

## TEMA: ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA FAVORECER LAS NOCIONES DE GEOMETRÍA

GONZÁLEZ Lemmi, Alicia (2000), **El espacio sensible y el espacio geométrico**", en *0 a 5. La educación en los primeros años*, año 3, núm. 22, marzo, Buenos Aires, Ediciones Novedades Educativas, pp. 42-61.

En las salas hemos recorrido un espacio geométrico que ha respetado la secuencia presentada por la teoría piagetiana, así primero nos ocupábamos de los conocimientos topológicos, luego de los conocimientos proyectivos y por último, de los conocimientos euclidianos. A la luz de la didáctica de la matemática, reconocemos una propuesta distinta, al abordar la numeración.

Y con el espacio: ¿qué haremos?, ¿seguiremos reproduciendo las etapas psicológicas que atraviesan los niños en la construcción de la noción de espacio?, ¿por el contrario, indagaremos sobre cómo aprenden los niños las nociones espaciales? ¿qué es lo que ya saben y cómo intervenir para provocar su evolución? ¿qué problemas espaciales o geométricos pueden resolver los pequeños?

En este trabajo intentaremos reflexionar sobre algunos aspectos teóricos y presentaremos algunas respuestas sobre el abordaje del espacio geométrico.

### Enseñar y aprender matemática

Consideramos que lo novedoso que se nos presenta a los docentes, en el área de la matemática, no es el listado exhaustivo de contenidos presentados en nuestro país en los Contenidos Básicos Comunes o en los Diseños Curriculares Jurisdiccionales, sino qué entendemos hoy por enseñar y aprender matemática en el Jardín.

*Enseñar matemática*, desde la perspectiva de la didáctica de la matemática francesa, es crear las condiciones necesarias para que los alumnos construyan sus conocimientos significativamente. Según palabras de Vergnaud, concebimos al docente como un provocador de aprendizajes por parte de sus alumnos.

*Aprender matemática*, siguiendo el mismo marco teórico, es construir el sentido de los conocimientos, es decir, que lo que se quiere enseñar esté cargado de significado, que tenga sentido para el alumno. Al ser los conocimientos el resultado de la propia actividad cognitiva del niño es como adquieren sentido para él. Haciendo aparecer los conocimientos matemáticos como *herramientas* que le permiten solucionar distintos interrogantes al niño, es como él construirá el sentido. Después, estas herramientas serán abordadas como verdaderos *objetos* de estudio, actividad propia para la educación básica.

¿Qué sucede al querer trabajar contenidos de espacio y no contar con bibliografía actualizada para su abordaje? Señalaremos algunos aspectos teóricos y luego centraremos la mirada en el abordaje de las figuras bidimensionales.

### Tipos de espacio

En matemática, al ocuparnos del **espacio**, hacemos referencia tanto al **espacio físico o sensible** como al **espacio geométrico**.

El *espacio físico* es el que “vemos”, el que “tocamos”, el que nos contiene y el que contiene a los objetos concretos; lo conocemos a través de la percepción -a través de los distintos sentidos-, es decir, al tener un contacto directo con él. En cambio, el *espacio geométrico* es el que está conformado por conjuntos de puntos y sus propiedades, es el que nos permite comprender el espacio físico constituyéndose, en parte, como modelización de éste. El espacio geométrico lo conocemos a través de la representación, acción que nos permite evocar -justamente en su ausencia- un objeto.

### **Diferencia entre dibujo y figura**

Dentro del espacio geométrico, debemos hacer la distinción entre **figura y dibujo**. La *figura* es un objeto ideal propio de la teoría, en cambio el *dibujo* es la representación del objeto ideal. Representación que puede ser a través de gráficos en el pizarrón, en la hoja, en la pantalla de la computadora, etc., o con objetos concretos, como lo son, entre otros, los geoplanos, los bloques y otros recursos similares.

Generalmente, decimos que al hacer geometría en la sala tenemos una experiencia “concreta”, pero, como ya se aclaró, no debemos confundir el objeto ideal, sin existencia, con su representación.

### **Un camino recorrido**

En diferentes oportunidades hemos solicitado a maestras jardineras listados de propuestas que llevan a cabo con los niños para el abordaje de los denominados genéricamente cuerpos geométricos y de las figuras geométricas planas; con ellos preparamos esta síntesis considerando que algunas de estas actividades serán identificadas por el lector como propias.

- Exploramos el material Dienes: observamos sus propiedades geométricas.
- Nombramos cada cuerpo: esfera, cubo, etc. (tridimensionalidad de los cuerpos).
- Reconocemos atributos: vértices, rectas, curvas, cuerpos con punta, cuerpos chatos, cuerpos que ruedan y no ruedan.
- Trabajamos con el cuerpo, en el espacio y con elementos: cuerpos geométricos.
- Reconocemos líneas curvas, rectas, quebradas; con juegos y elementos (aros) reconocemos formas; buscamos formas similares en elementos de la sala; exploramos material Dienes.
- Interactuamos una semana con cada forma, generalmente siguiendo este orden, con el cuerpo saltando dentro y fuera de la forma dibujada por la docente en el piso; luego, con representaciones tamaño cartulina, dibujamos en el aire la forma; la dibujamos en el pizarrón; *collage* con fichas de determinada forma; coloreamos, eligiendo entre varias una forma determinada.
- Reconocemos figuras geométricas: en madera, goma, loterías planas.
- Recortamos figuras. Las pegamos. Observamos y verbalizamos: ¿qué forma tienen?
- Contorneamos, armamos y pegamos triángulos, círculos y cuadrados.
- Conocemos el objeto: observamos, exploramos, describimos, comparamos.
- Reconocemos el objeto en el espacio total y parcial. Forma. Color. Semejanza.
- Jugamos a “se parece a”. Comparamos con objetos conocidos. Describimos. Observamos semejanzas y diferencias.

- Agrupamos objetos por semejanza.

Una sencilla mirada, pues no es la intención de este trabajo su análisis, nos lleva a señalar el predominio de la percepción sensorial y de la psicomotricidad por sobre el enfoque de la resolución de problemas (Charnay), propio del área de la didáctica de la matemática.

Llevamos años de enseñanza ostensiva para el abordaje de la geometría, las propuestas que aún llenan páginas de textos escolares se contradicen con las que sustentan las propuestas numéricas. Por todo ello, intentaré compartir un recorrido didáctico que parte de la resolución de problemas, teniendo como sustento que:

- en el Jardín, los conocimientos geométricos tendrán su origen en el espacio sensible;
- las construcciones y las comunicaciones son un medio para estudiar las figuras geométricas;
- para lograr estructurar (en etapas posteriores) un saber geométrico, es necesario apoyarse en un saber empírico;
- describiendo oralmente ubicaciones, posiciones, figuras (cada vez con mayor precisión) podrán ir estructurando el espacio intelectualmente;
- para que se construya un saber matemático debe haber una *reflexión* alrededor del mismo;

así, para las primeras aproximaciones al espacio geométrico nos valdremos de representaciones materializadas, por ejemplo: bloques con forma de prisma, cilindro, etc., o de fichas en papel glacé, cartulina, goma eva, con forma de triángulo, cuadrado, que los niños manipularán en el espacio sensible; por ello decimos que, en el Jardín, hacer geometría es una “experiencia concreta”.

### **Problemas geométricos**

La resolución de situaciones problemáticas que impliquen armados y comunicación, oral o gráfica, pone a los niños en una situación de construcción de un sistema mental de referencia. Producen sus aprendizajes al tener que comunicar sus resultados, sus procedimientos y al justificarlos. Por ello, propondremos problemas en que los niños: observen, anticipen, planifiquen, armen, construyan, comuniquen, describan, representen, dicten, dibujen, reconstruyan, comparen, interpreten, validen, constaten, reflexionen.

Para resolver estos problemas, los niños utilizarán las características propias de las formas geométricas -bidimensionales, tridimensionales- y las relaciones espaciales entre ellas, como las herramientas que los llevarán a solucionarlos.

## Contenidos que se abordarán

Se propone un tratamiento de las figuras planas para las salas de 5 años.

Contenidos Básicos Comunes de mayor relevancia	Contenidos propuestos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocimiento de las propiedades geométricas en las figuras: forma, lados rectos y curvos.</li> <li>• Relaciones espaciales entre objetos: ubicación y posición en el espacio, desde las relaciones entre los objetos.</li> <li>• Reconstrucción de objetos y figuras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciación en el reconocimiento y análisis de atributos geométricos de las figuras bidimensionales: formas, lados rectos, vértices; empleando representaciones materializadas: tangram con formas de cuadrado, triángulo y paralelogramo; en el armado de objetos.</li> <li>• Consideración de la ubicación y posición de la figuras que conforman el/los objeto/s, teniendo en cuenta las relaciones entre las mismas, como así también los puntos de referencia internos o externos al plano donde se trabaja.</li> <li>• Descripción oral de la situación bidimensional armada con el tangram.</li> <li>• Reconstrucción bidimensional del objeto/s con las fichas del tangram, a partir de las descripciones orales.</li> </ul>

## MATERIAL DIDÁCTICO: TANGRAM

La forma del tangram es cuadrada y sus cortes determinan siete piezas-fichas:

2 de forma triangular, grandes;

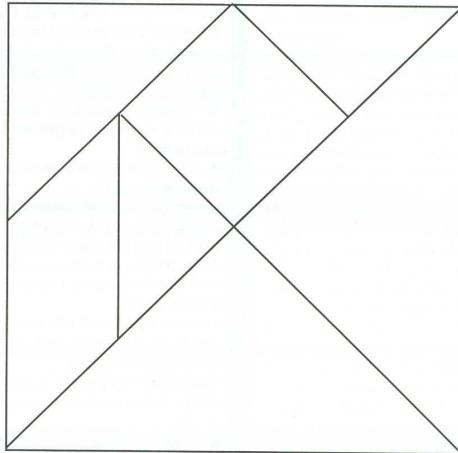
2 de forma triangular, pequeñas;

1 de forma triangular, mediana;

1 de forma cuadrada;

1 con forma de paralelogramo.

Para el desarrollo de este trabajo se consideran a todas las piezas de cada tangram de un solo color. Si cada pieza fuera de un color diferente, a los niños, para identificarlas, les bastaría denominarlas por el color; así, dirían: “la roja”, “la verde”, etc., inhibiendo la descripción de las formas.

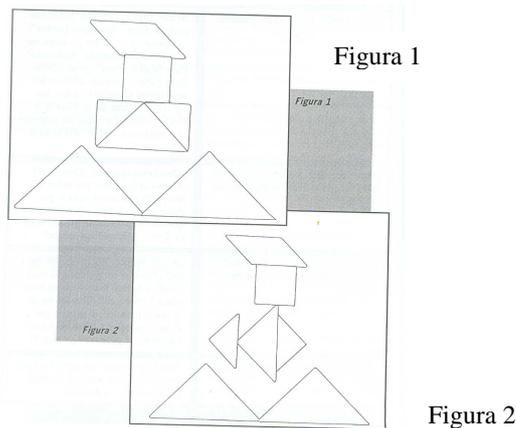


***Puesta en marcha***

(Jardín de Infantes N° 905, Gral. Madariaga, 18/11/99)

En este apartado compartiremos el diálogo de un equipo, de cuatro niños, de la sala de 5 y la docente, quienes llevaban a cabo por **primera vez** la actividad que presentamos en este trabajo. No es nuestra intención mostrar una descripción más precisa después de realizada la propuesta varias veces, sino justamente mostrar cómo ellos -los niños y la docente- se enfrentaron por primera vez al problema, al material, a la conformación de cada equipo y dentro de éste de cada pequeño grupo A y B de dos integrantes cada uno, a la distribución de los objetos sobre la mesa, a sus lugares con un único frente, a las consignas y al desarrollo de la actividad respetando la restricción de que B no podía hacer preguntas a A.

El grupo A armó según se muestra en la figura 1 y el grupo B reconstruyó según la figura 2.



Grupo A: *No sé cómo se llama éste (paralelogramo).*

Docente: *No importa el nombre, pero ¿cómo pueden decir?*

A: *No sé.*

D: *¿Qué podemos mirar de esta ficha?*

A: *No sé.*

D: *Fíjense cuántas puntas tiene.*

A: *Cuatro.*

D: (Tomando la forma cuadrada.) *este también tiene cuatro puntas, y ... ¿son iguales?*

A: *No, de formas no, de puntas sí.*

D: *Muy bien, entonces ¿cómo les pueden decir?, ¿qué ficha tienen que tomar?*

A: *La que tiene cuatro puntas.*

D: *Tiene cuatro puntas, pero ¿cómo es su forma con respecto a ésta (cuadrado)?*

A: *Ésta (cuadrado) es “derechita”, y ésta (paralelogramo) es “medio doblada”.*

D: *Bueno, ¿cómo le dicen entonces a B?*

A: *El que tiene cuatro puntas y es medio doblada.*

Grupo B: (Toma una forma triangular.)

D: *A les dijo cuatro puntas.*

B: (Las cuenta) *Ah, tres puntas (la deja, toma otras y cuenta, con el cuadrado en la mano) la encontré.*

D: *Ésta tiene cuatro puntas muy bien (dirigiéndose a A); B encontró la que tiene cuatro puntas pero “derechita”, ¿qué le pueden decir?*

A: (Se ríen) *¡Agarraron el cuadrado! No, agarren el de cuatro puntas, pero medio doblado.*

B: (Miran atentamente todas las fichas y una integrante, sin decir nada, toma el paralelogramo.)

D: *¡Muy bien! (mirando a A). ¿Cómo la tiene que poner?*

A: *¡Así!*

D: *¿Qué es así?*

A: *De costado.*

B: (Coloca la ficha.)

D: (Mirando a A) *Ahora ¿qué ficha tienen que agarrar?*

A: *El cuadrado.*

B: (Lo toma.)

D: (Mirando a A) *Ya lo tiene, ¿qué hace?*

A: *Lo pone abajo, para el costado aquél (señalando con su brazo extendido, el derecho).*

B: (Lo coloca.)

D: (Mirando a A) *Otra ficha, ¿cuál sigue?*

A: (Un nene señala las últimas, el otro no está de acuerdo, pero prevalece.) *Las dos grandes que tienen tres.*

B: (Las toma.)

D: *¿Y qué hacen con éstas?*

A: *Las ponen abajo, bien juntitas, puntita con puntita.*

B: (Las pone pegadas al cuadrado.)

A: (Mirando a la docente) *¿Las pusieron bien?*

D: *Las pusieron pegadas al cuadrado, ustedes ¿quieren que estén ahí?*

A: *¡No, no, faltaba decir estos chiquitos, te lo dije!*

D: *Entonces, ¿cómo les pueden decir?*

A: *Que los pongan para abajo, que los separen del cuadrado.*

B: (Los separan.) (Mirando a la docente) *¿mucho o poco?*

D: (Mirando a A) *Pregunta B si los tienen que separar mucho o poco.*

A: *Un poquito.*

- B: (Los dejan cerca del cuadrado.)  
D: (Mirando a A) *¿cómo siguen?*  
A: *Ahora tienen que poner éste, éste y éste* (señalando a las formas triangulares restantes).  
D: *Y ¿cómo le dicen?*  
A: *Los dos chiquitos juntitos y el triángulo mediano en el medio.*  
B: (Corren un poco los triángulos grandes, ponen los triángulos chicos unidos por sus lados mayores, miran el otro triángulo y no saben qué hacer.)  
D: (Mirando a A) *¿por qué no les explican mejor cómo es en el medio?*  
A: *Ponen acá y esto es el medio* (señalando la mitad de la mesa).  
D: *¿Les parece que B puede entender lo que es acá y esto, sin mirar?*  
B: (Separa los chiquitos y coloca, en el medio de ambos, el mediano.)  
D: *Ya está, ya lo ubicaron, ¿cómo siguen?*  
B: *¡Ya terminamos!, no tenemos más fichas.*  
A: *¡Quiero ver!, ¡quiero ver!*  
D: *Como terminaron, vamos a sacar la barrera, vemos qué pasó y no muevan nada* (retira la barrera).  
A: (Miran atentamente.) *¡No está igual!, ¡es distinto!*  
1B: (Miran atentamente.)  
D: *¿Por que es distinto?*  
A: (Tocan y mueven las fichas de B.) *Había que ponerlas así.*  
D: *¡No las muevan! ¿Cómo estaban?*  
B: (Arman nuevamente.)  
D: *¿Cómo les tendrían que haber dicho?* (señalando a los tres triángulos).  
A: *El mediano al lado del cuadrado y los chiquitos pegados.*  
D: *Pegados, ¿en dónde?*  
A: *De los costados.*  
B: (Desarman y arman.)  
D: *¿Está bien ahora?*
- A y B: *¡Sí!*  
D: *¿Qué les parece si B arma algo y le dicen a A?*  
A y B: *¡Sí!, ¡sí!*

Como se observa, el grupo B respetó plenamente la restricción ante el grupo A, pero en una oportunidad recurrieron a la docente como intermediaria. La presencia de ésta fue permanente, debido a que el bullicio propio de tantos niños trabajando en los pequeños equipos no permitía que se escucharan claramente entre los componentes del equipo, a lo que se le sumaron las caras de incertidumbre de la pareja codificadora frente a la primer pieza -paralelogramo- con la que comenzaron su dictado.

Deseamos destacar que, cuando se invirtieron los roles, la docente no intervino en ningún caso, logrando los niños, en la segunda vez, describir cada pieza del objeto cuidando los detalles tanto de su forma como de su posición.

### **Análisis de la propuesta, en términos generales**

Los grupos A y B pertenecen a un mismo equipo, por lo tanto a A le conviene que B realice bien

el objeto. Es por ello que A se esforzará para que sus expresiones sean lo más precisas posibles, ya que la actividad de B depende de la información que A le suministre. Todo esto implica que A, al comunicar oralmente, se vea “obligado” a ubicarse espacialmente, a establecer relaciones entre las fichas y a buscar la expresión más clara y precisa y comunicarla; y “obliga” a B a ubicarse en el espacio, decodificar la comunicación recibida y armar el objeto.

Es interesante observar que, generalmente, B maneja información no suministrada por A, por ejemplo, al posicionar los objetos, cuidará conservar el “equilibrio” estético; así, una forma cuadrada la colocarán (si no recibieron información al respecto) de manera tal que uno de los lados quede paralelo al borde de la hoja o la mesa.

Veamos específicamente los roles de cada grupo y cómo abordan los contenidos previstos haciéndolos funcionar como verdaderas “herramientas” que les permiten encontrar la solución al problema.

GRUPO A (CODIFICA)	GRUPO B (DECODIFICA)
<p>Arma el objeto con el material recibido.</p> <p>Observa atentamente la “obra” realizada.</p> <p>Piensa en las características de cada forma: líneas rectas o curvas; muchas, pocas o ninguna punta.</p> <p>Piensa en la ubicación de cada forma, arriba, a la derecha, etc., en relación con distintos puntos de referencia.</p> <p>Piensa en la posición de cada ficha, parada, acostada, inclinada, etcétera.</p> <p>Busca la forma más clara y precisa para comunicar oralmente el objeto.</p> <p>Describe cada pieza pasando de la “ficha material” a un “discurso” sobre esa forma.</p> <p>Verbaliza la ubicación y posición de cada ficha.</p>	<p>Escucha atentamente cada expresión.</p> <p>Interpreta la descripción.</p> <p>Reconstruye el objeto según la comunicación verbal que recibe; para ello:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• transforma lo oído en acción para reconstruir el objeto;</li> <li>• identifica las formas;</li> <li>• ubica y posiciona cada ficha</li> </ul>
<p>Comparan y validan las producciones.</p> <p>Realizan los arreglos necesarios.</p> <p>Argumentan las causas de las diferencias.</p> <p>Establecen acuerdos para próximas veces.</p>	

### Variables didácticas a comandar

Este tipo de actividades debe llevarse a cabo varias veces, como así también se pueden introducir variables didácticas, de manera tal que los niños se enfrenten a una nueva situación en la que deban modificar las estrategias de resolución. A modo de ejemplo, presento en el siguiente cuadro los recursos -materiales didácticos- para cada pequeño grupo, como así también en qué

consiste la actividad de codificación y de decodificación, según el caso.

### **A modo de cierre**

La intención de este trabajo fue proponer una respuesta provisoria, sustentada en el marco teórico de la resolución de problemas y en la reflexión alrededor de los mismos, a las docentes que reclaman: “qué hacer con las figuras geométricas...”

Queda aún un largo camino didáctico por recorrer, pero estamos caminando.