedas de objetos, observación de objetos que se acercan o alejan, observación de objetos desde diferentes puntos de vista, comunicación de posiciones y trayectos, etc. Cuentan con toda una gama de posibilidades de acción en el espacio físico. Operan, también, con ciertas conceptualizaciones acerca de dicho espacio que les permite anticipar y evocar posiciones y desplazamientos propios y de otros, personas u objetos.

Es decir, en sus experiencias extraescolares, los niños construyen una serie de conoci-mientos prácticos y las primeras conceptualizaciones acerca del espacio.

¿Cuál es entonces el papel de la escuela en relación con estos conocimientos? Por supuesto, se piensa en una propuesta didáctica que considere ese riquísimo bagaje de conocimientos espaciales previos. Pero el propósito de la enseñanza no reside solamente en "dejar entrar" dichos conocimientos a las aulas para deslumbrarse con todo lo que los niños conocen. La escuela, en tanto institución a cargo de la transmisión de saberes, tiene a su cargo gestionar el avance de los conocimientos infantiles. Para ello, deberá proponer situaciones donde los alumnos puedan poner en juego esos conocimientos previos, poner a prueba las conceptualizaciones construidas, construir otras nuevas a partir del establecimiento de nuevas relaciones, avanzando progresivamente mediante la resolución de nuevos problemas, confrontaciones y análisis generados en la clase.

> Nuestra hipótesis es que es posible, en un contexto escolar, generar situaciones en las que los alumnos se planteen problemas relativos al espacio e intenten resolverlos basados en sus concepciones "espontáneas", introduciéndose en un proceso en el que deberán elaborar conocimientos adecuados y reformular sus concepciones teóricas para resolver los problemas planteados. (Gálvez, 1994)

La escuela podrá proponer entonces problemas que se refieran tanto al espacio físico como al espacio representado. Cabe aclarar que lo que interesa son aquellos aspectos vinculados con el espacio físico que permiten poner en juego una actividad matemáti-ca; en otras palabras, que requieren del recurso a conceptualizaciones espaciales, de la elaboración de modelos o esquemas que permitan anticipaciones.

¿Qué significa anticipar? Ya se ha explicado que los conocimientos matemáticos deben aparecer como herramientas para resolver problemas y que la enseñanza de la mate-mática debe centrarse en la construcción del sentido de esos conocimientos. Para que esto sea posible, el conocimiento debe aparecer como medio para resolver problemas, en las decisiones respecto de qué hacer frente a ese problema y esto es, justamente, establecer anticipaciones.

Es al realizar las anticipaciones cuando se produce –en parte- una verdadera actividad matemática, de lo contrario nos quedaríamos en una experiencia física, de simple com-probación de datos empíricos.

Las prácticas de enseñanza de los conocimientos espaciales

Un niño de cinco años podría trabajar con el plano de un zoológico o del barrio después de haberlo visitado y recorrido, como representación de lo realizado. Ahora bien, ¿cuál sería el interés de recurrir al plano cuando ya se recorrió el lugar? Justamente, el plano adquiere sentido como una herramienta que permite anticipar los trayectos posibles, qué animales se encuentran cerca, elegir un recorrido de acuerdo con determinados intereses o criterios, tener prevista la ubicación de los sanitarios y el lugar de comidas, de informaciones, la entrada y la salida, un lugar de encuentro ante una eventual pérdida de alguno de los que concurrieron, etcétera. O, también, durante el recorrido, parados en determinado lugar, consultar el plano para decidir hacia qué sitio continuar o para averiguar diferentes posibilidades para acceder al mismo lugar.

Con este ejemplo no se quiere sugerir que no sea interesante recurrir al plano también a posteriori del recorrido para reconstruir trayectos, analizar algunas cuestiones, comunicar una posición o recorrido para alcanzar algún lugar, recomendar sitios, etcétera. Sólo se quiere resaltar en qué situaciones un plano realmente constituye una herramienta para la ubicación y orientación en el espacio.

Estos recursos al plano suponen una referencia al espacio físico, pero lo hacen de dife-rente manera. Recurren al plano como instrumento de comunicación de posiciones y recorridos antes, durante y después de la acción sobre el espacio real. En pocas palabras, el plano se utiliza como herramienta para resolver problemas de localización y despla-zamientos en dicho espacio.

El solicitar la realización del plano sólo después de recorrer el lugar sugiere la creencia acerca de que existe cierto orden evolutivo por el cual primero se requiere un trabajo sobre una situación concreta para luego poder pasar a su representación gráfica y, finalmente, simbólica. También en relación con esta idea a veces se cree que los niños sólo tienen posibilidades de realizar anticipaciones después de haber pasado por la "observación" o experimentación sobre una situación "concreta".

En cambio, y siguiendo con el ejemplo anterior, se propone que los niños pueden inter-pretar el plano sin haber recorrido el zoológico y esto genera aprendizajes acerca de las representaciones espaciales, la localización de objetos y los desplazamientos necesarios para llegar a ellos. Asimismo, prepara de otro modo la visita real, con mayor dominio del espacio con el cual se interactúa.

La propuesta es que la introducción de materiales y situaciones prácticas sea utilizada para posibilitar la toma de decisiones, anticipaciones y validaciones para resolver problemas, por ejemplo, "¿cómo se puede llegar al kiosco desde el lugar en que estamos parados?".

En este sentido, la actividad matemática desplegada frente a problemas espaciales y geométricos, también permite la puesta en juego de quehaceres matemáticos (antici-paciones, resoluciones, validaciones). Tales procesos, en un contexto de intercambios diversos, son los que darán lugar a avances en los conocimientos de los alumnos.

A continuación, se presentan dos actividades para ser analizadas por el docente.

Situación 1

Se comunica a los alumnos la siguiente consigna: "Ayudá a ordenar estas cosas. Dibujá: un vaso, arriba de la mesa. Una planta a la izquierda de la lámpara. Un nene sentado en la silla de la derecha".

Esta situación, tal como se plantea, no representa un verdadero problema para los niños, se trata simplemente de responder a algo que está pidiendo la consigna. Es decir, los conocimientos espaciales intervienen por pedido directo del docente sin ser requeridos por la situación misma. Ubicar los objetos requiere acordar la perspectiva desde la que se considerará cuál es la izquierda o la derecha de la mesa; en efecto, según el lado de la mesa desde la cual uno se ubique, variará la referencia que se asigne. Lo propio de las situaciones en relación con el espacio es que las posiciones dependen de la perspectiva y las referencias desde la cual se consideren. A partir de la intención de construir proyectos de enseñanza que comuniquen el sentido de los conocimientos, es necesario tener en cuenta el carácter relativo de las orientaciones espaciales, la necesidad de explicitar el punto de vista o las referencias fijas.

Por otra parte, en esta situación, el vocabulario también queda a cargo del docente y no de los niños. Como puede verse, el margen de decisiones que necesitan tomar los alumnos para resolver la tarea queda extremadamente reducido.

Por último, ¿cómo se validan las producciones? La actividad matemática supone no sólo resolución, sino también una cierta búsqueda en relación con la validez de los procedimientos en juego y de los resultados obtenidos; en otros términos, hacerse un juicio sobre una producción propia. En la situación descripta, si algunos alumnos dibujaran la planta a la derecha de la lámpara, ¿cómo podrían hacer un juicio autónomo acerca de lo correcto o no de su producción? En realidad, la situación requiere de la evaluación del maestro que es quien corregirá indicando la ubicación correcta.

Situación 2

A continuación, se propone analizar la siguiente actividad que consiste en un dictado de maquetas.[19]

Materiales: para cada grupo de alumnos, elementos necesarios para construir una granja (pueden ser objetos de cotillón). Por ejemplo, 1 casa; 2 caballos; 2 vacas; 1 ternero; 4

[19] Encontrarán un desarrollo más extenso de esta secuencia en Saiz, Irma, "La derecha... ¿de quién? Ubicación espacial en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB", en Panizza, Mabel (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB. Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

vallas; 2 árboles diferentes; 2 ovejas; 1 pastor; etcétera. Un plano de apoyo, por ejemplo, una hoja tamaño oficio.

Organización de la sala: se entrega a cada grupo de tres o cuatro alumnos un equipo idéntico del material. Como en toda situación de comunicación, se debe tener en cuenta que el número de grupos debe ser par. Así, por ejemplo, el grupo A interactuará con el grupo B; el grupo C, con el D; el grupo E, con el F; etcétera.

Consigna: "Los grupos A, C y E tienen que construir la granja sobre la hoja de papel. Cuiden que los otros compañeros no vean cómo lo hacen. Luego tendrán que darle indicaciones al otro grupo para que ellos puedan ubicar todo el material de la misma forma que ustedes lo hicieron. Cuando terminen, vamos a comparar las dos granjas y vemos si quedaron iguales, vemos qué fue lo que pasó".

Comentarios: es muy importante repetir la experiencia varias veces, cambiando los roles que ejercieron los diferentes grupos: los emisores del dictado serán los grupos B, D y F y los receptores serán los grupos A, C y E respectivamente, y así se irán alternando.

Se necesita reiterar la actividad en varias ocasiones para que todos puedan participar como emisores y receptores de los mensajes ya que la tarea involucrada en cada uno de estos papeles hace intervenir de diferente forma los conocimientos espaciales requeridos. Además, resolver la situación en reiteradas oportunidades, permite que los alumnos vayan ajustando poco a poco sus mensajes basándose en las experiencias anteriores y en los conocimientos que hayan circulado en los análisis colectivos.
En general, las primeras veces que juegan, los chicos dan por supuestas muchas re-laciones. Recién al descubrir que los otros no entienden sus instrucciones comienzan a establecer relaciones más precisas. Por otra parte, el grupo emisor suele ubicar los elementos sin tener en cuenta si les va a resultar sencillo o no dictarles las indicaciones a sus compañeros. Progresivamente, irán descubriendo la conveniencia de armar un modelo organizado para dictar.

"Nos dijeron que pusiéramos el caballo, pero no dijeron que estaba al lado de la casa", es un ejemplo de las observaciones que realizan los alumnos en el marco de las interacciones que la situación permite y el docente promueve llevándolos a comparar las maquetas. El grupo emisor descubre entonces que, para que su dictado sea eficaz, hay que dar otro tipo de informaciones: puntos de referencia. Las críticas que plantea el grupo receptor acerca del dictado van a favorecer información para un reajuste cuando vuelvan a enfrentarse con la situación. Algunas de estas cuestiones podrán ser retomadas por el docente en un análisis colectivo posterior: “Miren lo que pasó acá. Les habían dicho que la oveja iba a la izquierda del cerco y la pusieron de este lado en lugar de éste. ¿Qué les parece? ¿Por qué le habrá quedado diferente?”.

Desde luego, estos avances en los conocimientos no son automáticos. Es un proceso que lleva su tiempo, donde lo fundamental es cómo pueden interpretar la información que les devuelve sus decisiones y el análisis que puedan realizar conducidos por el docente. Es decir, el alumno tiene la posibilidad de juzgar si el conocimiento que puso en juego como medio para resolver (anticipación) fue el adecuado o no al comparar las maquetas y descubrir si quedaron iguales o no.

En esta actividad hay dos instancias mediante las cuales se lleva a cabo la validación. En primer lugar, la comprobación empírica acerca de si las granjas quedaron efectivamente iguales o no; en segundo lugar, las argumentaciones que puedan empezar a intentar los alumnos en los análisis colectivos respecto de porqué no es adecuada una instrucción, por qué es insuficiente, etcétera.

Como en toda situación didáctica, se debe poder diferenciar entre los objetivos que per-sigue el maestro al plantear esta situación y la finalidad para el alumno que se enfrenta a la misma. La finalidad para el alumno es lograr que el otro grupo pueda reproducir la maqueta y, para ello, tratar de emitir un mensaje claro para que el otro grupo lo entienda y pueda construir una granja igual. El objetivo del maestro, en cambio, es que los niños se apropien de relaciones espaciales involucradas en ubicaciones, puntos de referencia, vocabulario, etcétera.

Tener claro cuál es la finalidad para el alumno permite al maestro pensar acerca de sus posibles intervenciones. Por ejemplo, frente a preguntas como “¿Está bien, seño?”, el maestro podría centrarse en sus objetivos y, desde allí, explicar al grupo que deben dar algún punto de referencia para que los otros puedan entenderlos; “sugerir” que indiquen a los receptores del mensaje que el caballo está a la derecha de la casa; etc. Si así lo hiciera, el problema perdería su riqueza, ya que los alumnos verían coartada su acción limitándose a seguir las indicaciones que aporta el maestro. Por otra parte, no sería la situación misma la que les demostraría a los alumnos que es necesario dar más datos para que los compañeros puedan reproducir la maqueta y, por lo tanto, no habría validación ya que el conocimiento puesto en juego no sería el de ellos, sino el del maestro.

La respuesta del maestro ante la misma pregunta podría estar destinada a reinstalar el problema para permitir que los alumnos puedan avanzar en sus competencias. Por ejemplo: "¿Les parece que así se puede entender? Si les parece, adelante"; "¿qué podrían hacer para que se entienda?"; "¿qué le tendrían que haber dictado para que el otro grupo pusiera el caballo como ustedes querían?", etc. Es decir, se trata de guiar la discusión con la finalidad de que los conocimientos tengan lugar en la interacción con la situación. El segundo grupo va a apropiarse de ciertas formas de expresión del primero y descartará otras al verificar que no son adecuadas. Paulatinamente, va a producirse la elaboración de una codificación en común que se verá enriquecida y perfeccionada en la medida en que los alumnos dispongan de varias oportunidades de enfrentarse a esta situación o a otras similares, como se verá más adelante.

Los niños construirán de a poco las nociones requeridas y el docente podrá hacer insti-tucionalizaciones[20] de esos conocimientos, con lo cual habrá avanzado en la dirección de sus objetivos.

Estos objetivos consisten en que los niños aprendan a organizar el espacio y esto im-plica descubrir las relaciones que se establecen entre los objetos y encontrar puntos de referencia propios, externos, o de la hoja para poder dictarlos.

En cuanto a las producciones de los niños, a grandes rasgos, se pueden describir tres tipos diferentes:

- Algunas veces, sobre todo inicialmente, los niños consideran que un mensaje eficiente consiste en describir los objetos. Por ejemplo: "pongan una casa, pongan un caballo, hay dos vacas, un corral, etc." Es decir, no comunican ninguna relación entre los objetos y, por lo tanto, la granja no resulta igual. En general, esto los

[20] Identificaciones de los conocimientos que se utilizaron y que se busca señalar. Por ejem-plo: "Aprendimos que, cuando decimos a la izquierda o a la derecha, hay que aclarar a la izquierda o a la derecha de qué o de quién y mirándolo desde dónde para que se entienda bien cuál es", etcétera.

sorprende mucho al comparar ambas maquetas ya que no comprenden cómo los otros "no se dieron cuenta". El hecho de que los alumnos no logren de entrada la reproducción de la maqueta, ¿es un indicador de que la situación no es para ellos porque no la pueden resolver eficientemente? Todo lo contrario, es justamente porque se asume que no van a disponer de entrada de los conocimientos necesarios que se plantea este problema. ¿Cómo podrían aprender esos conocimientos si no se enfrentan a problemas para los cuales son herramientas de resolución? Por otra parte, si pudieran resolverla de entrada sin ninguna dificultad, los conocimientos necesarios ya estaban aprendidos. En consecuencia, no era un problema para ellos.

- Después de jugar algunas veces, advierten que es necesario dar información acerca de las relaciones entre los objetos. Comienzan a establecer relaciones parciales. Por ejemplo: "el árbol está al lado de la casa"; "la vaca está adentro del corral". Son relaciones parciales en tanto no consideran las relaciones entre el árbol, la casa y el corral. No logran aún controlar la ubicación de todos los elementos entre sí. Son como pequeñas "islas" flotando en el vacío, pero sin duda hay un avance con respecto a las producciones anteriores.

- Finalmente, logran establecer relaciones entre todos los objetos, para lo cual utilizan puntos de referencia. "Anclan" uno de los objetos con respecto a la hoja (por ejemplo, el corral puesto en el centro) y, a partir de ahí, dictan los demás.

Con este desarrollo no se quiere sugerir que todos los alumnos del Nivel Inicial logren reproducciones de las maquetas con precisión. Estos contenidos deberán ser retomados en el Primer Ciclo de la Educación Primaria. Se busca simplemente que los niños progresen en la consideración y precisión de las relaciones espaciales entre los objetos y la necesidad de establecer puntos de referencia. De hecho, hay errores en las reproducciones de las maquetas que son aceptados: por ejemplo, al no intervenir la medida, las distancias son aproximadas. Otro tipo de error generalmente aceptado por los integrantes de los grupos es la orientación de algunos elementos: que el caballo, por ejemplo, esté mirando hacia un lado o hacia otro es algo que seguramente no generará discusiones.

Es importante tener en cuenta la cantidad de elementos que se incluyan. Para la sala de cinco años, alrededor de diez objetos parece adecuado. Si se incluyeran muchos más, los alumnos tendrían que controlar demasiadas relaciones y, por otra parte, sería mucho el tiempo que ocuparían dictando. El lector podría suponer que la tarea se facilitaría disminuyendo sensiblemente la cantidad de elementos. Ahora bien, una cantidad de elementos demasiado pequeña –por ejemplo, sólo tres– complejizaría más la tarea. Se requiere una cantidad mínima de elementos que permita poner en juego las relaciones entre una totalidad de objetos y, al mismo tiempo, permita a los niños establecer puntos de referencia.

Otro aspecto a considerar es la variedad del material. Ubicar cuatro vacas todas iguales es más complejo que dictar y ubicar diferentes objetos que están relacionados entre si sig-nificativamente, por ejemplo, una granja, el comedor de una casa, una plaza, etcétera.

> Uno de los aspectos a tener en cuenta para que los alumnos dominen sus relaciones con el espacio está dado por el manejo de un lenguaje, de un vocabulario que les permita comunicar posiciones, describir e identificar objetos, indicar oralmente movimientos, etc. Se trata entonces de que la adquisición de un vocabulario geométrico se produzca a raíz de su utilidad para resolver situaciones y es en el marco de esas situaciones que se podrá hacer surgir la necesidad de expresiones cada vez menos ambiguas. (A.Castro, 2000)

Otras situaciones posibles

A continuación, se propone un conjunto de actividades para trabajar los contenidos espaciales.

1. Copiado de objetos

Colocar en el centro de una mesa un objeto de formas asimétricas (una escultura, un auto, un muñeco sentado o parado, etc.). Cuatro niños se sientan, cada uno, en un lado de la mesa y tienen que reproducir el objeto dibujando sólo lo que ven.

Posteriormente, el maestro pide a los alumnos que analicen acerca de si efectivamente, desde la posición del compañero, se ve el objeto de esa manera. La toma de conciencia de los diferentes puntos de vista en relación con la perspectiva del objeto permite co-ordinar las partes que lo constituyen.

2. Reconocimiento de diferentes puntos de vista

Tomar un objeto del patio de la escuela como punto de referencia (un árbol, el mástil, etcétera) y pedir a los niños que se ubiquen en diferentes lugares y distancias desde donde sea posible la visión del objeto. Preguntar, "¿dónde está el árbol para Joaquín?, ¿y para Lucía?".

Los chicos piensan las distancias en términos dicotómicos y absolutos: cerca o lejos. Por lo tanto, si Joaquín estaba en la puerta del aula y Lucía en la puerta de calle, se busca que aprendan que "cerca" o "lejos" no son conceptos absolutos y que, por ejemplo, puedan decir que el árbol está bastante lejos de la puerta de calle, pero un poco más cerca del aula. Si, al mismo tiempo, se les pide que describan y representen con un dibujo cómo "ve" cada uno al árbol desde el lugar donde se encuentra, será otra posibilidad de que tomen contacto con los diferentes puntos de vista.

Una situación similar consiste en los que, por ejemplo, tres alumnos "formen un tren", uno representa locomotora y, los otros vagones, cada uno con una "ventanilla" realizada en papel, cartón, etc., una hacia su lado izquierdo y otra hacia el derecho. Sólo la locomotora puede mirar hacia delante. El tren va recorriendo la sala –o el patio, etcétera– hasta que la docente le pide que se detenga. Les pregunta entonces, ¿qué es lo que ven por su ventanilla izquierda (o derecha)?, etcétera.

3. Recorridos

La maestra coloca en el patio objetos de uso común en la escuela como mesas, sillas, aros, sogas, cajas, etc. y dicta un recorrido a sus alumnos para que lo realicen por turnos. Por ejemplo: "pasar a la derecha de la soga, a la izquierda de la caja, por encima de la silla, por debajo de la mesa y dentro del aro".

Mientras uno realiza el recorrido, los demás niños actúan como observadores para controlar lo correcto o incorrecto del itinerario. Luego, se analizan las dificultades que pudieran haber surgido. Se alternan los grupos que realizan el recorridos y los observadores.

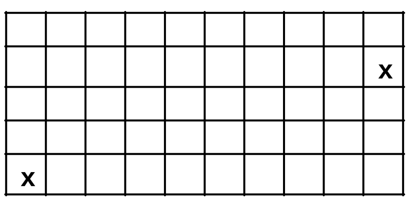
A posteriori, ya en la sala, se pide a cada niño la representación del recorrido, para luego compararlo y analizarlo. Este pedido no tiene como único ni principal objetivo enfatizar la creatividad, sino que involucra decisiones acerca de qué tener en cuenta y qué dejar de lado en el dibujo y, en la discusión colectiva, la consideración de distintos puntos de vista tratando de argumentar a favor o en contra de incluir o no determinados elementos y relaciones en la representación. Estas instancias plantean nuevos problemas a los alumnos, diferentes a los resueltos inicialmente, llevándolos a analizar de una manera más explícita los conocimientos que antes pusieron en juego en la resolución.

También, un grupo puede inventar un itinerario, representarlo gráficamente y el resto de los niños intenta realizarlo en el patio a partir de la representación gráfica.

Si el maestro introduce la siguiente restricción: “Tienen que hacerlo sólo con el dibujo. No se puede decir nada”, impidiendo la posibilidad de hacer aclaraciones verbales, persigue el objetivo de propiciar avances en las representaciones gráficas.

4. Otra situación de recorridos[21]

En el patio, trazar con tiza o pintura una cuadrícula con las medidas suficientes para que en cada cuadrado quepa un niño. Por ejemplo:



Se propone jugar a recorrer caminos y tratar de llegar de un punto a otro. Habrá que discutir y acordar si recorrerán los caminos por las líneas de la cuadrícula o por los espacios entre las líneas. Los recorridos se definen en términos de una cantidad de “casilleros o cuadraditos hacia delante, atrás, a la izquierda, a la derecha”. Será interesante que surja el problema de qué se va a considerar hacia delante, atrás, a la izquierda o a la derecha. Se puede pedir a los alumnos que encuentren distintos caminos, los más largos y los más cortos. Esto lo llevará a determinar alguna forma de comparación de la longitud de los caminos, por ejemplo a través del conteo de los cuadrados.

Se les puede pedir, por grupos, ante una reproducción de la cuadrícula en papel entre-gada por el docente, que diseñen un camino para ir de un punto a otro, para que con ese “mapa” otro grupo pueda realizarlo sobre la cuadrícula del patio.

[21] Saiz, Irma, “Matemática en preescolar. Un tema de geometría” en NIM. Nuevas ideas matemáticas, N° 3. Corrientes, 1987.

También, hay juegos de video para realizar recorridos sobre una cuadrícula en los cuales se propone un desplazamiento utilizando las flechitas que mueven el cursor en la pan-talla: para esto se elige la flecha correspondiente para cada movimiento y la cantidad de “pasos” o casilleros a desplazarse cada vez. En ese caso, se podrá discutir en qué dirección mover cada tecla.

5. Dibujos

El dibujo permite representar las situaciones sobre las que se quiere actuar. Sirve para conceptualizar y reflexionar sobre espacios imaginados que representan al entorno, y también son medios para la representación de ideas espaciales.

Si fuera posible realizar una salida por el barrio o, en su reemplazo, contar con fotos de diferentes construcciones edilicias, se les podrá pedir que analicen las similitudes y diferen-cias entre los frentes de una casa, un negocio y un edificio; los interiores de una verdulería y una zapatería; diferentes tipos de puertas y ventanas en cada caso, etcétera.

En función de los análisis realizados sobre diferentes construcciones, se podrá pedir el dibujo de las mismas, ya sea que dibujen todos el mismo tipo de construcción para comparar luego las producciones u organizar la clase en pequeños grupos para que cada uno de ellos dibuje una construcción diferente. Si esta última fuera la organización elegida, se deberá someter a discusión lo producido por cada grupo, para lograr acuerdos acerca de si la representación realizada cumple o no con las características de ese tipo de construcción.

6. Secuencias de desplazamientos de objetos

Esta actividad consiste en que los alumnos inventen y comuniquen una secuencia de desplazamientos de algún objeto. Por ejemplo: hacer rodar una pelota hasta la pared, hacerla picar tres veces, correr con la pelota en la mano hasta la otra pared, etcétera. El pedido posterior de la representación gráfica de las acciones realizadas, permitirá la toma de conciencia de las mismas, así como también, avances en la conceptualización de las relaciones implicadas.

7. Dictado de desplazamientos

Para promover la comprensión creciente de los desplazamientos del objeto con independencia de los desplazamientos del niño, es necesario generar situaciones en las que tengan que imaginar recorridos, anticipar acciones, comunicar posiciones, es decir, en las que se proponga representar esos desplazamientos.

Por ejemplo: un alumno ubicado en una posición fija en el aula, guía a un compañero mediante instrucciones hacia el lugar donde escondió un objeto (el alumno que cumple el rol de orientador debe apelar a sus propios esquemas de referencias y, al mismo tiempo, considerar los puntos de referencia del compañero al que está guiando). El docente puede anotar las (o algunas) indicaciones dadas por el orientador para poder volver sobre ellas en un análisis posterior.

8. Construcciones

Es posible pedir a los alumnos que, formados en grupos:

- planifiquen la construcción, con bloques de madera, de un túnel o laberinto a través del cual se pueda hacer pasar una pelotita;
- planifiquen la construcción de un garaje donde los autos circulen, estacionen, etcétera.

9. Búsqueda de tesoros

Otra situación mediante la cual se pueden comunicar posiciones y recorridos, es la bús-queda del tesoro: un grupo esconde el tesoro y elabora un "mapa" para que los demás puedan encontrarlo.

Al introducir progresivamente algunas restricciones que complejizan la tarea se pueden promover avances en las conceptualizaciones de los alumnos. Por ejemplo, una variación posible es establecer que no se pueden hacer aclaraciones verbales. El "mapa" debe permitir encontrar el tesoro. Las discusiones posteriores acerca de si la información representada fue suficiente o no, serán las que promuevan avances en la apropiación de la necesidad de utilizar puntos de referencia.

10. Dictado de ubicaciones de objetos [22]

Un grupo organiza, detrás de una pantalla, cuatro objetos (cajas, latas, pelotas, cubos, etc.) en una fila. Luego, deben dictar oralmente las órdenes necesarias para que los otros grupos que disponen del mismo material, puedan organizarlo de la misma manera. Una vez realizado, se comparan las filas. Según organicen los objetos uno al lado del otro o uno detrás del otro, veremos aparecer expresiones equivalentes a: la lata está a la izquierda de la caja pero a la derecha de la pelota, o bien, la pelota está detrás de la lata, la lata está entre la pelota y el cubo, etcétera.

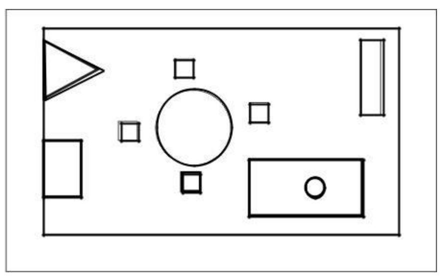
[22] Saiz, Irma, op. cit.

El sentido de que los alumnos que realizan el dictado permanezcan detrás de la pantalla sin ver lo que hacen sus compañeros apunta a evitar que lo gestual reemplace al conocimiento. Si pudieran verse, es probable que aparecieran indicaciones del tipo: “ponelo para allá; al lado de ese”, mientras con la mano harían el gesto correspondiente.

11. Otra situcación de dictado de maquetas

Como ya se analizó, el movimiento en el espacio requiere servirse de puntos de referencia para establecer direcciones y posiciones.

Otra situación similar a la desarrollada en este documento [Situación 2, p.43] que apunta a lo mismo es la siguiente:[23] el docente organiza en una mesa o en uno de los sectores, la maqueta de un dormitorio o de un comedor, utilizando “muebles” de plástico, madera, palitos o el material de desecho que disponga.



Los niños, en pequeños grupos, disponen del mismo material y están ubicados lo más lejos posible del modelo realizado por la maestra. Tienen que reproducirlo y, para eso, pueden mirar todo el tiempo que crean necesario y volver a la mesa todas las veces que lo requieran. La única restricción está en que no pueden construir la maqueta al lado de la original. Una vez construida, la comparan con el modelo que tiene el maestro para verificar si quedaron iguales o no.

Realizar la maqueta exige ubicar mentalmente los objetos unos en relación con los otros: el televisor está a la derecha de la puerta; la mesa está entre la puerta y el aparador; la lámpara está encima del mueble, etcétera. Una vez realizada la ubicación de los objetos, si no coinciden con el modelo, vuelven a sus lugares a reubicarlos.

[23] Saiz, Irma, ibídem.

El sentido didáctico de establecer la restricción de no poder construir la maqueta al lado del modelo, apunta a que, de ese modo, la situación conduce a los alumnos a es-tablecer relaciones y a realizar anticipaciones que son las que les permiten reconstruir el modelo en su mesa y, al mismo tiempo, apropiarse de los contenidos de enseñanza. Si, por el contrario, lo pudieran hacer al lado del modelo, no sería necesario buscar las relaciones espaciales entre los objetos, por ejemplo: “la mesa está adelante del aparador y las cuatro sillas alrededor”, etcétera.

Si la maestra estableciera la siguiente restricción: “pueden venir a la mesa a mirar la maqueta una sola vez, pueden quedarse todo el tiempo que necesiten pero no pueden volver a mirar”, los alumnos deberán establecer relaciones entre todos los objetos para anticipar la reproducción de la maqueta.

3. La enseñanza de las figuras y los cuerpos geométricos

Tal como se adelantó en el capítulo inicial, los conocimientos geométricos pueden ser adquiridos por los alumnos en el marco de un trabajo intelectual matemático de resolución y análisis de problemas, de debate y argumentación acerca de los mismos, que les permita, simultáneamente a la apropiación de aspectos o recortes de dichos "objetos del saber", acceder a un modo de pensar, a un modo de producir.[24] Como señala Artigue (1986), "[...] lo que se propone la enseñanza de las matemáticas no es simplemente la transmisión de conocimientos matemáticos, sino, más globalmente, la transmisión de una cultura. Se trata de que los alumnos entren en el juego matemático".

Entrar en el juego matemático requiere utilizar un conjunto de saberes formalizados a lo largo de la historia, pero además requiere de un modelo de razonamiento y deducción muy importante para la formación cultural de los sujetos. En consecuencia, la enseñan-za de la Geometría en el Nivel Inicial apunta a dos grandes objetivos estrechamente imbricados: que los niños se inicien en la construcción de conocimientos geométricos elaborados a lo largo de la historia de la humanidad, y en un modo de pensar propio del saber geométrico.

Este "modo de pensar" supone apoyarse en los conocimientos que se disponen para anticipar relaciones no conocidas o inferir nuevas propiedades. Es decir, utilizar el conocimiento como medio para resolver y, al mismo tiempo, elaborar un proceso de anticipación sobre los resultados a obtener sin necesidad de realizar acciones empíri-cas y sin apoyarse exclusivamente en la percepción. Por otro lado, el modo de pensar geométrico implica demostrar la validez de una afirmación mediante argumentos. Por

[24] Broitman e Itzcovich, 2003.

supuesto, las demostraciones matemáticas están muy lejos del alcance de los niños pequeños. Sin embargo, en relación con ellas, buscamos introducirlos en búsquedas de validaciones, intentos de argumentaciones que constituirán precursores de lo que constituirán, más adelante, prácticas de demostración. A continuación, se desarrollará una situación didáctica trabajado en tercera sección[25].

Copiado de figuras

Materiales:

- para cada alumno, un cuadrado dibujado sobre una hoja cuadriculada;
- otra hoja cuadriculada[26] del mismo tamaño, lápiz, goma.

Organización de la actividad: trabajo individual

Presentación del problema: el maestro explica a sus alumnos que tienen que hacer lo necesario para copiar en la otra hoja, el cuadrado que les dio dibujado; lo único que no pueden hacer es calcarlo. Tienen que quedar iguales. Una vez que lo hayan dibujado, van a tener que superponerlo sobre el modelo a trasluz para ver si quedaron iguales o no.

Análisis de la situación

La tarea de reproducir el cuadrado sobre la hoja cuadriculada lleva a los alumnos a establecer ciertas relaciones. Por ejemplo, anticipar cuántos cuadraditos mide cada lado y cómo “doblan” los lados. Hay una anticipación implícita que los lleva a pensar que si siguen esas acciones van a obtener ese cuadrado.

Si bien algunos alumnos, en el primer contacto con la situación, intentan copiar “a ojo” el modelo, la situación misma es la que demuestra la invalidez del procedimiento ya que, al superponer los dos cuadrados, no coinciden. El maestro podrá entonces volver a plantear el problema alentándolos a buscar otros modos de resolución que permitan

[25] Se puede encontrar el desarrollo de una situación similar en Broitman e Itzcovich, ob. cit.

[26] Se puede ofrecer una hoja con una cuadrícula de 1cm x 1cm si el cuadriculado comercial resulta muy pequeño para los niños.

lograr la igualdad. Podrá hacerlo por medio de intervenciones como, por ejemplo, ¿que-daron iguales? ¿Qué habría que hacer para que al superponer el que ustedes dibujaron no le sobre ni le falte nada? Esta modalidad permitirá que los alumnos progresivamente descubran las relaciones que se quiere enseñar.

Estas u otras–- intervenciones tienen la intención de que los alumnos expliciten procedimientos y algunas reflexiones en relación con ellos. Pueden surgir entonces comentarios como los siguientes: “Todas las rayas doblan en punta”; “Todos los lados tienen diez cuadraditos, te quedó torcido por que dibujaste este con doce cuadraditos”; etc. Se incluyen, a continuación, el registro en primera persona, a cargo de la docente de la sala, de tres producciones realizadas por alumnos de tercera sección.[27]

Primera producción

La consigna fue: “copiar en la hoja cuadriculada una figura exactamente igual al modelo (un cuadrado hecho sobre hoja cuadriculada)”. Podían utilizar cualquier elemento que necesitaran, lo único que no estaba permitido era calcarlo. Antes de comenzar con la actividad nos parecía que los chicos no iban a tener las herramien-tas suficientes como para resolverla, sin embargo, decidimos planteárselas igual. Algunos lo resolvieron de manera intuitiva a partir de procedimientos como:

- Medir “a ojo” con los dedos;
- Continuar con el dedo la línea del modelo hasta la otra hoja y marcarla a la misma altura;
- Ensayo y error para el cual pedían que les borremos reiteradas veces las pro-ducciones;
- Otro grupo de niños pudo detectar y utilizar algunas de las características del cuadrado, como por ejemplo:
  - usar las rayitas para que le salga “derechito”;
  - marcar los cuatro vértices;
  - contar los cuadraditos, logrando o no hacer las líneas rectas.

[27] Agradecemos al Colegio Nuestra Sra. de la Unidad, a la directora de Nivel Inicial Sra. Brenda Williams y a la docente de Tercera Sección, María Eugenia Eslar la posibilidad de reproducir estos fragmentos del registro de la clase.

Segunda producción

Antes de comenzar la segunda producción pensamos que era necesario modificar la primera consigna, ya que los chicos habían utilizado recursos que habitualmente usan en la resolución de problemas aritméticos (material concreto, dedos, etc.). Entonces, la modificamos y les planteamos a los alumnos si encontraban algo en la hoja que les sirviera para hacerlo exactamente igual al modelo. Las produc-ciones mejoraron y se organizó también una puesta en común para enriquecer e intercambiar los saberes individuales.

En cuanto a los procedimientos utilizados dijeron:

- "Yo usé maderitas y no me sirvieron de nada".
- "Para poner las líneas en el mismo lugar podes usar los cuadraditos. Hay que contar los cuadraditos blancos hasta llegar a la línea y hago una igual acostada, después sigo contando hasta donde termina la línea parada y hago una igual".
- "Los cuadraditos me sirvieron para hacer el cuadrado".
- "Las líneas de los cuadraditos te sirven para hacerlos derechos."
- "Los cuadraditos me sirvieron para hacerlo recto".
- "Puedo usar la regla para hacerlo bien derecho".
- "Se pueden contar los números de la regla".
- "Podríamos poner arriba de la línea los números de la regla. Nos fijamos entre qué número está, y después la apoyamos en la otra hoja y hacemos la raya entre esos números".

Debido a la riqueza de los comentarios nos pareció oportuno realizar una tercera producción para poder plasmar todo lo conversado en la puesta en común.

Tercera producción

Antes de iniciar la actividad se retomó lo conversado en la puesta en común que se realizó en la producción anterior. Al repartir las hojas cuadriculada y los modelos, todos pidieron una regla para realizarlo, pero en el transcurso de la resolución no todos sabían cómo utilizarla. Estos son algunos de los comentarios y procedimientos registrados durante la resolución.

- Sol dice "La regla sirve para medir".
- Jimena explica "Hay que contar los cuadrados", mientras cuenta los cuadraditos desde el borde de la hoja hasta el cuadrado modelo.

- Denise hace una línea derecha y cuenta los cuadrados. En las dos puntas realiza líneas formando ángulos rectos. Cuenta los cuadrados de las líneas verticales aunque no las hizo exactamente derechas. Después une las dos líneas verticales y forma la cuarta línea.
- Inés apoya la regla sobre una de las líneas horizontales del modelo y se fija que un extremo de la línea coincida con el número 4; como no coincide el otro extremo con un número exacto, apoya el dedo. Luego, en la hoja en blanco, apoya la regla y marca la línea entre el 4 y el dedo. Luego, hace lo mismo con la línea horizontale y la dibuja debajo de la primera haciendo coincidir los extremos. Para averiguar la distancia entre una y otra, ubica las dos hojas a la misma altura y continúa la línea del modelo con el dedo hasta la hoja en blanco. Para hacer los dos lados verticales, une por los extremos las líneas horizontales.
- Pedro continúa las dos líneas verticales del modelo con los dedos, marca los vértices y realiza una línea. Luego gira la hoja y realiza lo mismo con la segunda línea. Vuelve a hacer lo mismo con la tercera línea y une los vértices de las dos verticales para formar la cuarta.
- Cruz mide con la regla el largo de las líneas pero no las hace rectas.
- Catalina usa la regla para continuar la línea del modelo y mantener la misma altura en su hoja cuadriculada.
- Moira usa la regla para medir "a ojo" el largo de la línea; hace dos producciones: en la primera, traza el cuadrado “a mano alzada” y, sobre este, traza las líneas más derechas ayudándose con la regla; en la segunda, cuenta los cuadraditos del modelo y los reproduce en su hoja cuadriculada.

Después de un espacio de puesta en común, se relevaron, con todo el grupo, las siguientes conclusiones:

- “Los lados del cuadrado son todos iguales”.
- “La hoja con cuadraditos sirve para contarlos y hacerlos del mismo tamaño”.
- “La regla sirve para hacer las líneas derechas”.
- “La regla sirve para medir en qué numero empieza y termina cada línea”.

Estas producciones ponen en evidencia la importancia de proponer las situaciones en reiteradas oportunidades, volviendo sobre ellas tantas veces como sea necesario a fin de permitir la construcción de los contenidos abordados. ¿Qué hubiera sucedido si se les pedía a los alumnos que calcaran el cuadrado? Seguramente no aparecía los comentarios mencionados ya que, en ese caso, la situación no hubiera requerido por parte de los alumnos anticipaciones acerca de cuáles son los elementos y relaciones a tener en cuenta para lograr la reproducción. ¿Y si sólo se realizaba una producción?

Problablemente, tras varias puestas en juego de la misma situación, el maestro podrá concluir acerca de las características del cuadrado, es decir, qué elementos lo conforman. Een términos de los niños, estas primeras definiciones pueden resaltar la presencia de cuatro lados iguales con cuatro “puntas” que “doblan derechito”.

Volcar sobre una cartulina las relaciones construidas y exponerlas en el aula funcionará como registro de lo aprendido y, al mismo tiempo, permitirá acceder a la información para resolver otros problemas. Por ejemplo, si más adelante el maestro planteara la misma situación pero esta vez para copiar un rectángulo, podrá apelar al registro de lo aprendido acerca de los cuadrados. En este caso, puede pedir a los niños reconocer la similitudes y las diferencias entre estas figuras y registrar lo relativo a los rectángulos en el mismo cuadro.

Otra cuestión a tener en cuenta es el trazado de las líneas. Como se vio en el registro de clase, para la mayoría de los niños del Nivel el uso de la regla para trazar líneas rectas no es eficiente: en general, deslizan el lápiz por sobre la línea de la cuadrícula tratando de “no salirse”. Si los objetivos del maestro al proponer la situación es que sus alumnos tomen contacto con algunas de las características de las figuras y no el dominio de destrezas de motricidad fina, podrá tolerar que las líneas tengan ciertas imperfecciones en el trazado y centrará sus intervenciones en las anticipaciones que los niños hicieron.

Cabe aclarar que el interés está dirigido a que los niños reflexionen acerca de ciertas características de las figuras, objetivo que se cumple independientemente de que logren trazar sus líneas de modo exacto.

Otras situaciones posibles

1. Observación de objetos geométricos

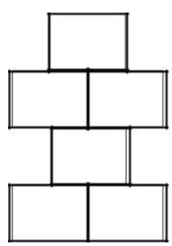
Esta situación consiste en observar cuerpos geométricos describiendo sus formas, para avanzar en el descubrimiento de lo que tienen en común: por ejemplo, analizar que tienen en común los cilindros entre sí; los cubos; los conos; las pirámides; etcétera.

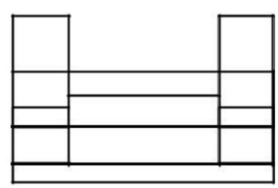
2. Clasificaciones

En un principio, se puede les pedir a los alumnos que clasifiquen sin tener en cuenta un atributo determinado; luego, por cantidad de lados, diferentes formas, tipo de caras, lados rectos o curvos, etcétera. También se podría proponer que agrupen las figuras para guardarlas en diferentes cajas para decir, luego, que cartel le pondrían a cada caja.

3. Representaciones gráficas

La maestra entrega "planos" para que, con bloques, los niños realicen una construcción que resulte igual al modelo. Por ejemplo:



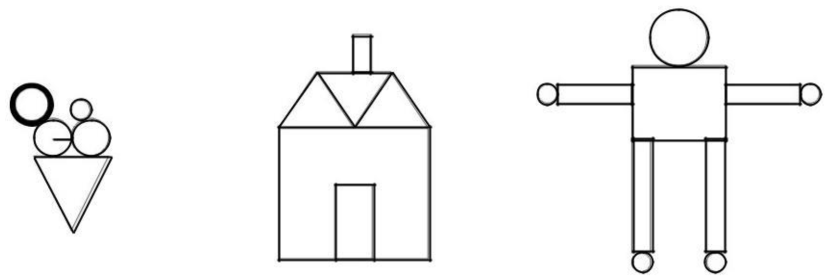


Posteriormente, serán los alumnos quienes deberán hacer una construcción, hacer la representación bidimensional y enviarla para que otro grupo –que no ha visto la cons-trucción– la reproduzca utilizando los bloques que considere necesarios.

Las dificultades propias las representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales deberán ser objeto de análisis y reflexión grupal. Por ejemplo, ¿qué condiciones requiere un dibujo para que otro grupo no confunda el bloque que debe utilizar, ni la posición del mismo? Sabemos que los alumnos, la mayoría de las veces, no logran realizar sus representaciones reproduciendo las formas, tamaños y localizaciones de manera exacta. ¿Esto invalida la situación? Por el contrario, el sentido de proponerla es comenzar a promover, por parte de los niños, reflexiones acerca de ciertas condiciones que debe tener la representación bidimensional y no su dominio.

4. Situaciones de pedidos

La maestra dispone sobre una mesa diferentes figuras geométricas de distintos tamaños. A cada grupo le entrega un dibujo, por ejemplo:



Entre todos los integrantes de un mismo grupo tienen que ponerse de acuerdo para hacer un pedido a la maestra de las figuras que necesitan para armar con ellas un objeto igual al del dibujo. No pueden hacer el pedido llevando el modelo que se les ha entregado, tienen que registrar en un papel la cantidad de figuras necesarias, identificándolas según su forma y sus dimensiones, y con él ir hasta el lugar donde el docente ubicó las figuras sueltas para la reproducción. Una vez que cuentan con las figuras, vuelven a su lugar a copiar el modelo. Posteriormente, se compara el modelo con la construcción y, en el caso de no coincidir, pueden formular un nuevo pedido o devolver las figuras sobrantes.

Pedir figuras conlleva la necesidad de disponer de cierto vocabulario. Si bien los alumnos no conocen la denominación convencional de todos las figuras geométricas, la dificul-tad que promueve tener que describirlas, genera grandes avances en la apropiación de conocimietnos. Por supuesto, esto requiere de ciertas condiciones didácticas. Si el maestro aceptara que los alumnos al hacer el pedido le mostraran los dibujos, esta necesidad no surgirá. Se trata de que los alumnos puedan utilizar esos dibujos como un recordatorio para ellos mismos, pero a la hora de hacer el pedido, lo tienen que hacer de manera verbal.

5. Copia de un objeto tridimensional

Los alumnos construyen un objeto (por ejemplo, una escultura) en barro, arcilla, plastilina o el material que se disponga y luego lo copian por medio de un dibujo para poder llevar a sus casas una muestra de lo que hicieron. Aquí, se pone de manifiesto el problema de los diferentes puntos de vista, según el lugar de observación. Como se explicó, la apropiación de las diferentes perspectivas del objeto, en función de la posición del ob-servador, es un aspecto que necesita ser trabajado para que los niños lo descubran, ya que en general tienden a centrarse en sus propios puntos de vista.

6. Copia de un espacio bidimensional

Esta situación también plantea cuestiones interesantes desde la mirada de la Geometría. Por ejemplo la posibilidad ampliar o reducir el tamaño de un modelo por medio de un dibujo.

Con figuras geométricas, puede pedirse a los alumnos que armen una forma cualquiera. Luego, deberán reproducir en una hoja lo construido, en tamaño reducido y enviarlo a otro grupo para que, con el mismo material, lo reproduzca.

7. Situaciones de sellados[28]

Con trozos de papa, corcho, telgopor, etcétera, se pueden hacer formas, como por ejemplo, cilindros, cubos, pirámides, prismas, conos, etcétera. Cada alumno elige una forma y trata de conseguir la mayor cantidad posible de figuras diferentes, mediante el sellado con témpera de las caras de ese cuerpo.

A partir de esta actividad, los alumnos pueden empezar a distinguir, no sólo las diferen-cias entre un cuerpo (tridimensional) y una figura (bidimensional), sino la posibilidad de encontrar diferencias y semejanzas entre las caras de un mismo sólido. Conviene que cada chico realice esta actividad con cada uno de los sólidos que se dispone de modo que, finalizada la tarea (que llevará por supuesto varios días), se pueda hacer un intercambio entre todos, para analizar y comparar lo hecho. Para que esto sea posible, tendrán que registrar de alguna manera a qué cuerpo corresponde cada uno de los sellados.

Algunas preguntas posibles para favorecer el análisis colectivo serían: ¿con cuál se pue-de obtener este sello?, ¿Por qué? ¿Qué cuerpo tiene una cara redonda (circular)? ¿Qué cuerpo tiene una cara con forma de triángulo?

[28] Se sugiere la lectura de Castro, Adriana, capítulo 6, “Actividades de exploración con cuer-pos geométricos. Análisis de una propuesta de trabajo para la sala de cinco” en Malajovich, Ana (comp.), *Recorridos didácticos en la educación inicial*. Buenos Aires, Paidós, 2000.

Posteriormente, la maestra coloca sobre una mesa los mismos cuerpos utilizados anteriormente y le da a cada chico o pequeño grupo una figura hecha en cartulina. Los chicos deberán anticipar a la cara de qué cuerpo corresponde esa figura, y luego ir a buscar al lugar donde la maestra los apoyó, el cuerpo geométrico que creen necesario para reproducir con el sellado la figura que tienen como modelo. Seguramente, los chicos realizarán varios ensayos hasta encontrar el cuerpo más adecuado.

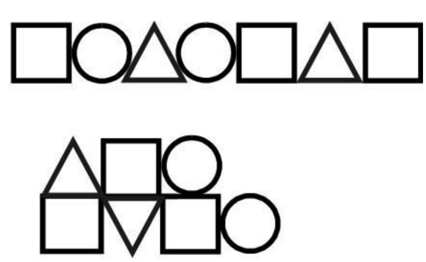
En otro momento, se les puede plantear que realicen la misma actividad pero reproducien-do una figura diferente a la que ya hicieron y así hasta agotar todas las posibilidades.

Una vez analizadas y comparadas las producciones, se les pedirá que encuentren otro cuerpo cuya cara tenga la misma forma que el utilizado en un sellado anterior. Esto permite que los chicos descubran que cuerpos muy diferentes como el cubo, la pirámide y el prisma, tienen alguna o todas las caras similares (un rectángulo o cuadrado).

8. Construcción y reproducción de guardas

Se les pedirá a los alumnos que después de haber explorado diferentes modelos de guardas inventen y confeccionen guardas con círculos, triángulos, cuadrados y rectángulos de diferente tamaño hechos en cartulina u otro material.

El maestro muestra el dibujo de dos guardas diferentes realizadas con las mismas figuras geométricas, por ejemplo:



Luego podrá preguntar: ¿qué hay que hacer con la primera guarda para que quede igual a la segunda?

Se les puede pedir que reproduzcan diferentes guardas hechas originalmente con las piezas de cartulina, copiándolas por medio del dibujo y, a la inversa, a partir de un dibujo construir la misma guarda utilizando las figuras en cartulina.

Otra posibilidad es que dos alumnos dispongan de una guarda y deban dictarle a otros dos –que disponen de las figuras en cartulina, y no pueden ver el modelo que tienen sus compañeros– para que la reproduzcan. Luego, se confrontarán ambas guardas y se analizarán las diferencias entre ambas, si es que existieran.

9. Dictado de figuras

Con figuras geométricas variadas de diferentes tamaños, se podrá solicitar a cada pe-queño grupo que construya algo (en general construyen trenes, árboles, casitas, etc.). Luego tendrán que dictarle al grupo con el que interactúan –que dispone de las mismas formas geométricas– las informaciones necesarias para que la reproduzcan.

Esta situación permite poner en juego tanto los conocimientos relacionados a las formas geométricas, –sus características, vocabulario– como también los conocimientos referidos a las ubicaciones espaciales, “arriba de”; “a la derecha de”; etcétera.

Cabe recordar la necesidad de que el material a utilizarse sea lo suficientemente diverso para que los alumnos no dicten: “poné la verde arriba de la azul” o, “la de cartulina está al lado de la de telgopor”; etcétera, y de esa manera se pierdan gran parte de los contenidos de enseñanza.

4. La enseñanza de la medida en el Nivel Inicial

En el jardín de infantes es frecuente escuchar de los niños expresiones como, por ejemplo: “Yo pateé más lejos”; “mi torre es más alta”; “esta caja pesa como mil kilos”; etc. Estas verbalizaciones ponen de manifiesto que los niños disponen de un incipiente vocabulario ligado a las mediciones y ciertos conocimientos vinculados a las mismas.

El uso cotidiano que los adultos hacemos (aún sin darnos cuenta) del vocabulario específico es una de las razones por las cuales los niños comienzan a incorporar conocimientos relativos a las medidas. Por ejemplo, muchas veces se dice en la sala: “falta media hora para tomar la merienda”; “la semana que viene vamos de paseo a la plaza”; etc. También, fuera del contexto escolar, participan de prácticas en las que escuchan: “déme medio kilo de pan”; “compramos la gaseosa de dos litros”; etcétera.

La enseñanza de estos contenidos en el Jardín tiene como principal objetivo que los niños puedan acercarse a las prácticas sociales de la medida y vincular esos conocimientos incipientes con un quehacer matemático, descubriendo para ello los diferentes con-textos en los que la medida es una herramienta para resolver situaciones. Se propone entonces, iniciarlos en la búsqueda de resoluciones a problemas que involucran esta práctica social.

¿Qué significa medir? La acción de medir supone la repetición de una unidad de medida, es decir, una subdivisión expresada en función de cierta unidad de medida, que es repetida sobre la totalidad de la extensión de la magnitud que se esté considerando, ya sea una longitud, el tiempo, etcétera. Esta repetición debe ser tal que el intervalo a medir quede cubierto por la unidad de medida de manera que no haya huecos ni superposiciones.

Asimismo, uno de los rasgos distintivos del proceso de medir, es que se pueden utilizar diferentes unidades para medir una misma cantidad. Por lo tanto, otra de las cuestio-nes vinculadas con la medición, es la comprensión de la relación entre el tamaño de la unidad y el número necesario de repeticiones de la misma para medir una cantidad dada; cuanto menor sea la unidad de medida tantas más veces será necesario repetirla: es decir, tanto mayor será el número que indique su medida.

Por otra parte, el acto de medir requiere comprender la invariancia de los elementos a ser mensurados en relación con el modo en que se haga. Por ejemplo, la longitud de un pasillo sigue siendo la misma independientemente de la dirección en la que uno lo recorra, ya sea caminando, corriendo o dando saltos. También sigue siendo la misma si se mide en metros, pasos, palos de una escoba, etcétera.

Estas características se podrían resumir diciendo que *medir es comparar*.

Dependiendo de la magnitud a medir y de la necesidad de una mayor precisión, la com-paración puede ser directa o requerir de algún intermediario, esto es, un instrumento de medición. Como ejemplo del primer caso, si se necesita estimar si el papel que se dispone es suficiente para envolver una caja, se puede comparar por superposición y de este modo, resolver el problema.

En cambio, en el segundo caso, si el problema fuera reemplazar el vidrio de una ventana, un procedimiento eficiente consistiría en utilizar una cinta métrica. Este instrumento, funcionando como intermediario, permite trasladar las dimensiones de un objeto a otro, de la ventana al vidrio a cortar.

En el Nivel Inicial, se pueden plantear algunas situaciones en las que los instrumentos involucren unidades de medida no convencionales (tiras de papel, varillas, etc.), así como otras en las que será necesario enfrentar a los alumnos con la necesidad de medir con unidades convencionales.

Por ejemplo, si se le muestra a un pequeño grupo de niños una torre construida con bloques y se les pide que construyan otra de la misma altura a una cierta distancia del modelo, sobre una base que se encuentra a diferente nivel (por ejemplo, sobre un soporte de 10 cm de altura), se plantea una situación en la que hay que recurrir a algún intermediario para poder resolver el problema, ya que la comparación directa no es posible por tener, ambas torres, alturas distintas en relación con el piso.

Dependerá de los conocimientos de los niños y de la intencionalidad del maestro el que ese intermediario sea una varilla que mide lo mismo que la torre modelo, una varilla que supere la longitud de la torre modelo, una tira de papel de longitud menor a la torre o un metro convencional.

En el caso de utilizar la varilla de igual longitud, el problema se resuelve por comparación directa. Si la varilla fuera de mayor longitud que la torre, la situación sería casi similar ya que, marcando la altura de la torre sobre la varilla, pueden proceder del mismo modo. Si se utilizara la tira de papel, el resultado de la medición sería un valor numérico pro-ducto de la repetición de esa unidad de medida. Si se utilizara el metro, el resultado de la medición sería posible por la interpretación de un valor numérico expresado dentro de una sucesión ordenada de números.

La diversidad de instrumentos a disposición debe estar orientada a que los niños puedan tomar decisiones acerca de la conveniencia de utilizar uno u otro instrumento, siempre en función de lo que hay que medir. ¿Qué es más conveniente utilizar para medir el patio de la escuela? ¿Una tira de papel (20 cm)? ¿Un metro de madera? ¿Una cinta métrica (10 m) ¿En qué se parecen y en qué se diferencian las balanzas que usan los pediatras para pesar bebes, de las que usan los verduleros, las personas grandes para pesarse, las que pesan camiones, las que usan los farmacéuticos para preparar remedios, etcétera? ¿Qué pasaría si no existieran todos esos tipos de balanzas?

Lo que se intenta transmitir es que todo acto de medición está siempre inmerso en una situación que requiere analizar la conveniencia de utilizar uno u otro instrumento. Si bien no se espera que los alumnos de Jardín reconozcan todos los instrumentos convencionales con todas las unidades de medida que involucran, sí se espera que puedan reconocer en esas prácticas sociales algunos de los conocimientos propuestos:

> Se espera que los alumnos del jardín puedan acceder a una mayor posibilidad de resolver problemas de medida que en su entorno familiar, que accedan a la utilidad de

medir, adecuando las acciones al problema en cuestión. La anticipación de estas accio-nes, el análisis de su pertinencia y la toma de decisiones adaptadas a la situación son los aprendizajes buscados.[29]

Las mediciones y el uso social de la medida

¿Qué enseñar en relación con las mediciones y las medidas? La humanidad, frente a la necesidad de cuantificación de un todo homogéneo, una cantidad continua, ha ido estableciendo, históricamente, distintas unidades de medida creando diferentes instru-mentos de medición según los problemas que se le presentaron. Propiciar situaciones en las que sea necesario medir, coloca a los niños frente a la posibilidad de utilizar unidades de medida pertinentes y reconocer los instrumentos que se usan en las situa-ciones sociales.

Si bien la totalidad de relaciones involucradas en la medición convencional (unidades convencionales, equivalencias, etc.) está lejos de las posibilidades de comprensión de los niños en esta etapa, se los puede iniciar en problemas que involucren la práctica de la medida mediante situaciones ligadas a la comparación de magnitudes.

Dicha comparación puede ser: directa, entre aquellos objetos portadores de la magnitud que se considera, por ejemplo, comparar la longitud de dos lápices; o indirecta, por medio de una unidad elegida, que puede ser convencional o no.

Para iniciar a los niños en los procesos sociales de la medición, se deben brindar oportuni-dades para que puedan vincular aquellos conocimientos que construyeron en el entorno cotidiano con los contenidos de enseñanza y, de ese modo, ampliarlos y cargarlos de sentido. Habrá que plantear problemas que “[...] permitan comenzar a relativizar algunas certezas que los niños pequeños tienen en cuanto a las magnitudes. Los niños pequeños usan con solvencia y en forma indistinta medidas relativas a si mismos, a su tamaño, a lo que ellos creen que es “grande o chico”.[30]

Se trata entonces de favorecer el pasaje de un pensamiento dicotómico (chico-grande;

[29] A. Castro, mimeo, 2000.
[30] A. Castro, ibídem.

mucho-poco; largo-corto; etc.) a uno más vinculado a la relatividad de las magnitudes. Es decir, pensar en situaciones que permitan establecer relaciones del tipo:

- "Joaquín es mas alto que yo pero más bajo que Sebastián";
- "la biblioteca es más larga que la pared donde hay que ponerla, así que no entra";
- "el tiempo que tardamos en dar la vuelta al patio es mayor que el que tardamos en recorrer la sala";
- "la masa para el pan es más pesada que la pasta para hacer bombones".

Estas relaciones pueden ser promovidas tanto a partir de situaciones especialmente diseñadas para ese fin, como utilizando situaciones cotidianas de las salas en las que las mediciones son necesarias.

Por ejemplo, en pequeños grupos, si tienen que decidir en qué turnos van a empezar a jugar –juegos en el patio, en las mesas, etc.– se les puede ofrecer que utilicen palitos o tiras de papel de diferentes longitudes como instrumentos para determinar dicho orden. Uno de ellos toma las tiras en la mano de manera que todos los extremos superiores queden igualados, y cada compañero extrae uno. El que saca la tira más larga es el primero en jugar, el segundo será el que saque la tira un poco más corta que el primero, y así sucesivamente. Para decidir los turnos, los alumnos tendrán que comparar las longitudes de todas las tiras y establecer las relaciones: "más larga que, pero más corta que"; etcétera.

Otro momento propicio en el que el maestro puede, desde su intencionalidad, incluir estos contenidos, es cuando los chicos juegan a juegos de puntería (bolos, por ejemplo). Sería interesante que plantee a sus alumnos las condiciones necesarias para poder jugar. Una de estas condiciones es que todos respeten la misma distancia desde donde arrojar la pelota. De este modo, estará poniendo a consideración de sus alumnos el problema de establecer una distancia. Para ello, algunos propondrán contar con pasos y marcar una línea en el piso, otros dirán que es mejor usar el centímetro, o quizás, sugieran utilizar alguna referencia como una silla o mueble, etcétera. Si, a posteriori, el maestro pide la búsqueda de consenso entre todas las opciones propuestas, se generará una instancia de comparación y discusión acerca de los diferentes procedimientos.

Otras situaciones posibles para desarrollar en el patio son las "carreras de autitos". Se detallan a continuación las características generales de este juego.

Materiales

- Para la elaboración de las pistas, se podrán utilizar diferentes elementos: trazar con tiza las líneas; pegar papeles en el piso. colocar cintas o hilo delimitando los contornos, etc.
- Autitos, de acuerdo con la cantidad de participantes.
- Lápiz y papel.

Organización de la clase: en pequeños grupos.

Primer momento

Se trata de que los alumnos diseñen las pistas por las cuales harán correr a los autitos en el juego. Deberán cuidar que los trayectos para cada autito sean de la misma longitud. El maestro pide entonces a los integrantes de cada pequeño grupo que "diseñen" las pistas por las que van a correr los autos. Para esto, los niños tendrán que dibujar el recorrido en el papel y usarlo luego en el patio como "plano" para construir la pista utilizando el material que el maestro haya decidido.

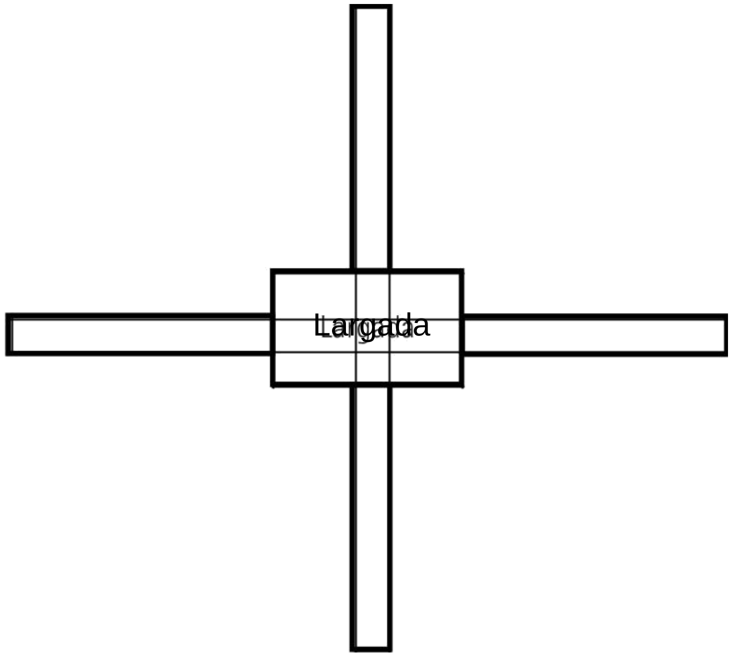
Seguramente, surgirán varias cuestiones que habrá que acordar antes de que los niños comiencen a jugar. Por ejemplo, determinar la "largada" y la "llegada"; qué hacer en el caso de que algún auto se salga de la pista (pierde un turno; lo reubica en el lugar desde donde tiró, etcétera).[31]

En esta primera instancia, el juego se desarrolla sobre un mismo recorrido, por lo que la determinación de las distancias entre los autos se dará por comparación directa.

Segundo momento

Con la intención de generar la necesidad de utilizar algún intermediario para poder establecer quién salió segundo, tercero, etc., se propone utilizar la siguiente posibilidad de diseño de recorrido:

[31] Se les puede dejar a disposición una soga o hilo como intermediario para sus mediciones por si dibujasen trayectos curvos.



En esta pista, para cuatro jugadores, se disponen los autitos en el centro y, cada uno, corre sobre uno de los trayectos. Al estar dispuestas en forma radial, la comparación directa de las pistas ya no es posible y se requiere de algún intermediario para establecer –una vez que alguno de los participantes haya ganado–, quién logró el segundo puesto porque llegó más lejos, quién el tercero, etcétera.

En función de la longitud de las pistas, puede ser adecuada la utilización de diferentes recursos. Esta sería una buena ocasión para que el maestro ofrezca unidades de medidas de diferente longitud –convencionales y no convencionales– y solicite a los alumnos que opinen acerca de la conveniencia de utilizar alguna de ellas, para acordar luego cuál de todas sería la más pertinente.

De manera similar, se podría hacer un concurso de saltos en largo pero cada uno parado en lugares diferentes de largada –marcados en el piso– de manera tal que los puntos de llegada no puedan ser comparados de manera directa. Se marcarán los puntos de llegada y se deberá determinar el ganador y el orden en el cual salió el resto de los participantes. Del mismo modo que para la situación anterior, la decisión acerca de los instrumentos de medida a utilizar es parte central del problema. Para ello, el docente pondrá a disposición de los alumnos diversos instrumentos.

Situaciones vinculadas a la medición del tiempo

Los calendarios son un buen recurso para trabajar la organización del tiempo en días, semanas, meses. Sería interesante que los alumnos puedan disponer de una copia del calendario que corresponda al mes en curso entregándoselas cuando se inicia ese mes. Por ejemplo:

Abril						
Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado

Sobre el mismo podrían:

- completar los números de los días que correspondan a ese mes, apoyándose para esto en el calendario expuesto en el aula. En esta actividad, es importante tratar de que consulten el calendario solamente para saber a qué día de la semana corresponde el número uno del mes en cuestión. Si se les diera el modelo para completar todos los números, se transformaría en un copiado de números y, por lo tanto, no habría ninguna anticipación respecto de la escritura de los números;[32]
- señalar los días en los que cumple años algún compañero, la maestra, algún fa-miliar, etcétera;
- señalar el día en el que se ha decidido hacer algún evento especial: fiesta patria; salida; festejo; visita de alguna persona perteneciente al Jardín o ajena al mismo; realización de un taller de cocina; verificación del crecimiento de una semilla; etcétera.

[32] Se recomienda la lectura de *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial (4ª parte*). La Plata, DGCyE, 2005.

Todas estas informaciones tendrán que ser utilizadas para que los niños puedan descubrir el sentido de esta herramienta. La consulta diaria por parte de los niños para verificar que “hoy tenemos que saludar a alguien porque es su cumpleaños”; o “tenemos que acordarnos de traer mañana la autorización para poder ir de paseo”; o “faltan seis días para que venga mi abuelo a contarnos un cuento”; irá progresivamente mostrando el uso social de la organización del tiempo.

También los calendarios pueden utilizarse para que los alumnos establezcan otro tipo de relaciones. Por ejemplo, sobre el mismo calendario del mes se podrá:

- marcar todos los días en los que no habrá clases, diferenciando los sábados y domingos de aquellas fechas especiales como feriados por fiestas patrias o alguna otra conmemoración. A medida que transcurran los meses, se podrán establecer comparaciones acerca del mes en el que hubo menos o más días de clases, etcétera;
- propiciar la formulación de preguntas del tipo: ¿cuántos días hay entre un lunes y un viernes, ¿y entre el viernes y el lunes? ¿Cúantos hay entre un lunes y el lunes siguiente? ¿Esto es siempre igual o varía de mes en mes? ¿Qué día será dentro de siete días?

Sobre calendarios completos, se podrá pedir a los niños que averigüen si todos los meses tienen la misma cantidad de días y de semanas. También, es importante generar reflexiones en torno a que el hecho de que un mes tenga más o menos días que otro no altera la regularidad de domingo a sábado a pesar de que puedan “empezar” en días de la semana diferentes.

Otras situaciones vinculadas a la medición del tiempo

Si en la sala hubiera un reloj, se puede utilizar para que los niños comiencen a descubrir su funcionamiento. Si bien no se espera que los niños de Jardín puedan “leer” un reloj, esto no significa que no puedan plantearse situaciones en las que su uso sea necesario. Por ejemplo:

- “Dentro de cinco minutos, es decir, cuando esta aguja esté en el número tres, vamos a salir al patio, así que por favor empiecen a guardar”.
- “Hay que dejar descansar la masa para el pan media hora. La aguja grande va a estar en el número seis, estén atentos para avisarme así podemos empezar a amasar”.

Otras situaciones permiten utilizar medidas no convencionales para mensurar el paso del tiempo. Por ejemplo, si se organizan competencias de carreras sobre un mismo trayecto, una manera de medir quién necesitó más o menos tiempo para recorrerlo es contando. A partir del momento en que un competidor comienza a correr, sus compañeros cuentan hasta que termine el recorrido. Será necesario que registren para cada participante, hasta qué número contaron con lo cual, la numeración escrita aparece en un nuevo contexto de utilización, posibilitando determinar quién tardó menos tiempo, quién salió segundo, quién tercero, etcétera. Registrar esa información, requiere del control de dos variables: por un lado, anotar el nombre del participante y, por otro, el último número enunciado en el recitado que le corresponde. No todos los niños disponen de esas posibilidades, justamente por esto resulta una situación interesante para plantear.

En relación con la organización de los datos,[33] es posible que los primeros registros no sean eficientes, es decir, no transmitan toda la información necesaria ya sea por que no incluyen el nombre del competidor o porque no pudieron registrar de manera diferenciada el número que le corresponde a cada uno. Si el maestro interviene reinstalando el problema –llevándolos a reflexionar acerca de si pudieron saber cuánto tiempo tardó cada uno, cómo podrían hacer para que se entienda, qué habría que hacer para que la próxima vez que jueguen puedan saber, etc.– en las sucesivas veces que se realice este u otros juegos esos procedimientos evolucionarán.

Con respecto a la dificultad para poder escribir el número al que llegaron contando, habrá que prever que los alumnos tengan a su disposición algún portador numérico (centímetro de costura, páginas de un libro, el listado de canales del Cable, etc.). Así, si tienen que registrar el número 35 y no saben cómo se escribe, algunos podrán contar desde el 1, señalando uno a uno los números mientras van contando, hasta que coincida la palabra treinta y cinco con el numeral y, de este modo, sabrán que se escribe con el 3 y el 5. Otros, podrán utilizar la información que les da la numeración hablada y sabrán que es de los “treinti”, buscarán el nudo (30) o podrá informárselos el docente y seguirán contando a partir de allí: "treinta y uno, treinta y dos", mientras señalan los números hasta llegar al 35, etcétera.[34]

[33] Se sugiere la lectura de la situación “Los dados de colores” en *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial (4ª parte)*. La Plata, DGCyE, 2004.
[34] Ibídem.

Para promover reflexiones acerca de variados recursos para medir el tiempo, en la medida de las posibilidades de cada institución, habría que tratar de conseguir la mayor diversidad de relojes posible: de arena, solares, digitales, analógicos, Cucú, de cadena, despertadores, antiguos, modernos, etc., para que los niños analicen en qué se parecen y en qué se diferencian y cuáles podrían ser los usos que cada uno de ellos tiene.

Situaciones destinadas a la medición de pesos y capacidades

La preparación de diferentes alimentos puede ser una situación propicia para trabajar los contenidos referidos a la medición de pesos y capacidades. Es una práctica habitual en las distintas secciones preparar bombones, rellenar galletitas con dulce, diluir jugos concentrados en agua o hacer ensalada de frutas. La pregunta es, ¿qué sentido didáctico tienen esas prácticas? Es decir, ¿qué contenidos se pueden trabajar en estas propuestas? Si a esas mismas actividades se las presenta como un problema a resolver, los niños podrán tomar contacto con contenidos de enseñanza referidos a la matemática.

Sería interesante que el maestro escriba recetas con las informaciones necesarias para preparar alimentos, diferenciando el listado de ingredientes de las instrucciones para su preparación. Por ejemplo:

Ensalada de frutas
Ingredientes
400 g de manzanas
500 g de bananas
250 g de naranjas
250 g de mandarinas
200 g de azúcar
300 cm^3 de jugo de naranjas

Preparación
Pelar las frutas y cortarlas en pequeños trozos. Colocarlos en un recipiente, agregar el azúcar y mezclar bien. Agregar el jugo de naranjas y servir.

El primer problema que se puede plantear a los alumnos luego de que la maestra lea la receta es cómo hacer para “medir” cada uno de los ingredientes necesarios. Esta tarea puede realizarse por medio de distintos intermediarios:

- balanza;
- medidores de plástico de volumen y capacidad;
- tazas que equivalgan a 200 g (o 200 cm^3) por ejemplo.

Si se dispone de todos esos recursos, los alumnos, organizados en pequeños grupos, podrán decidir cuál de ellos utilizar. Si bien las cifras involucradas seguramente no podrán ser "leídas" por los niños, sí podrán comparar los números escritos en la receta con los números que figuran en la balanza o el medidor, y establecer si son iguales o no.

Una cuestión importante es decidir cómo organizar la sala para que todos los alumnos puedan participar activamente de los problemas que plantea la situación. Si la ensalada fuera preparada por todo el grupo, seguramente sólo algunos alumnos podrán tomar contacto con la situación, decidir qué instrumento utilizar, medir, discutir acerca de cómo hacer para saber cuál es el número que figura en la receta. En cambio, si la sala se organiza en pequeños grupos y a cada uno de ellos se le pide que se haga cargo de preparar una de las frutas, las posibilidades de participar se incrementan y en conse-cuencia la situación adquiere mayor sentido didáctico.

Los intercambios posteriores entre los diferentes grupos acerca de qué dificultades tuvieron durante la preparación, cómo hicieron para medir, por qué eligieron usar ese instrumento y no otro, etcétera, favorecerán la toma de conciencia de las relaciones que el maestro decidió trabajar.

Anexo 1

El desarrollo histórico de la Geometría

La Geometría se vinculó inicialmente a la búsqueda de respuestas a preguntas relativas al espacio físico, desprendiéndose paulatinamente de este último. Por otra parte, los conocimientos geométricos, aun cuando responden a problemas espaciales, constituyen conceptualizaciones.

La Geometría, como conjunto de saberes de referencia, forma parte de la ciencia desde tres aspectos: como ciencia de las situaciones espaciales, en su vinculación con otros dominios del conocimiento, como lenguaje y modo de representación (Bkouche, 1991).

Este mismo autor señala que se constituyó históricamente alrededor de dos grandes problemáticas: la medida de las magnitudes geométricas (longitudes, superficies, volú-menes) y la representación plana de las situaciones espaciales.

Los problemas descriptos en los papiros egipcios y en las tablas de arcilla de los babilonios muestran que empleaban reglas geométricas para calcular superficies de terrenos, estimar la producción agrícola por parcela, los volúmenes de estructuras y la cantidad de ladrillos o piedras que necesitaban para levantar un templo o una pirámide. También, aplicaron las matemáticas a la astronomía para confeccionar un calendario y navegar. Las posiciones de los astros permitieron que los barcos establecieran su ubicación y las caravanas su ruta al cruzar los desiertos. Los desarrollos geométricos de egipcios y babilonios ejemplifican la afirmación de Bkouche referente a esas dos problemáticas.

Estos antiguos pueblos no utilizaron el razonamiento deductivo para establecer la validez de métodos y resultados, sólo les alcanzó la experiencia para determinar su legitimidad. En cambio, los griegos, a partir de Euclides (siglo III ac), convirtieron estos conocimientos prácticos de los egipcios y los babilonios en una estructura vasta, siste-mática y enteramente deductiva.

Es evidente la relación de las figuras elementales de la geometría euclidiana con las formas en el mundo material. Las figuras comunes de la geometría, lo mismo que las relaciones simples, como la perpendicularidad, el paralelismo, la congruencia y la seme-janza provienen de problemas formulados a propósito de la experiencia en el espacio real. Los árboles crecen perpendicularmente al suelo, y las paredes de una casa se construyen verticales para que tengan estabilidad máxima. Los modelos de objetos reales suelen ser semejantes al objeto representado, en especial cuando el modelo se va a utilizar como guía para construir el objeto.

La geometría como ciencia, y en realidad toda la matemática, fue fundada por los grie-gos del período clásico. Estos parten de reconocer que hay conceptos o ideas abstractas como las de punto, línea, triángulos, etc., que son distintas de los objetos físicos; luego, enuncian los axiomas que contienen conocimientos que el hombre obtiene sobre estas abstracciones y, finalmente, demuestran deductivamente otras nociones a partir de esos conceptos.

En otros términos, los griegos transforman el bagaje de conocimientos utilitarios que recibieron en el sistema que mencionamos. Dentro de esta perspectiva, las nociones de la matemática que consideraban fundamentales –número y figura– se conciben como puramente abstractas. Son ideas de naturaleza puramente racional: el triángulo, el cuadrado o el círculo sólo existen en el pensamiento.

La geometría siguió siendo la base de todo razonamiento matemático hasta el siglo XVII, época en que las necesidades de la ciencia pusieron en primer plano el número y el álgebra, hasta ese momento sólo considerados como conocimientos prácticos.

Por otro lado, los pintores de los siglos XIV, XV y XVI fueron los arquitectos e ingenieros de sus épocas, así como también escultores, inventores, orfebres; construyeron, también, iglesias, puentes, fortalezas, murallas y máquinas de guerra. En vista de esta multiplici-dad de tareas, contribuyeron al avance del conocimiento de la época. Los pintores del

Renacimiento asimilaron conocimientos de los griegos a partir del redescubrimiento de sus obras en Europa. Entre ellos, se destacó Giotto (1266-1337) que pintó con el propósito definido de reproducir percepciones visuales y relaciones espaciales. Esta es la causa de que sus pinturas tiendan a producir el efecto de fotografías.

Los pintores renacentistas del siglo XIV realizaron crecientes esfuerzos por hacer representaciones realistas. Recién en el siglo XV dieron un paso más en esa dirección y, tratando de describir lo que veían en la naturaleza de la manera más realista que pudieran, crearon y perfeccionaron un sistema de perspectiva matemática, completamente nuevo, que les permitió inscribir la realidad en sus telas como quería Leonardo da Vinci. Fue un esfuerzo de muchos hombres que finalmente se sistematizó en la norma y guía de la pintura, que ha sido aplicado desde el Renacimiento por todos los artistas que tratan de representar con exactitud la naturaleza, y hoy se sigue enseñando en las escuelas de arte.

Para aproximarse a esas ideas hay que imaginar que se trazan líneas desde el ojo de una persona hasta varios puntos de un objeto. Este conjunto de líneas será la proyección. Hay que imaginar ahora que entre el ojo y el objeto interponemos un vidrio (como cuando se mira por medio de una ventana). Las líneas de proyección atravesarán el vidrio y al atravesarlo determinan una figura que se llama la sección. Lo que descubrieron los pintores renacentistas (Leonardo, Durero) es que esta sección produce en el ojo humano la misma impresión que el objeto mismo. Por consiguiente, esta sección plana (que se puede imaginar sobre el vidrio) es la que el artista debe reproducir en el lienzo para crear en el ojo la impresión correcta.

Estas perspectivas relacionadas con proyecciones y secciones son la base de la Geometría Proyectiva, que dará respuesta a las preguntas que se hicieron tanto los pintores como los matemáticos profesionales. Una de esas preguntas fue, ¿qué propiedades geomé-tricas tienen en común una figura (objeto) y la sección de ella (sobre el vidrio)? Cada pregunta genera tanto respuestas como nuevas preguntas y en ese andar se configuró esta nueva geometría.

Descartes y Fermat, en el siglo XVII, enfocaron la geometría desde una nueva perspectiva. Aplicaron el método algebraico –representar y analizar curvas– para resolver los problemas de la época relacionados con la navegación, la trayectoria de los rayos de luz, la trayectoria de proyectiles (balas y granadas), etc. Las formas de los objetos físicos se modelizan mediante curvas y superficies. Dieron lugar así al nacimiento de la

Geometría Analítica que se ocupa de la representación de figuras geométricas mediante ecuaciones.

En conclusión, asistimos a un desarrollo de la geometría que, partiendo de la modelización del espacio físico, sistematizada a partir del trabajo de Euclides, se desprende progresivamente de ese espacio físico dando lugar a otras geometrías. La demostración de la existencia de otras geometrías posibles puso de manifiesto que esta disciplina –como todo el edificio matemático– es una creación arbitraria de los seres humanos. No constituyen verdades absolutas, sino derivadas a partir de una serie de afirmaciones consideradas verdaderas pero que, en lugar de ellas, bien podrían haber sido otras. Es decir, son certezas relativas a los enunciados de los cuales se parte.

Klein, en el año 1872, unifica las diferentes geometrías desarrolladas hasta ese momento por medio de las estructuras del álgebra. Al realizar la síntesis mencionada, elimina las situaciones espaciales como propias del discurso geométrico. Bkouche remarca que se llega a este tratamiento algebraico de la geometría después de un largo proceso de elaboraciones y reelaboraciones que llevaron siglos, construcción a posteriori no sólo desde el punto de vista cronológico, sino también desde su comprensión. Este último señalamiento es el que interesa en particular desde la perspectiva de la enseñanza.

Anexo 2

Didáctica de la matemática: su origen y objeto de estudio

Los primeros desarrollos de la perspectiva en didáctica de la matemática surgieron en Francia, a mediados de la década del 70, a partir de los trabajos de Guy Brousseau y Gérard Vergnaud. Son muchos los autores que han contribuido –y lo siguen haciendo– al desarrollo de esta disciplina.

La intención inicial consistía en delimitar un campo de estudio específico que se ocupara de los fenómenos ligados a la comunicación de los saberes matemáticos. Se trataba de considerar a la enseñanza de la matemática como un fenómeno a abordar de manera científica. También, como un objeto de estudio específico, es decir, que requiriese de un cuerpo teórico propio que lo explicara.

Esto es así porque por entonces la enseñanza de la matemática se derivaba directamente de otras disciplinas tales como, la matemática, la didáctica general o la psicología. Se encuentran referencias en relación con a este modo de plantear las relaciones entre la didáctica de las matemáticas y las otras disciplinas en los siguientes textos incluidos en la bibliografía: Brun (2001); Lerner (2001) y Quaranta (1999).

Considerar que la especificidad de su contenido y su intencionalidad didáctica era relevante, fue verdaderamente una ruptura en el modo de concebir el estudio de los fenómenos de la enseñanza. Fue necesario defender muy fuertemente la idea de que ni la matemática ni la psicología del desarrollo, por sí solas, podían ofrecer orientaciones para la enseñanza. Tampoco podían hacerlo combinadas con la didáctica general. La didáctica de la matemática nace entonces desde este proyecto de constituir una disciplina científica que estudiara las condiciones vinculadas con la transmisión de los saberes matemáticos: "Es necesario [...] estudiar las condiciones de los procesos de formación de los conocimientos en los alumnos (manifestados por los comportamientos a los que se apunta), en particular las que pueden ser controladas o realizadas por el docente (estrategias del docente)" (Perrin-Glorian, 1994).

Bibliografía

Berthelot, R. y Salin, M. H. (1994) "La enseñanza de la geometría en la escuela primaria". Laboratorio de Didáctica de las Ciencias y Técnicas. Universidad Bordeaux I-IUFM de Aquitania. Francia. Traducido y reproducido en PTFD Selección bibliográfica III .

Enseñanza de la Matemática. Tema: Geometría. Dirección Nacional de Gestión de Programas y Proyectos. Programa de Formación y Capacitación Docente. Ministerio de Cultura y Educación. (1995).

Bkouche, Rudolph, "Enseigner la géometrie, pourquoi?", en Bkouche, Rudolph; Charlot, Bernard y Rouche, Nicolas, *Faire des mathématiques: le plaisir du sens*. Paris, Armand Colin, 1991.

Broitman, Claudia, "Reflexiones en torno a la enseñanza del espacio", en *0 a 5. La educación en los primeros años*. Buenos Aires, Novedades Educativas, N° 22, 2000.

Broitman, Claudia e Itzcovich, Horacio, "Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza", en Panizza, Mabel (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

Brun, J., *Evolución de las relaciones entre la psicología del desarrollo cognitivo y la didáctica de las matemáticas* (trad: Patricia Fautario y María Emilia Quaranta). Buenos Aires, Novedades Educativas, 2001. (Original en francés: 1994).

Castro, Adriana, "Actividades de exploración con cuerpos geométricos. Análisis de una propuesta de trabajo para la sala de cinco", en Malajovich, Ana (comp.), *Recorridos didácticos en el nivel inicial*. Buenos Aires, Paidós, 2000.

Chemello, Graciela, "Las nociones espaciales y geométricas resuelven problemas", en *Guía reflexiva de actividades para el aprendizaje de la matemática en la educación inicial*. Montevideo, MECAEP, 1997.

Gálvez, Grecia, "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental", en Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comp.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Paidós, 1994.

DGCyE, *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial –1ª parte–*. La Plata, DGCyE, 2003.

DGCyE, *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial –4ª parte–*. La Plata, DGCyE, 2004.

DGCyE, *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en EGB*. Dirección de Educación Primaria. La Plata, DGCyE, 2001.

Lerner, Delia, “Didáctica y Psicología una perspectiva epistemológica”, en Castorina, José Antonio (comp), *Desarrollos y problemas en Psicología Genética*. Buenos Aires, Eudeba, 2001.

– – –, Propuesta preliminar para el segundo ciclo del nivel inicial. Área de Matemática, documento aportado para la elaboración del Diseño Curricular para el Nivel Inicial de la República de Bolivia, mimeo, 2000.

Moreno, Beatriz Ressia de, “La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y primer año de la EGB”, en Panizza, Mabel (comp.), *Enseñar matemá-tica en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB. Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

– – –, Geometría: contenidos para el primer ciclo de la EGB, Actualización en CBC: Matemática, Dirección de Formación Docente Continua, Secretaría de Educación y Cultura, Municipalidad de Buenos Aires, 1997.

Parra, Cecilia y Saiz, Irma, *Hacer Matemática 1, 2 y 3. Primer ciclo EGB*. Libro para el docente. Buenos Aires, Estrada, 1999.

Quaranta, M. Emilia, “¿Qué entendemos por ‘hacer matemática’ en el Nivel Inicial?”, en *0 a 5. La educación en los primeros años*. Vol 1, N° 2. Buenos Aires, Novedades Educativas, 1999.

Quaranta, M. Emilia y Wolman, Irma Susana, “Discusiones en las clases de matemáticas: qué, para qué y cómo se discute”, en Panizza, Mabel (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB. Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

Sadovsky, Patricia; Parra, Cecilia, Itzcovich, Horacio y Broitman, Claudia, *La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*, Documento de trabajo N° 5. Matemática, Dirección de Currícula, Secretaría de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 1998.

Saiz, Irma, *Matemática en preescolar. Un tema de geometría*, NIM. Nuevas ideas ma-temáticas, N° 3. Corrientes, 1987.

Saiz, Irma, “La ubicación espacial en los primeros años de escolaridad”, en Educación Matemática, Vol. 10, N° 2. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 1998.

Saiz, Irma Elena, “La derecha... ¿de quién? Ubicación espacial en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB”, en Panizza, Mabel (comp.) *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

Salin, Marie Hélène y Berthelot, Réné, “Phénomènes liés à l´insertion de situations a-didactiques dans l´enseignement élémentaire de la géométrie”, en Artigue, M.; Gras, R. y Tavignot, P. (eds), *Vingt ans de didactique de mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. Grenoble, La Pensée Sauvage, 1994.

La Enseñanza de la Geometría en el jardín de Infantes aborda, además de ideas y propuestas fundamentales para la enseñanza en las aulas vinculadas con producciones innovadoras de la didáctica, elementos para problematizar las prácticas de enseñanza en relación con los contenidos propuestos. De esta manera se vuelve necesaria la consideración de las nociones elementales que han incidido en las propuestas de los docentes a la hora de fundamentar sus intenciones educativas para la generación de aprendizajes espaciales, geométricos y sobre la medida en la Educación Inicial.

Este material es un aporte a la ampliación de los estudios didácticos que buscan vincular a los alumnos con el espacio y los objetos geométricos, mediante el tratamiento de conocimientos que se utilizan para las mediciones de magnitudes espaciales donde se incluyen longitudes, superficies y volúmenes.