Problemas Aritméticos Aditivos de dos Etapas

Encarnación CASTRO
Luis RICO
Enrique CASTRO
Departamento de Didáctica de la Matemática
José GUTIERREZ
Departamento de Pedagogía
Universidad de Granada. SPAIN

Abstract En este trabajo se presenta el marco general de una investigación en curso sobre resolución de problemas aditivos de dos etapas, con escolares de Educación Primaria de 9 a 11 años de edad. Caracterizamos nuestro campo de estudio delimitando 64 tipos de problemas diferentes, cuya descripción se realiza. Organizamos nuestro trabajo elaborando 8 instrumentos diferentes. Presentamos los objetivos de un estudio de competencias terminales de los alumnos de Primaria en resolución de problemas aritméticos y avanzamos los resultados provisionales obtenidos en una aplicación piloto.

Antecedentes.

Desde el comienzo de la Educación Matemática como área científica a principios del presente siglo (Kilpatrick, 1992) se trabaja sobre las dificultades en la resolución de Problemas Aritméticos Escolares en formato Verbal (P.A.E.V.); se constituye así un campo de investigación vigoroso, cuyo interés se mantiene hoy día.

Los primeros estudios sistemáticos en resolución de problemas aritméticos se basaron en la evidencia de que un aumento de la habilidad lectora lleva aparejada una mejora en la resolución de tales problemas. Este hecho permitió desarrollar todo un conjunto de técnicas de investigación que se conocen globalmente como *enfoque lingüístico,* que se centraron en la conexión entre la habilidad lectora, la legibilidad de los textos y los factores lingüísticos, respectivamente, y la resolución de problemas aritméticos verbales (Castro, Rico & Gil, 1992).

Los estudios de Kilpatrick (1978), basados en el concepto de *variable estructural* representaron un cambio de orientación profundo y productivo; variables estructurales son “aquellas características de los enunciados de los problemas que asumen un valor particular dentro de un conjunto de valores posibles” (Goldin & McClintock, 1980).

Establecer cuales son las variables estructurales de los P.A.E.V. y qué influencia se les puede asignar sobre la dificultad en la resolución del problema es uno de los objetivos principales en investigaciones posteriores. Los trabajos del Institute for Mathematics Studies in the Social Sciences de la Stanford University, bajo la dirección de P. Suppes, trataron de determinar variables estructurales con las que predecir la dificultad de los P.A.E.V. Sólo tres de las variables estudiadas: operaciones, secuencia y conversión de unidades, obtuvieron resultados

significativos. El enfoque de variables estructurales ha seguido dos líneas distintas de investigación: el análisis global de variables y el análisis parcial (Puig & Cerdán, 1989).
Un tercer enfoque de investigación es el denominado *enfoque semántico,* centrado en el estudio del significado del texto mediante el que se enuncia el problema (Castro et al. 1992).
A principios de los 80 se comenzó a utilizar un enfoque cognitivo para analizar la organización del conocimiento verbal en la mente de los alumnos y determinar la estructura mediante la que se enlazan sus partes; se trata de un modelo estructurado sobre el conocimiento verbal de una persona, que consta de elementos y relaciones entre sus elementos (Castro et al.1992).
A finales de los 70 y principios de los 80, investigadores que trabajaban sobre problemas aritméticos verbales simples de estructura aditiva obtuvieron categorías semánticas similares, entre ellos Vergnaud, Greeno y Heller, Carpenter y Moser, y Nesher. Es en esta época cuando las investigaciones sobre problemas aritméticos se dividen en dos grandes campos: problemas de estructura aditiva y problemas de estructura multiplicativa.
Las categorías semánticas para problemas aditivos, que representan estructuras alternativas de información cuantitativa, fueron establecidas inicialmente por Heller y Greeno (1979) y, con sucesivos perfeccionamientos, han llegado hasta nuestros días.
Fuson (1992-b) recoge 22 problemas aditivos estructuralmente diferentes, para cuya elaboración tiene en cuenta las cuatro estructuras semánticas alternativas: Combinación, Cambio, Comparación e Igualación; dos tipos de relaciones -aumento o disminución- para las tres últimas categorias, o estático y dinámico para la primera; y tres posibilidades para el dato desconocido en la estructura de relaciones que establece el enunciado del problema (sólamente dos en la estructura de Cambio).
Un número considerable de investigaciones tratan de establecer el nivel de dificultad de los problemas de estructura aditiva en función de las categorías semánticas y de la posición del dato desconocido en el esquema de relaciones implicadas. La determinación de las estructuras de conocimiento empleadas para la resolución de los diferentes tipos de problemas según la clasificación anterior presenta actualmente una serie de cuestiones no resueltas aún (Fuson, 1991y 1992).

Contextualización de la Investigación

Nuestro trabajo se situa dentro del marco general anteriormente descrito: estudiamos problemas aritméticos aditivos, clasificados según las cuatro categorías citadas de estructura semántica. Los estudios sobre problemas aditivos han estado centrados sobre problemas en cuya solución interviene una sola operación; a éstos problemas se les denomina *problemas de una etapa* y constituyen la categoría más sencilla de problemas aditivos.
El interés por el estudio de los *problemas aritméticos de dos etapas,* que son aquéllos en cuya solución intervienen dos operaciones aritméticas consecutivas, ha aparecido recientemente (Shallin, 1985; Nesher, 1991). Problemas aritméticos aditivos de dos etapas son los problemas

cuyas soluciones implican sólamente sumas y restas y, en todos los casos, son necesarias dos de estas operaciones; el estudio de los problemas aritméticos aditivos constituye el objeto de esta investigación.

Caracterización:

Por las operaciones implicadas, los problemas aritméticos de dos etapas admiten cuatro posibilidades, que notamos mediante los pares ordenados:

(+,+); (+,-); (-,+) y (-,-).

Las categorías semánticas empleadas son las denominadas:

cambio, se refiere a los problemas en los que se produce algún evento que cambia el valor de una cantidad inicial; la codificamos **Ca.**

combinación, problemas basados en una relación estática existente entre un conjunto total y una partición del mismo en dos subconjuntos; la codificamos **Co.**

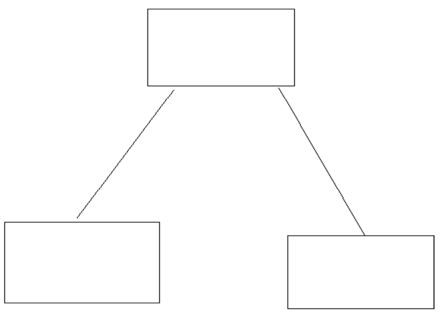
comparación, son problemas que implican una relación comparativa entre dos cantidades; abreviadamente **Cp.**

igualación, son aquellos problemas en los que se plantea una acción para lograr que una cantidad sea igual a otra; abreviadamente **Ig.**

Si atendemos a las posibilidades que ofrecen estas cuatro estructuras en los problemas de dos etapas, encontramos las 16 opciones siguientes

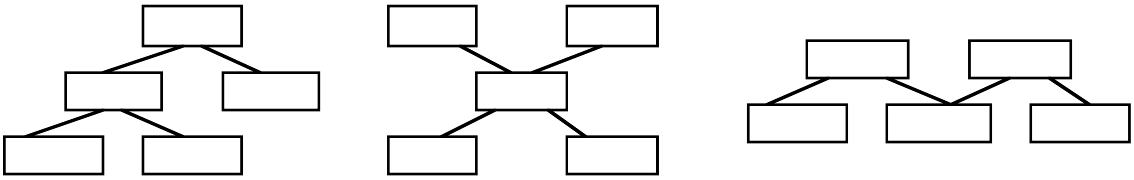
(Ca, Ca); (Ca, Co); (Ca, Cp); (Ca, Ig);	(Co, Co); (Co, Ca); (Co, Cp); (Co, Ig);
(Cp, Cp); (Cp, Ca); (Cp, Co); (Cp, Ig);	(Ig, Ig); (Ig, Ca); (Ig, Co); (Ig, Cp).

Para analizar las posibilidades estructurales de los problemas de dos etapas Nesher (1991) utiliza el esquema:



en donde los recuadros inferiores representan las cantidades que operan y el recuadro superior representa el resultado de esa operación. De acuerdo con este esquema, Nesher establece tres posibilidades para los problemas de dos etapas, que representa por:

A B C



En el caso A el resultado de una operación es un dato para la otra operación; en el caso B las dos operaciones comparten resultado; en el caso C las dos operaciones comparten un dato.

Limitamos nuestro estudio a problemas del tipo A, que son aquéllos en los que el resultado de una operación entra como dato para la otra operación; con mayor precisión, *vamos a considerar problemas en cuyo enunciado aparecen en primer lugar dos datos con los que hay que operar para obtener un tercer número, este otro número hay que operarlo a su vez con el tercer dato del enunciado para alcanzar la solución.*. Esquemáticamente:

---

datos ordenados del problema: a,b, c

orden de operaciones para alcanzar la solución:

$a * b$ -------> d

$c * d$ -------> solución

Hemos delimitado tres características clave para el estudio de problemas aritméticos de dos etapas:

operaciones, con cuatro posibilidades;

estructura semántica, con dieciseis posibilidades;

estructura ordenada de las operaciones, limitada a una opción.

Si consideramos otras características relevantes, vemos que las sentencias abiertas a las que se van a ajustar los problemas son:

1) (a + b) + c = [ ]	3) (a - b) + c = [ ]
2) (a + b) - c = [ ]	4) (a - b) - c = [ ]

debido a las operaciones contempladas y a la estructura ordenada de las operaciones.

Construimos un universo de problemas aritméticos de dos etapas, en base a las características anteriores; mantenemos controladas en los enunciados estas otras características:

- el tipo de números naturales;	- el tamaño de los números, inferiores a 60;
- el tamaño del resultado, inferior a 60;	- el tipo de magnitud: discreta;
- la naturaleza de los agentes: personas;	- el contexto del enunciado: familiar al niño;

- la longitud de los enunciados;
- el formato del enunciado: tres frases separadas por signos de puntuación.
- la situación de la pregunta en el enunciado: al final;

En las dos primeras frases se aportan los datos, manteniendo el mismo orden en el que luego hay que operar con ellos; en la tercera se plantea la pregunta.

Campo de Investigación.

De acuerdo con las variables consideradas surge un universo de 64 tipos de problemas aditivos de dos etapas, de los que hemos enunciado un ejemplo por cada tipo de problema. Ver Anexo

Descripción de los Instrumentos

Dado que estudiar los 64 tipos de problemas con los mismos alumnos presenta dificultades evidentes de orden práctico, elaboramos pruebas diferentes mediante una clasificación en grupos de 8 problemas; esto permitió elaborar 8 pruebas distintas.

Las características de estas pruebas son las que siguen.

Prueba A. Incluimos en esta prueba aquellos enunciados en los que la estructura semántica de las dos operaciones es la misma, es decir, los pares: (Ca, Ca); (Co, Co); (Cp, Cp); (Ig, Ig), y las dos operaciones también son idénticas: (+, +) y (-, -). Se presentan así 8 problemas que denominamos **de estructura duplicada**.

Prueba B. Los problemas de esta prueba tienen también la misma estructura semántica en las dos operaciones, como en el caso anterior, pero la segunda operación es distinta de la primera: (+, -) y (-, +). También surgen así 8 enunciados de problemas, simétricos por parejas respecto de las operaciones.

Prueba C Hemos emparejado en esta prueba las estructuras de Cambio y Comparación (en el mismo enunciado), por una parte, y las estructuras de Combinación e Igualación, por la otra. Según que vaya primero una estructura u otra en cada pareja se presentan cuatro posibilidades: (Ca, Cp); (Cp, Ca); (Co, Ig); (Ig, Co). Si mantenemos el tipo de operación en cada problema, es decir, sólo consideramos los pares (+, +) y (-, -), tenemos otros 8 problemas. En este caso cada dos problemas son simétricos respecto de la estructura semántica, por un lado, o bien respecto de la operación global.

Prueba D. Elaborada con los mismos criterios que la prueba C, pero en este caso se emparejan las estructuras Cambio - Igualación , por un lado, y Comparación- Combinación, por otro. Se mantiene la operación en los dos pasos del mismo problema.

Prueba E. Elaborada con los mismos criterios que las dos anteriores, pero emparejando las estructuras Comparación-Igualación y Cambio-Combinación.

Prueba F. En este caso se vuelven a emparejar las estructuras Cambio-Comparación y Combinación-Igualación, como en la prueba C, pero los pares de operaciones que se contemplan por cada una de las cuatro combinaciones de estructura, son los pares (+, -) y (-,+). Estos problemas son doblemente simétricos: en relación con el orden de las estructuras semánticas y en relación con el orden de operaciones.
Prueba G. Se vuelven a emparejar Cambio-Igualación y Comparación-Combinación, como en la prueba D; los pares de operaciones son tambien (+, -) y (-, +). Los pares de problemas tienen las dos simetrías posibles: estructura y orden de operación.
Prueba H. El emparejamiento de estructuras vuelve a ser el de la prueba E: Comparación-Igualación y Cambio- Combinación; los pares de operaciones son (+, -) y (-, +).

Cada una de las pruebas elaboradas estudia algún tipo de simetría, bien en relación con la estructura semántica (pruebas C, D y E), bien con respecto a las operaciones (prueba B), o bien con respecto a ambas (pruebas F, G y H); los problemas de la prueba A son sus propios simétricos.

Objetivos de la Investigación.

El Sistema educativo Español se encuentra actualmente en un momento de amplia y profunda reestructuración de las Etapas y Ciclos que lo organizan y configuran, como consecuencia de la *Ley de Ordenación General del Sistema Educativo* (L.O.G.S.E.) de 3 de octubre de 1990.
Esta modificación se complementa con la implantación de nuevos diseños curriculares para las diferentes disciplinas. Nuestra investigación se enmarca en el *Currículo de Matemáticas para Educación Primaria* como area específica y, en especial, a su último Ciclo. Dentro de los objetivos establecidos para el Area de Matemáticas tratamos de identificar, analizar, discriminar y proponer tareas adecuadas para los alumnos de 9 a 11 años en el campo de la resolución de problemas aritméticos. Nuestro objetivo general se encamina a encontrar nuevas aportaciones relacionadas con la planificación, desarrollo, diagnóstico y corrección de dificultades y valoración en las tareas denominadas resolución de problemas aritméticos (dimensión teórica) pero, a su vez, implicándonos en mejorar la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje asociados, en contextos de clases escolares concretas (dimensión práctica). Nuestro estudio se propone conectar resultados y líneas de investigación actuales en resolución de problemas aritméticos y la puesta en práctica de secuencias de instrucción sobre esos mismos problemas.
Como objetivos concretos nos proponemos:

1.- Estudiar las diferencias entre los rendimientos de los escolares de 4º, 5º y 6º de Primaria en relación con los problemas aritméticos aditivos de dos etapas

2.- Analizar los niveles de idoneidad de problemas aritméticos aditivos de dos etapas mediante índices de dificultad y de discriminación de cada uno de los problemas y fiabilidad de cada una de las pruebas diseñadas.

3.- Estudiar las diferencias entre los pares de estructuras semánticas, las secuencias de operaciones, así como las interacciones entre estos dos factores.

4.- Neutralizar la influencia de variables relevantes en la Resolución de Problemas Aritméticos de dos etapas con estas características.

5.- Analizar la influencia de la primera operación en estos tipos de problemas.

6.- Analizar la influencia de la segunda operación en estos tipos de problemas.

7.- Comparar los resultados obtenidos con estudios empíricos de PAEV aditivos simples, publicados por Nesher (1982).

Estado Actual

Hasta el momento hemos realizado un estudio piloto, aplicando las 5 primeras pruebas en cinco colegios distintos. Un primer análisis estuvo dedicado a estudiar los resultados de las Pruebas A y B en profundidad con alumnos de 5º Nivel de Primaria (10 años).

El interés de esta parte de la investigación reside en su caracter exploratorio, intentando descifrar la idoneidad de estas estructuras y su contraste de rendimiento en un grupo de 51 alumnos granadinos de 5º nivel de Primaria. Manteniendo constantes las estructuras semánticas de los problemas, encontramos diferencias significativas con respecto a la variable operación duplicada solamente en los problemas de Cambio-Cambio y Combinación-Combinación, colocándose la suma por delante de la resta. Estos resultados se han invertido en el caso Comparación-Comparación, puntuando la resta por encima de la suma. La restante combinación ha mantenido un idéntico rendimiento para sumas y restas, abriéndose nuevas vías de indagación sobre estos dos últimos casos

Otros resultados de este estudio piloto muestran que la fiabilidad e índice global de dificultad son adecuados, e incluso fáciles para el nivel de 5º; por ello, se puede concluir que, con las limitaciones de la muestra empleada, esta prueba sirve como indicador del nivel de dominio que posee un alumno sobre las estructuras aditivas de dos pasos, igual operación e idéntica estructura semántica.

Globalmente, hemos obtenido diferencias significativas entre los cuatro problemas de estructura (+, +) frente a los de (-, -), siendo la media de los primeros más alta que la de los segundos. El análisis pormenorizado de cada una de las parejas de estructuras según tipo de operación mostró diferencias significativas respecto a las estructuras Co-Co y Ca-Ca, en los dos casos puntuando más alto la operación suma. Sin embargo, hemos de aceptar la hipótesis nula para las estructuras Cp-Cp e Ig-Ig, admitiendo que no existen diferencias significativas.

Hemos comparado los resultados obtenidos en esta aplicación piloto con los obtenidos por Nesher (1982) y en contramos que, aunque existen diferencias en las puntuaciones, el orden en que aparecen sus medias es el mismo en la tabla de Nesher (1982) PAE, que en la de nuestro estudio con los problemas de la prueba A, de estructura semántica duplicada.

En el momento actual nos encontramos realizando una aplicación sistemática de las 8 pruebas a una muestra de 540 escolares de los niveles 4º, 5º y 6º de Primaria.

Bibliografía.

Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1982). The Development of Addition and Subtraction problem-solving skills. In T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (eds), *Addition and Subtraction: A cognitive perspective*, pp. 9-24. Hillsdale, N. J.: LEA.

Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1983). The Acquisition of Addition and Subtraction concepts. In R. Lesh & M. Landau (eds), *Adquisition of Mathematics Concepts and Processes*, pp. 7-44. Orlando, Florida: Academic Press.

Castro, E.; Rico, L. & Gil, F. (1992). Enfoques de Investigación en Problemas Verbales Aritméticos Aditivos . *Enseñanza de las Ciencias, 10* (3), 243-253.

Fuson, C. (1992a). *Research on Learning and Teaching Addition and Subtraction of whole numbers*. In G. Leinhadt, R. Putnam, & R. Hattrup (eds), Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching.Hillsdale, N.J: LEA.

Fuson, C. (1992b). Research on Whole Number Addition and Subtraction. In D.A. Grouw (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan Publishing Comp.

Goldin, G. A. & McClintock, C.E. (Eds) (1980). *Task Variables in Mathematical Problem Solving.* Philadelphia, Pensilvania : The Franklin Institute Press.

Gutiérrez, J., Morcillo, N., Rico, L., Castro, E., Castro, E., Fernández, F., González, E., Pérez, A., Segovia, I., Tortosa, A., Valenzuela, J. (1993). Problemas aditivos de dos etapas con igual operación y estructura semántica duplicada. Estudio preliminar en 5º de Primaria. *Actas VI JAEM*, Badajoz (in press).

Heller, J.I. & Greeno, J.G. (1979). Information Processing analysis of mathematical problem solving. In R. Lesh, D. Mierkiewicz & M. Kantowski (eds), *Applied Mathematical Problem Solving*. Columbus, Ohio:ERIC/SMEAC.

Kilpatrick, J. (1978). Variables and Methodologies in Research on Problem Solving, en L.L.Hatfield & D.A. Bradabard D.A.(eds) *Mathematical Problem Solving: papers from a research workshop*. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.

Kilpatrick, J. (1992). A History of Research in Mathematics Education. In D.A. Grouws, (ed), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*..New York: McMillan Publishing Comp.

Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems.In T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (eds), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective,* pp. 25-38. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Nesher, P. (1991). Two-Steps Problems, Research Finding. In F. Furinghetti (ed) *Proceedings Fifteenth PME Conference, Vol. III*, pp. 65-71. Assissi, Italia.

Morcillo, N., Castro, E., Rico, L., Castro, E., Fernández, F., González, E., Gutiérrez, J., Pérez, A., Segovia, I., Serrano, M., Tortosa, A., Valenzuela, J (1993). Dificultad debida al orden de operaciones en Problemas Aditivos de Dos Etapas con estructura semántica duplicada . Estudio preliminar en 5º de Primaria. (in press) *Actas VII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática "Thales"*. Sevilla.

Puig, L y Cerdán, F. (1988). *Problemas Aritméticos escolares*. Madrid: Editorial Síntesis

Rico, L. et al. (1985). *Investigación "Granada-Mats"* . Granada: Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.

Rico, L. et al. (1988). *Didáctica activa para la resolución de problemas*. Granada: Departamento Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Shallin, V.L. y Bee, N. V. (1985). Structural differences between two-step word problems, presentado en el *Meeting de la American Educational Research Association*..

ANEXO:

Combinación/ Combinación

(+, +). Pedro tiene una caja con 17 bolas blancas de madera, 9 bolas rojas de madera y 22 de cristal . ¿Cuántas bolas hay en la caja?

(-, -) Juan tiene una caja con 48 bolas de las que 22 son de cristal y el resto de madera. De las de madera 9 son rojas y las demás blancas. ¿Cuántas bolas blancas de madera hay en la caja?

(+, -) Jaime tiene 19 bolas blancas y 8 bolas negras. Del total de bolas, 13 son grandes y las demás pequeñas. ¿Cuántas bolas pequeñas tiene Jaime?

(-, +) Nuria tiene 14 bolas blancas, de las cuales 8 son grandes y las demás pequeñas. También tiene 13 bolas rojas pequeñas. ¿Cuántas bolas pequeñas tiene Nuria?

Combinación/Cambio

(+, +) María tiene 12 sellos de Francia y 7 de España. Luego compra 16 sellos de Grecia. ¿Cuántos sellos tiene en total?

(-, -) Juan tiene 35 cromos, 7 son de animales y el resto de aviones. Regala a un amigo 12 cromos de aviones . ¿Cuántos cromos de aviones le quedan?

(+, -) José tiene 18 bolas rojas y 7 bolas negras. Después de jugar una partida pierde 11 bolas. ¿Cuántas bolas le quedan?

(-, +) José tiene 25 bolas rojas y negras, 7 son negras. Le regalan 4 bolas rojas, ¿Cuántas bolas rojas tiene José?

Combinación/Comparación

(+, +) Pedro tiene 27 bolas rojas y 29 bolas blancas. María tiene 6 bolas más que Pedro. ¿Cuántas bolas tiene María?

(-, -) Juana tiene 52 bolas entre rojas y blancas, y las blancas son 6. Antonio tiene 29 bolas rojas menos que Juana. . ¿Cuántas bolas rojas tiene Antonio?

(+, -) Inés tiene 24 bolas rojas y 15 bolas blancas. Juan tiene 7 bolas menos que Inés. ¿Cuántas bolas tiene Juan?

(-, +) Entre bolas rojas y blancas Nuria tiene 28 bolas; las bolas blancas son 12. Jaime tiene 7 bolas rojas mas que Nuria. ¿Cuántas bolas rojas tiene Jaime?

Combinación/Igualación

(+, +) Iván tiene 21 globos rojos y 19 azules en una caja. A Iván le tienen que regalar 7 globos para tener tantos como Vanesa. . ¿Cuántos globos tiene Vanesa?

(-, -) Roque tiene 47 globos en una caja, de los que 7 son rojos y el resto azules. Roque tiene que regalar 19 globos azules para tener tantos globos azules como María. . ¿Cuántos globos azules tiene María ?

(+, -) Luis tiene 15 bolas rojas y 12 bolas blancas. Para tener tantas bolas como Pedro a Luis le sobran 8 bolas. ¿Cuántas bolas tiene Pedro?

(-, +) Pedro tiene 27 bolas entre rojas y blancas, de las que 8 son blancas. Para que Luis tenga tantas bolas rojas como tiene Pedro le regalan 11 bolas más. ¿Cuántas bolas rojas tiene Luis?

Cambio/Combinación

(+, +) Tengo 12 sellos de España y compro 7 de Francia. También tengo 16 sellos de Grecia . ¿cuántos sellos tengo en total?

(-, -) Raul tiene 26 cromos y pierde 7. De los cromos que le quedan 12 son de aviones . ¿Cuántos cromos le quedan que no son de aviones?

(+, -) Ana tiene 15 bolas y compró 12 bolas más. De las bolas 9 son de cristal. ¿Cuántas bolas tiene Ana que no son de cristal?

(-, +) Raul tenía 25 estampas y perdió 14. Juan tiene 12 estampas. ¿Cuántas estampas tienen juntos?.

Cambio/ Cambio

(+, +) Pedro tenía 23 video-juegos. Por su cumpleaños compra 8 y su amigo Juan le regala 15. ¿Cuántos tiene ahora?

(-, -) Inés tenía 46 video-juegos y se le han roto 15. De los que le quedan le regala 8 a María. ¿Cuántos tiene ahora?

(+, -) Jaime tiene 18 globos y compró 13, después se le han roto 9. ¿Cuántos globos tiene ahora?

(-, +)   Nuria tiene 22 globos y se le rompieron 13, después ha comprado 9. ¿Cuántos globos tiene ahora?

Cambio/ Comparación

(+, +) Mónica tenía 24 video-juegos y compro otros 17. Ahora Ramón tiene 6 video-juegos más que Mónica. . ¿Cuántos video-juegos tiene Ramón?

(-, -) Ignacio tenía 47 vide- juegos y se le han estropeado 6. Ahora Begoña tiene 17 video-juegos menos que Ignacio. . ¿Cuántos video-juegos tiene Begoña?

(+, -) Juan tiene 19 libros y compra otros 8 libros. Paco tiene 14 libros menos que Juan. ¿Cuántos libros tiene Paco?

(-, +) Juan tiene 19 bolas y pierde 6 bolas. Antonio tiene 12 bolas más que Juan. ¿cuántas bolas tiene Antonio?

Cambio/Igualación

(+, +) Pedro tenía 9 cromos y compró 14. Tiene que ganar otros 28 cromos para tener tantos como María . ¿Cuántos cromos tiene María?

(-, -) Juana tiene 51 cromos y pierde 28. Debe regalar 14 para tener tantos como Antonio. ¿Cuántos cromos tiene Antonio?

(+, -) Rebeca tiene 25 pegatinas y compra otras 12 pegatinas. Para tener tantas pegatinas como Alfredo debe regalar 7. ¿Cuántas pegatinas tiene Alfredo?

(-, +) Alfredo tiene 26 pegatinas y se le pierden 13. Para tener tantas pegatinas como Rebeca tiene que ganar 8. ¿Cuántas pegatinas tiene Rebeca?

Comparación/Combinación

(+, +) Pedro tiene 15 bolas rojas y María tiene 7 bolas rojas más que Pedro. María tiene otras 21 bolas blancas. . ¿Cuántas bolas tiene María?

(-, -) Juana tiene 43 bolas y Antonio 21 bolas menos que Juana. De las bolas de Antonio 7 son blancas. ¿Cuántas bolas tiene Antonio que no son blancas?

(+, -) Luis tiene 15 bolas y Juan tiene 12 bolas más que Luis. De las bolas de Juan 9 son blancas ¿Cuántas bolas tiene Juan que no son blancas?

(-, +) Juan tiene 34 bolas rojas y Luis tiene 16 bolas rojas menos que Juan. Luis también tiene 12 bolas blancas. ¿Cuántas bolas tiene Luis?

Comparación/Cambio

(+, +) Ignacio tiene 23 caramelos y Mònica tiene 9 más que él. Mónica compra otros 16 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene Mónica ahora?

(-, -) Begoña tiene 48 caramelos y Ramón tiene 16 menos que ella. Ramón regala 9 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene ahora Ramón?

(+, -) Antonio tiene 17 chapas y Enrique tiene 9 chapas más que Antonio. Enrique pierde 14 chapas. ¿cuántas chapas le quedan a Enrique?

(-, +) Enrique tiene 25 libros y Juan tiene 16 libros menos que Enrique. Juan compra luego 9 libros. ¿cuántos libros tiene ahora Juan?

Comparación/ Comparación

(+, +) En lo que va de año, Pedro ha visto 23 películas de Televisión. María ha visto 16 películas más que Pedro, y Juan 8 más que María. ¿Cuántas películas ha visto Juan?

(-, -) En lo que va de año Lola ha visto 48 películas de Televisón. Paco ha visto 8 menos que Lola y Andrés 16 menos que Paco. ¿Cuántas películas ha visto Andrés?

(+, -) Jaime tiene 17 libros y Carmen tiene 11 libros más que Jaime. Pilar tiene 8 libros menos que Carmen. ¿Cuántos libros tiene Pilar?

(-, +) Nuria tiene 20 libros y Juan tiene 11 libros menos que Nuria. Luis tiene 8 libros más que Juan. ¿Cuántos libros tiene Luis?

Comparación/ Igualación

(+, +) Tengo 16 sellos y María tiene 12 sellos más que yo. A María le tienen que regalar 19 sellos para tener tantos como Raul . ¿Cuántos sellos tiene Raul?.

(-, -) Tengo 26 pegatinas y Raul tiene 12 pegatinas menos que yo. Raul tiene que perder 7 pegatinas para tener tantas como María . ¿Cuántas pegatinas tiene María?

(+, -) Enrique tiene 17 naranjas y José tiene 12 naranjas más que Enrique. José tiene que regalar 9 naranjas para tener tantas como Daniel. ¿Cuántas naranjas tiene Daniel?

(-, +) Leonor tiene 23 libros y Honorio tiene 8 libros menos que Leonor. Honorio tiene que comprar 16 libros para tener tantos como Víctor. ¿Cuántos libros tiene Víctor?

Igualación/ Combinación

(+, +) Roque tiene 18 pegatinas de deportes y necesita comprar otras 8 para tener tantas pegatinas de deportes como María. María tiene además 22 pegatinas de cantantes.. ¿Cuántas pegatinas tiene en total María?

(-, -) Vanesa tiene 48 pegatinas y debe regalar 22 para tener tantas pegatinas como Iván. Ivan tiene entre sus pegatinas 18 de deportes. . ¿Cuántas pegatinas tiene Iván que no sean de deportes?

(+, -) Emilio tiene 23 bolas y necesita ganar otras 15 para tener tantas bolas como Juan. De las bolas de Juan 19 son de cristal, ¿cuántas bolas de Juan no son de cristal?

(-, +) Aurora tiene 27 bolas rojas y necesita regalar 13 para tener tantas bolas rojas como Eduardo. Eduardo tiene también 16 bolas blancas, ¿cuántas bolas en total tiene Eduardo?

Igualación/ Cambio

(+, +) Pedro tiene 8 cromos y necesita ganar 16 para tantos como María. María compra depués otros 24 cromos . ¿Cuántos cromos tiene María ahora?

(-, -) Juana tiene 48 cromos y debe regalar 24 cromos para tener tantos como Antonio. Antonio pierde después 16 cromos.. ¿Cuántos cromos le quedan a Antonio?

(+, -) Rafael tiene 15 votos y necesita 12 votos más para tener tantos como Jesús. Jesús pierde despué 8 votos. ¿Cuántos votos tiene ahora Jesús?

(-, +) Jesús tiene 24 bolas y debe regalar 8 para tener tantas bolas como Rafael. Rafael compra después 11 bolas. ¿Cuántas bolas tiene ahora Rafael?

Igualación/ Comparación

(+, +) Juan tiene 16 sellos, y necesita otros 12 sellos para tener tantos como Luis. Marta tiene 19 sellos más que Luis . ¿cuántos sellos tiene Marta?

(-, -) Marta tiene 47 pegatinas y debe regalar 12 para tener tantas como Juan. Luis tiene 16 pegatinas menos que Juan . ¿cuántas tiene Luis?

(+, -) Juan tiene 12 videojuegos y debe comprar 9 videojuegos más para tener tantos como Antonio. Paco tiene 10 videojuegos menos que Antonio. ¿Cuántos videojuegos tiene Paco?

(-, +) Emilio tiene 27 bolas y debe regalar 11 para tener tantas como Arturo. Gregorio tiene 15 bolas más que Alfredo. ¿Cuántas bolas tiene Gregorio?

Igualación/ Igualación

(+, +) Pedro tiene 25 pesetas. Para tener igual que María necesita que le den 17 pesetas y para que María tenga igual que Juan necesita que le den 9 pesetas. ¿Cuántas pesetas tiene Juan?

(-, -) Inés tiene 51 pesetas. Para que Inés tenga igual cantidad que Pepa tiene que gastar 17 pesetas y para que Pepa tenga igual que Andrés, ésta tiene que gastar 9 pesetas. ¿Cuántas pesetas tiene Andres?

(+, -) Jaime tiene 16 fichas y necesita ganar 9 para tener tantas como Carmen. También Carmen necesita perder 14 fichas para tener tantas como Pilar. ¿Cuántas fichas tiene Pilar?

(-, +) Nuria tiene 11 fichas y necesita perder 9 para tener tantas como Juan. También Juan necesita ganar 14 fichas para tener tantas como Luis. ¿Cuántas fichas tiene Luis?.

Este trabajo ha sido parcialmente financiado con una ayuda a la Investigación Educativa para Niveles no universitarios (BOJA núm. 131, 19 de diciembre de 1992), concedida por la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucia al Proyecto denominado: ***"Diagnóstico de Procedimientos y Evaluación de Destrezas Terminales para la Resolución de Problemas Aritméticos en el Tercer Ciclo de la Educación Primaria Obligatoria (E.P.O.)"***