

Curso de Formación y Actualización Profesional
para el Personal Docente de Educación Preescolar

Módulo IV

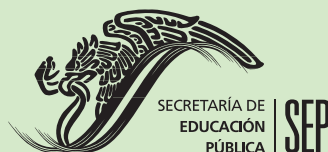
Pensamiento matemático infantil e intervención docente

Guía de estudio

Programa de Educación Preescolar 2004

Diciembre

Subsecretaría de Educación Básica y Normal
Dirección General de Normatividad
Dirección de Desarrollo Curricular para la Educación Básica



Módulo IV
Pensamiento
matemático infantil
e intervención docente
Guía de estudio

Subsecretaría de Educación Básica y Normal
Dirección General de Normatividad
Dirección de Desarrollo Curricular para la Educación Básica



Módulo IV. Pensamiento matemático infantil e intervención docente. Guía de estudio fue elaborada por personal académico de la Dirección de Desarrollo Curricular para la Educación Básica de la Dirección General de Normatividad de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal.

Elaboración

Eva Moreno Sánchez

Colaboración

Ma. Teresa López Castro

Bertha A. Juárez Godínez

Coordinación editorial

Esteban Manteca Aguirre

Cuidado de la edición

Rubén Fischer

Diseño y formación electrónica

Lourdes Salas Alexander

Primera edición, 2004

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2004

Argentina 28

Centro, C. P. 06020

México, D. F.

ISBN 970-767-037-1

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Índice

Presentación	5
Orientaciones generales para el desarrollo de las actividades	7
Propósitos	8
Primera parte	9
¿En qué pensamos y qué hacemos al resolver problemas?	9
Resolución de problemas y razonamiento matemático en los niños preescolares	11
¿Cómo construyen los niños el concepto de número?	15
La construcción de nociones de espacio, forma y medida	19
Cómo favorecer nociones de espacio, forma y medida en los niños	20
Medida	21
Segunda parte	25
Implicaciones prácticas del trabajo con el campo formativo “Pensamiento matemático”	25
Anexo 1	31
Por qué es interesante la resolución infantil de problemas <i>S. Thornton</i>	31

Anexo 2	35
El número y la serie numérica <i>Adriana González y Edith Weinstein</i>	35
Anexo 3	45
Espacio y forma <i>Susan Sperry Smith</i>	45
Anexo 4	59
Medición (fragmentos) <i>Susan Sperry Smith</i>	59
Anexo 5	65
¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático en los niños de preescolar? La importancia de la presentación de una actividad <i>M. en C. Irma Fuenlabrada</i>	65
Anexo 6	83
Algunas sugerencias didácticas	83

Presentación



A partir de la publicación del *Programa de Educación Preescolar 2004*, la Subsecretaría de Educación Básica y Normal preparó un curso de formación y actualización que se desarrollará de manera sistemática durante el presente ciclo escolar. Este curso tiene como finalidad que las educadoras profundicen en sus conocimientos acerca del nuevo programa, reflexionen sobre su práctica docente e identifiquen los cambios que deben realizar para favorecer las potencialidades y competencias de los niños y las niñas en los grupos que atienden.

La presente *Guía de estudio* corresponde al módulo IV, “Pensamiento matemático infantil e intervención docente”; está dirigida a las educadoras y directoras de los Jardines de Niños que aplicarán el programa en el marco del proceso de seguimiento y evaluación, así como al personal de apoyo técnico que brindará la asesoría correspondiente.

Como guía de estudio, permite establecer acuerdos –según las condiciones particulares– entre el personal de cada plantel respecto a los tiempos necesarios que se destinarán a las actividades individuales y colectivas. Aunque el tiempo para el estudio de esta guía se ha estimado en 12 horas, es altamente probable que sea insuficiente para un análisis profundo de los contenidos. Por esta razón, se recomienda que, en la medida posible, se destinen más sesiones al trabajo con ellos. Si los textos incluidos en la guía se leen previamente a las sesiones, se logrará optimizar el tiempo.

El trabajo que se realice con base en la presente guía tendrá continuidad a través de los siguientes módulos incluidos en el curso de formación y actualización previsto.

Orientaciones generales para el desarrollo de las actividades

1. Los materiales básicos para el trabajo con esta guía son el *Programa de Educación Preescolar 2004* y los textos que se incluyen como anexos para el estudio y análisis de los contenidos.
2. El tiempo propuesto para cada módulo es de 12 horas; sin embargo, es importante tomar en cuenta que quizá este tiempo no sea suficiente para un análisis profundo y para el logro de los propósitos previstos; por ello, es importante buscar las condiciones para disponer de más tiempo.
3. El estudio de la guía no concluye con las sesiones; la guía es un instrumento de apoyo al estudio y a la organización del trabajo cotidiano. Para optimizar el tiempo de trabajo en las sesiones colectivas, se recomienda leer con anticipación los textos sugeridos. Ello permitirá aprovechar dichas sesiones en el análisis y la discusión que implican las actividades.
4. De acuerdo con las actividades propuestas, es importante tomar notas personales de las reflexiones que surjan –tanto individuales como colectivas– a partir de la lectura, pues constituyen un insumo útil para la discusión y elaboración de conclusiones.
5. Los cuadros y esquemas que se elaboren constituyen un recurso útil no sólo para la discusión y el análisis en sesión, sino como fichas de estudio que la educadora puede utilizar para la preparación de su trabajo con los niños.
6. El registro de inquietudes y dudas derivadas del trabajo que se desarrolla con los niños a partir del Programa de Educación Preescolar 2004 es también un recurso importante para dar contenido a la asesoría y a las acciones de actualización que las educadoras recibirán por parte del personal técnico responsable de llevar a cabo el seguimiento a la aplicación del programa en cada Jardín.
7. En escuelas de organización completa, las maestras que aplican el Programa de Educación Preescolar 2004 pueden organizarse para enriquecer la discusión y el análisis de la producción individual, así como para compartir e intercambiar experiencias que resulten del trabajo en el aula con las propuestas derivadas de la guía.
8. En el caso de las escuelas unitarias o de organización incompleta pueden establecerse acuerdos para realizar el análisis y el estudio del programa en reuniones donde participen las educadoras de varios planteles, con el mismo propósito que el señalado en el punto anterior.

9. La guía incluye actividades cuya finalidad es planificar y desarrollar situaciones didácticas. Llevarlas a la práctica con los niños, registrar la experiencia, compartirla y analizarla como equipo de trabajo, son actividades que dan significado a la formación profesional desde el propio centro escolar.
10. La observación y escucha atenta de lo que hacen y dicen los niños cuando resuelven problemas matemáticos es un insumo importante para que la educadora valore sus posibilidades y necesidades, con la finalidad de orientar la planeación de estrategias didácticas que apoye el desarrollo de las competencias del campo formativo “Pensamiento matemático”.
11. La autoevaluación, a partir del análisis reflexivo de la práctica docente, y de la información registrada en los diarios de trabajo, permitirá a las educadoras identificar fortalezas y debilidades, constituyéndose en un medio para el mejoramiento permanente de su práctica.
12. La guía incluye, al final de los anexos, algunas sugerencias de situaciones didácticas para que la educadora las ponga en práctica con los niños. Las experiencias de trabajo con dichas situaciones son el medio idóneo para identificar y descubrir tanto las posibilidades que tienen los pequeños para aprender, como la factibilidad de un trabajo pedagógico flexible, siempre orientado por las competencias que se desea promover en ellos.

Propósitos

- A través de las actividades propuestas en esta guía se pretende que las educadoras:
- Comprendan la función de los problemas en el aprendizaje matemático, así como las condiciones que debe reunir el trabajo pedagógico para propiciar, mediante ellos, el razonamiento y la evolución de conceptos que poseen los niños.
 - Obtengan elementos para descubrir, en las expresiones infantiles, los razonamientos que hacen los niños al resolver problemas e interactuar con sus compañeros.
 - Obtengan algunos referentes conceptuales para preparar y aplicar con sus alumnos un plan de trabajo basado en situaciones didácticas elaboradas a partir de la selección de competencias del campo formativo “Pensamiento matemático”.
 - Analicen los resultados de su experiencia de trabajo con el grupo, los discutan con sus colegas en el plantel e identifiquen los principales logros y retos enfrentados, así como alternativas para superar dichos retos.

Primera parte

Actividad introductoria

Tiempo estimado: 1 hora

¿En qué pensamos y qué hacemos al resolver problemas?

Resolver individualmente los siguientes problemas:¹

a) En una papelería empacaron 28 lápices en cajas con 4 lápices y cajas con 6 lápices.

En total obtuvieron 6 cajas.

¿Cuántas cajas de cada tipo llenaron? _____

b) Es el mismo problema que el anterior, con los siguientes datos:

- Las cajas siguen siendo de 4 y 6 lápices
- En total se empacaron 62 lápices y se obtuvieron 13 cajas.

¿Cuántas cajas de cada tipo llenaron? _____

c) Es el mismo problema que el anterior, con los siguientes datos:

- Las cajas siguen siendo de 4 y 6 lápices.
- En total se empacaron 1 020 lápices y se obtuvieron 210 cajas.

¿Cuántas cajas de cada tipo llenaron? _____

En grupo, compartir la experiencia:

- Una persona explica cómo resolvió los problemas, mostrando las estrategias utilizadas para llegar al resultado (en qué pensó primero, qué hizo después, qué relaciones estableció entre los datos, etcétera).
- ¿Quién empleó otro procedimiento o estrategia y en qué consistió? Presentar uno o dos ejemplos más.

Para ampliar los comentarios en grupo y en caso de que no se haya mencionado algo al respecto, responder las siguientes preguntas:

- ¿Aplicaron una operación o fórmula desde el principio para resolver los tres problemas?
- ¿Empezaron a resolver el primer problema probando algunas soluciones posibles?
¿Probaron varias soluciones antes de encontrar alguna correcta?
- ¿A lo largo de los tres problemas fueron encontrando una manera más sistemática de resolverlos?

¹ Situación adaptada, tomada de Programa Nacional de Actualización Permanente-SEP, *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Primera parte*, 1995, p. 18.

- Las cantidades en el tercer problema son considerablemente más grandes que en el primero. ¿Influyó esto para que elaboraran un procedimiento más sistemático para resolver este tipo de problemas?

“La resolución de un problema nuevo se inicia casi siempre con procedimientos de ensayo y error: se prueban hipótesis, ideas, resultados particulares. Al resolver otros problemas similares, poco a poco se van construyendo ciertas relaciones que permiten elaborar procedimientos más sistemáticos.

”Frecuentemente, un problema un poco más complejo, por ejemplo con números más grandes, propicia el abandono de procedimientos muy ligados a casos particulares y la construcción de otros más generales y sistemáticos.

”En el proceso de búsqueda es muy difícil determinar de antemano qué operación o fórmula se va a usar. A veces no es sino después de resolver varios problemas que puede identificarse la pertinencia de una herramienta ya conocida.

Por supuesto, si antes de plantearle el problema a una persona, se le enseña la ‘fórmula’ que lo resuelve de manera sistemática, se le quita la oportunidad de **hacer matemáticas**, es decir, de construir por sí misma herramientas para resolver problemas, y éste es, sin embargo, uno de los principales propósitos de la enseñanza de las matemáticas...”

A manera de conclusión, reconstruir la situación trabajada, comentando y registrando la información clave que se solicita en el siguiente cuadro:

<i>Procedimiento que se siguió en la situación trabajada</i>	<i>¿Qué tuvieron que pensar y hacer en cada parte de la situación?</i>
1. Planteamiento de los problemas.	
2. Momento de resolución.	
3. Presentación de estrategias de solución al grupo.	

Resolución de problemas y razonamiento matemático en los niños preescolares

Propósito: comprender y explicar la función de los problemas en la construcción de conceptos matemáticos en los niños durante la educación preescolar.

Actividad 1

Tiempo estimado: 1 hora

Analizar en parejas el siguiente registro y responder las preguntas que se presentan después de él.

Registro de observación*

Grupo de 2º grado de educación preescolar (22 alumnos, entre niños y niñas).

El registro se obtuvo a partir de una actividad trabajada con la intención de indagar cómo proceden los niños, qué piensan y qué dicen ante un problema, aparentemente sencillo –pero que dio lugar a razonamientos interesantes en relación con nociones matemáticas. La actividad no fue realizada por la educadora del grupo; se llevó a cabo específicamente como una situación experimental en el proceso de elaboración de esta guía.

Con fines de análisis, se registra la participación de tres niñas y un niño que trabajaron en la misma mesa, a la par de los demás alumnos del grupo.

Maestra (M): (a todos los niños) —¿Cuántos años tienen?

Varios niños: —Cuatro... yo también cuatro, yo también... (varios mostraban cuatro dedos)

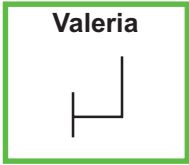
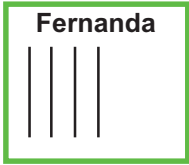
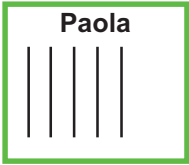
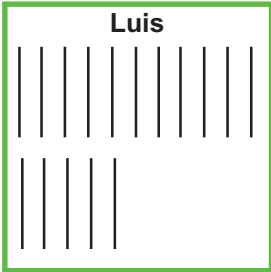
M: —Parece que todos tienen cuatro años...

Alumna: —Yo tengo cinco.

M: —Bueno, pues les voy a pedir que me digan, con los palitos que tienen en su mesa, cuántos años tienen.

Los niños y las niñas empezaron a usar los palitos. Algunos contaban con los dedos, veían sus cuatro dedos y luego empezaban a contar los palitos...

Valeria, Paola, Fernanda y Luis, usando los palitos, hicieron lo siguiente:

Valeria	Fernanda	Paola	Luis
			

* Elaborado por Liliana Morales, observadora del desarrollo de la experiencia que se reporta.

Valeria: —Cuatro (dice señalando con su dedo la figura formada con los palitos).

Fernanda: —Tienes tres Vale (refiriéndose a los palitos con que formó la figura del cuatro).

Luis: —¿Pusiste tres Vale? (dice Luis a Valeria).

M: (acercándose a la mesa donde está Luis, ve la cantidad de palitos que él colocó y le pregunta:) —¿Cuántos años tienes?

Luis: —Cuatro.

M: —Uy, tú tienes como veinte (al ver todos los palitos que puso Luis). A ver ¿cuántos hay aquí? (refiriéndose a los palitos).

Luis: —Uno, dos... (señala cada palito con un dedo)

Fernanda: —Tres (como tratando de ayudar a Luis a seguir contando).

Luis: —Tres (repite lo que dice Fernanda).

Fernanda: —Cuatro (sigue intentando que Luis continúe contando).

Luis: —Cuatro (vuelve a repetir lo que dice Fernanda).

Fernanda y Paola: —Cinco, seis, siete, ocho... (dicen rápido, sin contar palitos).

M: —A ver, déjenlo a él. A ver ¿ahí cuántos llevas?

Luis: —Dos.

M: —¿Y qué sigue?

Luis: —Es que no lo sé...

(Posteriormente la maestra se acerca a Valeria)

M: —¿Cuántos años tienes?

Valeria: —Yo tengo cuatro.

M: —¿Tú tienes cuatro años? A ver, dime, cuéntamelos (refiriéndose a los tres palitos con los que formó la figura del cuatro; no se había percatado de la representación de Valeria)

Valeria: —Uno, dos tres (cuenta cada palito).

M: —¿Y entonces? ¿Qué pasó ahí? Tú me estás diciendo que tienes cuatro años.

Fernanda: —Tienes tres (dice a Valeria, refiriéndose a los tres palitos).

Paola: —Porque aquí hay tres, mira: uno, dos, tres (cuenta los palitos con el dedo).

M: —Ahí hay tres.

Valeria: —Antes yo tenía tres años y ahora tengo cuatro.

M: —Claro. Y ¿aquí cuántos tienes?, ¿cuántos [palitos] has puesto?

Valeria: —Tres.

M: —Y entonces ¿cuántos te faltan para que sean cuatro?

Valeria: —Uno.

M: —Pues, ponlo.

(Valeria mira a la maestra resistiéndose a agregar otro palito porque ella ya había representado el número cuatro en forma inversa, de lo cual no se había percatado la maestra).

Valeria: —Es que yo no sé cómo es el cuatro (tal vez dice esto porque percibe que está “volteado”, pero lo representó).

M: (se dio cuenta de que Valeria había representado el cuatro con los tres palitos) —¿Tú no sabes cómo es el cuatro? Pero entonces... ¿Cómo que no sabes cómo es el cuatro?, ¿y qué pusiste aquí con los palitos? (señalando con los dedos el contorno de la figura del cuatro).

Paola: —Valeria, no te están diciendo que hagas el número cuatro. Te están diciendo que pongas cada palito hasta que quedes en cuatro.

M: —¿Pero tú aquí qué pusiste Valeria, con los palitos?

Valeria: —Uno, dos, tres.

M: —Un cuatro, éste es el número cuatro.

Luis: —Así tienes cuatro (dice mostrando cuatro dedos).

M: —Ahora dime, con palitos, cuenta el número cuatro.

Valeria: —Uno, dos, tres, cuatro (tomó cuatro palitos y los contó de uno en uno).

M: —Sí Valeria. Sabes contar y sabes hacer el cuatro.

(La maestra pasa a otra mesa y los comentarios de los niños continúan en esa mesa)

Paola: —Es que no te estaban diciendo que hagas este número. Mira. No te están diciendo que hagas el número cuatro; no, te están diciendo que pongas, haz de cuenta, dos (pone dos palitos) tengo cinco años, no le voy a poner el número cinco, no, voy a poner cada uno de los palitos hasta que me queden cinco años.

Preguntas para el análisis del registro:

- a) ¿Qué reacciones propició en los niños el planteamiento de ese pequeño problema?
- b) ¿Valeria y Paola resolvieron el problema? ¿Por qué?
- c) ¿En qué centra Paola sus intervenciones?
- d) ¿Qué razonamientos, de los que hacen los niños y aparecen en el registro, llaman su atención? ¿Por qué?
- e) ¿Identifica, en las expresiones de los niños, algunas nociones matemáticas que poseen?, ¿cuáles?

Comenten en grupo las respuestas a que llegaron y ténganlas presentes para el desarrollo de las actividades siguientes.

2.1. Analizar individualmente, en el *Programa de Educación Preescolar 2004*, la descripción del campo formativo “Pensamiento matemático” (pp. 71-74). A partir de esa información y de su experiencia de trabajo con los niños pequeños, escriba, con letra grande, en una hoja tamaño carta, ideas que respondan las siguientes preguntas:

- ¿Qué han mostrado saber sus alumnos respecto a las matemáticas?
- ¿Cómo se ha percatado de ello?

Peguen sobre un muro las hojas con las ideas que escribieron, ubicándolas en los rubros que a continuación se señalan (eviten repetir la información).

Sobre matemáticas, mis alumnos saben...

Me he dado cuenta de ello porque... cuando...

2.2. Leer individualmente el texto “Por qué es interesante la resolución infantil de problemas”, de Stephanie Thornton (anexo 1 de esta guía), e identificar la información que explica *qué significa resolver un problema y qué implica o favorece en los niños este proceso*.

En grupo, comenten las ideas que señalaron en el texto y escribanlas en el pizarrón o en hoja de rotafolio.

Con base en una revisión general del conjunto de competencias que incluye el campo formativo “Pensamiento matemático”, y en los resultados de la actividad anterior, elaboren conclusiones a partir de las siguientes preguntas:

- ¿Qué relaciones identifican entre los saberes que poseen sus alumnos y la resolución de problemas?
- ¿Qué elementos les permiten, como educadoras, conocer los razonamientos que hacen los niños durante la resolución de problemas?
- Expliquen si encuentran o no relación entre las ideas registradas en la actividad 2.1. y las del texto de Stephanie Thornton, y por qué.

¿Cómo construyen los niños el concepto de número?

Propósito: comprender los usos y funciones de los números; identificar y poner en práctica algunas situaciones que favorezcan en los niños la construcción de nociones numéricas.

Actividad 3

Tiempo estimado: 3 horas

3.1. Leer el siguiente registro.²

Anna: —Yo veo un programa en el que sale un número que es el cien, un uno y muchos ceros, y un doscientos. Sale una rueda, y si sale otro número, no ganas, y si sale el cien, ganas.

Adán: —Yo sé un número muy grande: el setecientos diez.

Marisol: —¿Hay números mayores?

Iván: —El ochenta y ocho.

Alberto: —El ochocientos cuarenta mil cuarenta y ocho.

Iván: —Los números no se acaban nunca.

Marisol: —¿Se acaban?

Ismael: —El último es el dos mil, que es el mayor.

Iván: —No, es mayor el mil novecientos noventa y nueve.

Eric: —No, es mayor el ocho mil novecientos noventa y nueve.

Judith: —Yo sé un número grande, el mil.

Ismael: —Yo sé el veinte mil noventa cuarenta y cinco.

(...)

Pedro: —Mi padre me dijo que los números se acaban en el millón, en muchos millones, en los millones cien...

Iván: —Yo no sé el verdadero número final.

Miriam: —Debe ir bien que no se acaben para aprender; pero algunas veces, si quieres que se acaben cuentas hasta el cuarenta y si quieres que no se acaben cuentas hasta todos los números.

Rubén: —¿Y cuál es todo si no se acaban?, ¿cuál es el último?

- En grupo comenten: ¿qué nociones muestran tener los niños que participan en esta parte de la clase que reporta el registro?

² Tomado de Marisol Anguita y Elisabeth Aznar, “¿Cuál es todo, si no se acaban?”, en *Aula de Infantil*, núm. 13, mayo-junio, México, Graó, 2003, pp. 22-28.

En grupo, analizar la exposición de Irma Fuenlabrada en la conferencia “Las nociones matemáticas en los niños preescolares”,³ tomando nota de la información que refiera a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué condiciones son necesarias para propiciar que los niños aprendan a contar?
- ¿Qué función tiene el uso de material en el trabajo con las nociones matemáticas?
- ¿Por qué no es lo mismo que los niños cuenten utilizando material concreto, a que lo hagan a partir de la representación en impresos?

Comentar en grupo las ideas que registraron, y elaborar una síntesis colectiva al respecto.

3.2. Lea individualmente “Usos del número” y “Funciones del número”, de Adriana González y Edith Weinstein (anexo 2). Subraye la información que le parezca relevante.

En equipo, elaborar una tabla, esquema o cuadro sinóptico que explique los usos y las funciones del número; acompañar con un ejemplo para cada caso (esta elaboración puede serles útil como un recurso de consulta en su trabajo cotidiano con los niños).

3.3. Identificar en el *Programa de Educación Preescolar 2004*, las competencias que en el campo “Pensamiento matemático” se relacionan con la información que han leído. Registrar las ideas que respondan las preguntas siguientes:

- ¿Sobre qué usos y funciones del número se propone trabajar con los niños durante la educación preescolar?
- Con base en la información de la columna “se favorecen y se manifiestan cuando...”, ¿qué situación o situaciones podrían organizar para favorecer esas competencias en los niños?
- Comentar en grupo la información registrada en la actividad anterior.

3.4. En equipos, analizar los siguientes problemas en su estructura y comentar:

- Las diferencias entre las formas en que está planteado cada problema: qué información se conoce, qué se busca y qué acción debe realizarse para resolverlo.
- ¿Qué estrategias pueden utilizar los niños pequeños o cuáles han visto ustedes que utilizan para resolver cada tipo de problema? Describir brevemente alguna de ellas, en el espacio en blanco.

Problema	Descripción de una estrategia probable
<p><i>Agregar</i></p> <p>Claudia tenía 3 adornos para la cabeza y cuando fue a la tienda le compraron 5 más ¿Cuántos adornos para la cabeza tiene Claudia ahora?</p>	

³ Dirección General de Normatividad-SEP, 2004. Programa en video.

<p><i>Reunir</i></p> <p>Pedro tiene 3 pelotas azules y Claudia tiene 5 rojas. ¿Cuántas pelotas tienen entre los dos?</p>	
<p><i>Quitar</i></p> <p>Había 8 focas jugando, 3 se fueron a nadar. ¿Cuántas focas se quedaron jugando?</p>	
<p><i>Igualar</i></p> <p>Laura tiene 3 cochecitos y Luis tiene 8. ¿Cuántos cochecitos necesita Laura para tener la misma cantidad de cochecitos que Luis?</p>	
<p><i>Comparar</i></p> <p>Mary tiene 3 estampas y Juan tiene 8. ¿Cuántas estampas más tiene Juan que Mary?</p>	
<p><i>Repartir</i></p> <p>Carla tiene 9 dulces y los va a repartir entre sus 3 amigos. A todos les quiere dar la misma cantidad de dulces. ¿Cuántos dulces le tocan a cada quien?</p>	

Identificar, en el *Programa de Educación Preescolar 2004*, la competencia que refiere específicamente a la resolución de problemas. Revisar la columna “se favorecen y se manifiestan cuando...” y, con base en la información de dicha columna, registrar respuestas de equipo a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué o acerca de qué pueden aprender los niños?
- ¿Cuáles son los procedimientos que ahí se señalan y que pueden utilizar los niños al resolver distintos tipos de problemas?
- ¿Qué requiere hacer, como educadora, para favorecer la evolución de procedimientos por parte de sus alumnos al resolver problemas?

Presentar al grupo los resultados de las actividades anteriores y elaborar conclusiones respecto a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué semejanzas o diferencias identifica entre los tipos de problemas arriba anotados y los que usualmente plantean a sus alumnos en el Jardín?
- ¿Qué se puede propiciar en los niños cuando se les plantean problemas diversos en su estructura, usando las mismas cantidades?

- Tomando en cuenta la experiencia de la actividad introductoria y los resultados de las actividades anteriores, ¿qué cambios identifica como necesarios en su práctica educativa, para propiciar el desarrollo del pensamiento matemático en sus alumnos?

Los problemas anteriores pueden trabajarse como situaciones didácticas con los niños pequeños. Para que se constituyan en situaciones didácticas, es necesario considerar las siguientes condiciones:

- a) Que el planteamiento del problema sea claro, para que los niños comprendan qué se busca saber.*
- b) Que resuelvan el problema con sus propias estrategias, es decir, que la maestra evite decirles cómo hacerlo.*
- c) Que interactúen entre ellos, se comuniquen y expliquen cómo le hacen para encontrar la solución. El papel de la educadora en estos momentos es fundamental: escuchar atentamente las explicaciones que elaboran y plantear preguntas apropiadas para identificar el razonamiento que hacen los niños en las ideas que expresan.*
- d) Que se confronten los resultados en el grupo, revisando varias estrategias o procedimientos surgidos de manera espontánea y propiciando que los niños argumenten lo que hicieron.*

La educadora desempeña una muy importante función para guiar el proceso de reflexión, durante la presentación del trabajo, para que los niños identifiquen dónde puede haber error y por qué, así como para llegar a las conclusiones necesarias. Estas actividades articuladas entre sí y con una intención explícita, constituyen una situación didáctica.

Para trabajar con los niños

Elegir, entre el material de *Actividades y juegos educativos*, o en el *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Primer grado*, alguna situación mediante la cual se favorezcan las nociones numéricas en los pequeños y ponerlo en práctica con su grupo.

Recomendación: durante el desarrollo de las situaciones que elija, observe lo que hacen los niños, escuche lo que dicen o explican y seleccione algunas evidencias de su trabajo (concretas o verbales). En su oportunidad, comparta su experiencia con sus compañeras, a partir de lo que los niños hicieron y mostraron saber.

La construcción de nociones de espacio, forma y medida

Propósito: identificar los conceptos geométricos básicos que deben favorecerse en los niños pequeños, así como las situaciones didácticas que contribuyen a su aprendizaje en la educación preescolar.

Actividad 4. ¿Cómo reconstruimos una figura?

Tiempo estimado: 1 hora

4.1. En grupo, organizar y realizar la situación que se describe enseguida.

Material que se requiere:

Dos juegos de Tangram.

Una mesa y algún objeto que, a manera de “pantalla”, impida que se vea de un lado al otro (por ejemplo, una caja de cartón).

Actividades a realizar:

a) Organizar tres equipos.

El equipo 1 construirá una figura con diversas formas geométricas.

El equipo 2 reproducirá la figura construida por el equipo 1, según se indica en seguida.

El equipo 3 observará lo que sucede y registrará las ideas necesarias.

b) Los integrantes del equipo 2 salen del salón.

c) Utilizando todas las piezas del Tangram, los integrantes del equipo 1 acordarán el diseño de una figura y la construirán sobre la mesa. **Los integrantes del equipo 3 podrán observar la figura mientras ésta se construye.**

d) Cuando el equipo 1 termine de armar la figura, la cubrirán con la “pantalla” y se pedirá al equipo 2 que entre al salón.

e) El equipo 1 dará las instrucciones que considere necesarias al equipo 2 y éste irá reproduciendo la figura diseñada por el equipo 1. Mientras tanto, el equipo 3, como observador, estará atento a las instrucciones que da el equipo 1 y a lo que hace el equipo 2 y registrará todo aquello que considere importante como:

- El tipo de indicaciones que se dan (características o atributos que se mencionan, términos que se utilizan, referentes que se mencionan).
- Qué hace el equipo 2 ante las indicaciones del equipo 1.
- Dificultades que perciben en el equipo 1 para dirigir al equipo 2.
- Dificultades que perciben en el equipo 2 para seguir las indicaciones del equipo 1.

Una vez que el equipo 2 haya reproducido la figura se retira la pantalla y se comparan ambas figuras, para ver si se logró reproducir la figura que construyó el equipo 1.

Con base en las notas registradas, el equipo observador explica en dónde se identificaron aciertos y dificultades, tanto al dar instrucciones como al recibirlas.

En plenaria, un representante de cada equipo comenta los resultados de la experiencia, a partir de la función que le correspondió en la situación trabajada.

Cómo favorecer nociones de espacio, forma y medida en los niños

Actividad 5. Espacio y forma

Tiempo estimado: 1 hora, 30 min.

- 5.1. Leer individualmente el texto de Susan Sperry “Espacio y Forma” (anexo 3) y destacar la información que se considere clave en cada apartado del texto.
- 5.2. Organizar seis equipos, de modo que cada equipo se haga cargo de elaborar una sinopsis sobre cada uno de los siguientes apartados del texto leído:

Equipos	Puntos base para elaborar la sinopsis
1, 2 y 3	<ul style="list-style-type: none"> a) Experiencias de los niños pequeños que influyen en la formación del sentido del espacio. b) Conceptos topológicos básicos a favorecer en los niños durante la educación preescolar. c) Algunos “tips” para el desarrollo de conceptos sobre el espacio. d) Sugerencias de evaluación en cuanto a relaciones espaciales.
4, 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> a) Cómo aprenden los niños a diferenciar entre formas (experiencias que favorecen estos aprendizajes). b) Algunos “tips” para el trabajo didáctico sobre <i>formas</i>. c) Sugerencias de evaluación en cuanto a <i>formas</i>.

Presentar al grupo los resultados del trabajo en equipo: el primer equipo expone y los demás enriquecen o complementan la información, a fin de evitar repeticiones.

- 5.3. Leer el siguiente fragmento en voz alta.

Una crítica fuerte al trabajo con las matemáticas, con niños pequeños, particularmente en los primeros años de escolaridad, ha sido el uso excesivo, o abuso, de hojas de trabajo comerciales que, bajo el supuesto de ser matemáticas, no demandan a los niños más que, o un poco más que colorear varios objetos. Tales actividades han sido descritas como “ocupacionales” más que educativas y han contribuido seriamente a que los niños pasen una buena parte

del tiempo escolar en actividades sedentarias. La investigación de Aubrey (1995) indica que los maestros siguen la estructura de un esquema y presentan nuevos conceptos a los niños según dicta el esquema, sea apropiado o no para los niños. Los maestros deben asegurarse de que los niños se encuentren con los objetivos de aprendizaje a través de experiencias prácticas y concretas, sin tener que recurrir siempre a una metodología de enseñanza general para todo el grupo...⁴

Comentar en grupo, o con colegas en la escuela, las reflexiones que provoca el contenido del párrafo en relación con las formas usuales de trabajo.

5.4. En parejas, identificar en el *Programa de Educación Preescolar 2004* las competencias que se relacionen con los aspectos revisados en este conjunto de actividades. Elegir una y con base en ella y en la columna “se favorecen y se manifiestan cuando...”, preparar o seleccionar una situación didáctica para desarrollarla con sus alumnos. Pueden elegir entre las que se incluyen en el anexo de esta guía, en el *Material para actividades y juegos educativos*, o en el *Fichero de Matemáticas. Primer grado*.

Medida

Actividad 6

Tiempo estimado: 2 horas

6.1. En equipos, realizar las actividades que a continuación se enuncian:

Tres cuartas y una goma⁵

Material:

Una tira de cartoncillo de 16 cm de largo.

Un cordón de 50 cm de largo.

1. Mida, con un lápiz, el ancho de la mesa donde está trabajando. Después repita la medición con los siguientes objetos: una goma de borrar, la tira de cartoncillo, el cordón y la distancia entre los extremos de sus dedos pulgar y meñique con la mano extendida, es decir, su cuarta. Anote las medidas en la siguiente tabla.

⁴ En Rosemary Rodger, *Planning an appropriate curriculum for the under fives*, Londres, David Fulton Publishers, 1999, p. 85.

⁵ Situación tomada, y adaptada, de Programa Nacional de Actualización-SEP, *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Primera parte*, México, 1995, p. 206.

Unidades de medida	Lápiz	Goma	Tira	Cordón	Cuarta
Medidas					

¿Hay números iguales en la tabla? _____

Si los hay, ¿a qué se debe? _____

¿Sólo hay números diferentes? _____

¿A qué se debe que resulten números diferentes? _____

2. El hecho de que haya distintos números en el renglón que dice “medidas” ¿significa que el ancho de la mesa tiene varias medidas diferentes? _____

¿Por qué? _____

3. En la columna donde dice lápiz, Juan anotó 5, y en la columna donde dice goma anotó 15. Describa una relación entre las longitudes del lápiz y la goma que utilizó Juan. Hágalo de 3 maneras diferentes.

Primera: _____

Segunda: _____

Tercera: _____

4. Al medir con su lápiz, Pedro encontró que el ancho de la mesa mide 6 lápices. Además observó que:

$$1 \text{ lápiz} = 3 \text{ gomas}$$

$$1 \text{ lápiz} = 1 + 1/4 \text{ tiras}$$

$$1 \text{ lápiz} = 1/2 \text{ cordón}$$

$$1 \text{ lápiz} = 3/4 \text{ de cuarta}$$

Anote los números que faltan en la siguiente tabla, utilizando la información que obtuvo Pedro.

Unidades de medida	Lápiz	Goma	Tira	Cordón	Cuarta
Medidas	6				

En grupo, comenten los resultados de la experiencia:

- ¿Qué tuvieron que hacer y pensar para resolver los problemas planteados?
- ¿En qué les ayudó el hecho de trabajar en colaboración y explicar sus procedimientos?

En lluvia de ideas expresar y registrar explicaciones muy breves respecto a lo que para ustedes significa *medir* (mantengan esas ideas a la vista del grupo).

6.2. En equipos realizar las siguientes actividades:

Analizar, en el *Programa de Educación Preescolar 2004*, la información sobre *medida*, así como las competencias y la columna “se favorecen y se manifiestan cuando...” correspondientes a esa noción. Destacar las ideas centrales.

Con base en esa información y en la lectura de los *fragmentos* seleccionados del texto “Medición”, de Susan Sperry (anexo 4), registrar en la tabla la información que se solicita:

Significado de “medir”:		
Magnitudes de medida.	Algunos medios o instrumentos para favorecer estas nociones en los niños.	Tipos de problemas que son accesibles a los niños, para trabajar con estas magnitudes.
Longitud		
Peso		
Capacidad		
Tiempo		

Presentar el producto del trabajo al grupo y, con base en una reflexión colectiva, comentar las siguientes cuestiones:

- ¿Qué coincidencias o discrepancias identifican entre las ideas registradas en la actividad 6.1. (¿qué significa *medir*?) y las que escribieron en la tabla?
- ¿Consideran que, en la práctica, propician el desarrollo de nociones de medida en los niños? ¿Por qué?
- ¿Qué condiciones tomarían en cuenta para favorecer en los niños las nociones básicas sobre medida?

Recuerde que estas notas le serán útiles para consulta en la preparación de su trabajo cotidiano con el campo formativo.

Segunda parte

Implicaciones prácticas del trabajo con el campo formativo “Pensamiento matemático”

Propósito: organizar situaciones didácticas para favorecer en los niños las competencias relacionadas con el pensamiento matemático, ponerlas en práctica y analizar la experiencia de trabajo a fin de mejorar el desempeño profesional.

Actividad 7. Planificación del trabajo docente

Tiempo estimado: 1 hora, 30 min.

7.1. Leer la primera parte (“Referentes” y “Ubicación de la problemática”) del texto de Irma Fuenlabrada “¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático en los niños de preescolar?” (anexo 5). Subraye con un color las ideas con que coincide y con otro color las ideas con que discrepa.

- Comentar con el grupo o con sus colegas del plantel las coincidencias y discrepancias, argumentándolas.

7.2. Leer los otros apartados del texto de Fuenlabrada y subrayar las ideas relevantes. En la medida posible, comentar con sus colegas del plantel las ideas que destacaron en el texto, registrar las orientaciones que consideran claves para pensar y organizar el trabajo pedagógico en el campo formativo “Pensamiento matemático”. El siguiente cuadro puede ser de utilidad.

Nociones	¿Qué hacer para que los niños evolucionen en el aprendizaje?
Número	
Espacio y figuras	
Medición	

Analizar los principios pedagógicos en el *Programa de Educación preescolar 2004*. Reflexionar sobre todas las actividades que realizaron al trabajar esta guía.

- ¿Qué principios pedagógicos pusieron en práctica?
 - ¿Cuáles de ellos consideran que es prioritario asumir en su trabajo con los niños?
- 7.3. Entre las competencias del campo formativo “Pensamiento matemático”, seleccione las que desee trabajar con sus alumnos y elabore un plan de trabajo, tomando en cuenta las siguientes orientaciones:
- a) Revise las situaciones que se analizaron en el desarrollo de esta guía y las que se proponen en el anexo, y seleccione las que favorezcan el desarrollo de las competencias que seleccionó.
 - b) Organice su trabajo tomando en cuenta los materiales que requerirá y el tiempo en que desarrollará las situaciones elegidas.
 - c) Identifique qué competencias de otros campos se estarán favoreciendo mediante las situaciones seleccionadas, sobre todo en cuanto a lenguaje y comunicación.
 - d) Prevea los rasgos en que centrará su atención a fin de valorar los logros en sus alumnos (para ello, apóyese en la columna “se favorecen y se manifiestan cuando...”, así como en los que sugieren los textos que analizó en las actividades de esta guía).
- 7.4. Ponga en práctica el plan de trabajo con sus alumnos.
- a) Registre en el diario de trabajo los resultados de la experiencia, centrándose en aspectos como los siguientes:
 - Su valoración personal respecto a su desempeño al plantear las situaciones a los niños, intervenciones que considera ayudaron a los niños a reflexionar y a comunicarse, o que no resultaron adecuadas para estos fines.
 - Qué mostraron saber los niños (algunos ejemplos).
 - Los rasgos de su práctica que cree conveniente modificar y por qué.
 - b) Registre, en los expedientes de sus alumnos, algunos rasgos que considere importantes en cuanto a sus logros y dificultades e incluya evidencias de su trabajo (no es necesario que en cada ocasión escriba información de todos los alumnos, puede ir haciéndolo con casos distintos, en las diversas situaciones que se trabajen).

Actividad 8. Compartir la experiencia

- 8.1. Intercambiar entre colegas y con la directora del plantel sus apreciaciones sobre las experiencias vividas con su grupo a partir del trabajo realizado en este campo formativo. Tener a la mano:
- Las notas de su diario de trabajo.

- Algunas notas de los expedientes de niñas y niños.
- Algunas evidencias o productos de trabajo de sus alumnos.

Al compartir la experiencia, centrar su valoración en los siguientes aspectos:

- Qué tipos de estrategias han utilizado los niños ante las situaciones planteadas.
- Qué consideran que hacen cada vez mejor.
- Las oportunidades que han propiciado para que se comuniquen y trabajen en colaboración.
- Quiénes de sus alumnos requieren mayor atención y cómo se les puede brindar (mayor interacción con otros compañeros, trabajo con situaciones específicas, etcétera).
- Qué solicitar y sugerir a las madres y a los padres de familia para que en casa apoyen a los niños en el desarrollo de las competencias.

Elaborar conclusiones personales y acordar las acciones que como equipo escolar requieren realizar para el logro de los propósitos educativos que establece el programa.

Anexos

ANEXO 1

Aunque este texto es sólo la presentación general de los capítulos que integran el libro escrito por la autora, se destacan de manera sintética ideas fundamentales que merecen análisis y reflexión para comprender mejor qué significa y qué implica la resolución de problemas para los niños pequeños.

Por qué es interesante la resolución infantil de problemas*

S. Thornton

Simon y James (ambos de ocho años de edad) están jugando en el patio. Simulan haber naufragado y estar atareados construyendo un refugio con diversos objetos que han encontrado tirados por ahí: estacas de tomatera y trozos de cuerda para tender ropa, sábanas viejas, ramas de helecho para techumbre y el embalaje de cartón de un nuevo refrigerador. Este tipo de juego es típico en la infancia. Absorbe a los niños en una concentración total, creando una intensa excitación y tanto entusiasmo que puede ser difícil persuadirles de que lo abandonen para comer o irse a la cama. Y, sin embargo, el principal ingrediente en este juego –como en muchísimos otros– es la resolución de problemas: averiguar dónde comenzar, juzgar qué cosas de las disponibles se deben utilizar, planear el siguiente paso, luchar con las dificultades de unir los elementos, y estudiar qué estaba mal si el refugio se derrumba. Juegos como éste hacen absolutamente patente que los niños pueden divertirse de verdad resolviendo problemas.

El hecho de que disfruten resolviendo problemas es un tanto sorprendente. Por definición, “resolución de problemas” es lo que se hace cuando se tiene una meta y no se sabe cómo alcanzarla, de manera que podríamos haber esperado que fuera una experiencia bastante frustrante y negativa. Averiguar cómo resolver un problema nuevo también es una tarea intelectual estimulante, que empuja a los niños a valorar sus propios esfuerzos, a descubrir nuevos

* En *La resolución infantil de problemas*, Madrid, Morata (El desarrollo en el niño, 22) 1998, pp. 11-16.

conceptos y a inventar estrategias nuevas. Estamos acostumbrados a pensar en ello como un trabajo, como algo monótono y aburrido, en lugar de divertido. Pero los niños disfrutaban resolviendo problemas incluso en la cuna (¿cómo se consigue hacer vibrar un sonajero?), lo que muestra lo fundamental que es el proceso de resolver problemas para nuestra naturaleza humana, y para la infancia.

Sin embargo, resolver problemas es un trabajo difícil, especialmente para los más pequeños. Cuanto menor es el niño, menor es el conjunto de problemas que tiene posibilidad de resolver, y mayor el esfuerzo implicado. Los bebés muy pequeños pueden pasar horas intentando meterse el pulgar en la boca (clavándose en la frente y la nariz cuando calculan mal), aunque esta tarea ya no es un problema para el niño de seis meses. El intento de poner en equilibrio tres bloques uno encima del otro puede confundir –y divertir– a un niño de un año, pero es trivial para un hermano mayor. Los niños en edad preescolar pueden resolver con facilidad muchos problemas completamente fuera del alcance del pequeño de un año, pero sus esfuerzos son inútiles ante un conjunto de problemas, como atarse los cordones de los zapatos, hacer cálculos aritméticos básicos, jugar al ajedrez, planear una salida de compras, etcétera, que son fáciles para el niño de siete o 10 años. Los niños de 10 años pueden impresionarnos con la diversidad de problemas que son capaces de abordar; desde arreglar juguetes complejos hasta dominar conceptos difíciles en la escuela o interpretar sutiles claves sociales. Pero su resolución de problemas es inmadura todavía incluso a esta edad: por ejemplo, pocos adultos, al no tener una embarcación para remar en un estanque, se echarían al agua en una caja de cartón, aunque estas ocurrencias no constituyen una sorpresa para los padres de un niño de 10 años.

El indiscutible incremento evolutivo en la capacidad para resolver problemas es un enigma. ¿Procede de cambios básicos en las destrezas mentales –en la capacidad misma para razonar– a medida que el niño se hace mayor? Si es así, ¿cómo cambian exactamente estas destrezas? ¿O es más una cuestión de práctica, de aprender a aplicar acertadamente destrezas en nuevos contextos? ¿Qué hacen los niños cuando intentan resolver problemas y cómo mejoran en su resolución?

El proceso de resolver problemas

Este libro no aborda cómo mejorar la resolución de problemas de un niño, más bien, trata sobre el proceso de resolver problemas y la manera en que este proceso se desarrolla durante la niñez.

¿Cómo podemos explorar las motivaciones y los procesos mentales que los niños aportan a la resolución de problemas? ¿Cómo podemos descubrir, por ejemplo, qué fue lo que llevó a

James a la decisión de techar su refugio con helecho en lugar de hierba u hojas, o cómo concibió Simon la idea de entretejer los tallos de helecho de manera que no se deslizaran por el tejado? ¿Cómo podemos descubrir qué motivó a estos dos niños para que se afanaran durante seis horas en su tarea, cuando la simple propuesta de hacer los deberes o de ordenar su habitación causaría un agotamiento inmediato?

No podemos ver realmente los procesos mentales y las motivaciones implicados en resolver problemas. Sólo podemos hacer inferencias sobre lo que está en la mente del niño. Sin embargo, a veces tenemos la impresión de que literalmente podemos ver el pensamiento de los niños a partir de la concentración de su rostro o la expresión curiosa en sus ojos. Con un niño al que conocemos bien, ¡a veces podemos tener también la impresión de que sabemos exactamente lo que está pensando! Pero es sólo una ilusión. Todo lo que vemos es la conducta exterior, no el proceso mental o el motivo que la produjo. Casi siempre hay más de una interpretación de lo que vemos. La mayoría de los padres saben que una mirada de concentración en un bebé a veces indica fascinación por un nuevo descubrimiento, ¡pero también, con igual frecuencia, que está haciendo uso del pañal! Igualmente, se puede felicitar a un grupo de niños por la balsa que han construido, sólo para recibir la respuesta fulminante de que no es una balsa, sino una estación espacial, y lo que está apoyado contra ella no es un timón, sino un reactor nuclear. ¿Y qué profesor no se ha preguntado, en un momento u otro, si el niño que está con la mirada perdida en el fondo de la clase está soñando despierto o pensando lo que va a escribir ahora?

Sin embargo, hay maneras de interpretar lo que vemos cuando los niños resuelven problemas, y de comprobar lo buena que es nuestra interpretación. Podemos formar teorías sobre el desarrollo de la resolución de problemas utilizando todo tipo de claves, desde los errores que cometen los niños hasta sus modelos de éxitos y fracasos, desde escuchar lo que ellos mismos nos dicen hasta analizar detalladamente sus acciones. Podemos comprobar esas teorías viendo si predicen lo que harán los niños en una situación nueva o explorando cómo se comportan sus simulaciones por ordenador. Como demostrarán las investigaciones que describo aquí, las mejoras en las herramientas que utilizamos para estudiar la resolución de problemas de los niños están llevando a una nueva comprensión de cómo se desarrollan esas destrezas.

[...]

Resolver un problema no depende, como suponemos a menudo, de ser muy listos o de tipos de razonamiento difíciles y abstractos, como la lógica. La idea de que la lógica es el elemento crítico en la resolución de problemas ha sido una parte clave de algunas teorías influyentes, incluida la de Jean Piaget.¹ Pero existe un conjunto de datos cada vez mayor de

¹ J. Piaget, *Genetic Epistemology*, Nueva York, Columbia University Press, 1968. (Trad. cast.: *La epistemología genética*, Madrid, Debate, 1986).

que las dificultades del niño pequeño al resolver problemas tienen poco que ver con la debilidad de las destrezas lógicas y que incluso los adultos raramente razonan de manera abstracta o lógica [...] las destrezas de resolución de problemas se derivan del proceso ordinario de comprender el mundo que nos rodea, de descubrir y utilizar la información, y de reaccionar a la retroalimentación (*feedback*) que proporcionan nuestras actividades e interpretarla.

La resolución de problemas trata sobre el cambio, sobre cómo pasar de una idea a otra nueva. Inventar una solución nueva a un problema es un proceso muy creativo. Los niños idean nuevas estrategias según interactúan con un problema.

[...]

La resolución de problemas es cualquier cosa menos una actividad árida e intelectual, [...] el creciente éxito del niño al resolver problemas es un proceso social vinculado a los sentimientos mucho más de lo que solíamos pensar: la confianza puede ser más importante que la destreza. Las razones por las que dirigimos nuestra atención a un problema pueden tener un efecto enorme en el hecho de que lo resolvamos acertadamente o no. Como propuso el psicólogo ruso Lev Vigotsky, la resolución de problemas es una destreza social aprendida en las interacciones sociales en el contexto de las actividades diarias.² Es mucho más maleable, y más fácil de enseñar, de lo que suponíamos.

Si unimos todas estas cuestiones, el proceso de resolver problemas surge como una parte central de nuestra vida cotidiana. Comprender la resolución de problemas es arrojar luz no sólo sobre la naturaleza de la inteligencia humana como un todo, sino sobre el núcleo mismo de la imaginación humana.

² L. Vigotsky, *Thought and Language*, Cambridge, Mass., MIT Press, 1962. (Trad. cast.: *Pensamiento y lenguaje*, Barcelona, Paidós, 1995).

El número y la serie numérica*

Adriana González y Edith Weinstein

Usos del número

En nuestra sociedad, los números son utilizados con múltiples propósitos, los usamos a diario, pero ante la pregunta: ¿qué es el número?, nos cuesta responder, nos quedamos sin palabras. Sabemos de qué se trata, podemos dar miles de ejemplos, decir todo lo que el número no es, sin embargo, no podemos definirlo.

Esta dificultad para definir qué es el número, reafirma lo expresado anteriormente en relación con lo difícil que resulta definir algunos conceptos matemáticos.

Pero el no poder definirlo no nos impide usarlo. Por ejemplo:

Mariana, mirando su reloj dice: ¡juy! Ya son las doce y cuarto, me tengo que apurar para llegar a la oficina en el horario de atención al público.

Camina rápido las tres cuadras que separan a la escuela del cajero automático del banco. Llega y se ubica en el cuarto lugar de la fila. El tiempo pasa muy rápido, cuando logra entrar al cajero son las 12:45 h. Entra, pasa su tarjeta, digita su código de identificación y el importe del dinero a extraer. Lee el comprobante para verificar la operación.

Ya más tranquila camina cinco cuadras, mira las vidrieras buscando un regalo. Sorprendida ve que un pulóver, como el que estaba buscando, cuesta \$32. Entra y al ver el conjunto de pulóver y bufanda decide que por \$12 más se lleva un regalo más completo. Piensa que si le dieron \$40 para gastar, la diferencia es mínima. Pide que le muestren el talle 44 y 46 y se decide por el más grande.

Sale del negocio y se dirige a la parada del colectivo 23, saca un boleto de \$0.70 y se sienta en el tercer asiento. Al llegar al 1 500 de la avenida se baja, retrocede una cuadra y encuentra la dirección que buscaba, toma el ascensor y marca el piso 15.

* En *¿Cómo enseñar matemática en el jardín? Número, medida, espacio*, Buenos Aires, Colihue (Nuevos caminos en educación inicial), 1998, pp. 37-49.

Seguramente el relato leído le resultará familiar, pues a diario usted realiza acciones similares a las de Mariana.

En estas acciones hacemos uso del número en diferentes contextos. Cuando contamos las cuadras que caminamos, estamos usando el número en su aspecto cardinal, al ubicarnos en el tercer asiento del colectivo hacemos uso del número en su aspecto ordinal. Cuando digitamos la clave de identificación en el cajero automático, estamos usando el número como un código. Al elegir el talle del pulóver hacemos referencia al número como medida. También usamos los números para operar, por ejemplo, al calcular el valor de la compra.

En síntesis, podemos decir que algunos de los usos del número son:

- *Para conocer la cantidad de elementos de un conjunto.*
Por ejemplo: ante una bolsa de caramelos, después de contarlos decimos que hay 25 (veinticinco). Este uso del número hace referencia al aspecto *cardinal*.
- *Para diferenciar el lugar que ocupa un objeto, dentro de una serie.*
Por ejemplo: ante una pila de libros, podemos pedir el quinto libro. Este uso hace referencia al aspecto *ordinal*.
- *Para diferenciar un objeto de otro.*
Por ejemplo: el número de documentos de identidad, el número de teléfono. En este caso se usan los números para *identificar* personas, objetos, etcétera, son códigos que pueden reemplazarse por otros.
- *Para medir.*
Por ejemplo: al pedir 250 g de queso. En este caso los números expresan *la medida de una magnitud*, es decir, el peso, la capacidad, el tiempo, la longitud, etcétera.
- *Para operar.*
Por ejemplo: al calcular si el sueldo nos alcanza para pagar los gastos del mes. En este caso los números se *combinan entre sí* dando lugar a nuevos números.

Cabe preguntarnos, los niños, ¿también usan los números?

Usted coincidirá con nosotros en que *sí los usan*.

Las situaciones en que los niños hacen uso de los números son múltiples, por ejemplo, cuando dicen: “cumpló cuatro años”, “tengo tres monedas, dame dos, así me compro un alfajor”, “yo soy el primero del trenecito”, “cinco y cinco son 10”, “seño, peso 25”, “10, 10 y uno, 10 y dos”...

Estas frases reflejan que los niños en situaciones de su vida cotidiana utilizan constantemente números por formar parte de una sociedad en la cual los números están presentes en la mayoría de las acciones que realiza el hombre.

Recordando lo expresado por Regine Douady (capítulo I, página 24) podemos decir que el uso que los niños, en este nivel, hacen de los números es como *instrumento* y no como *objeto*, mientras que el adulto usa los números en ambos sentidos. Esta doble implicancia *instrumento-objeto* marca la diferencia entre el adulto y el niño en el uso del número.

Anne y Hermine Sinclair¹ realizaron una investigación acerca de la interpretación que niños entre cuatro y seis años realizan de los numerales escritos.

Les presentaron 10 láminas en las cuales aparecían objetos y numerales relacionados, en diferentes contextos. Ante cada lámina se les pedía que explicaran qué veían y qué significaba, para ellos, el número que aparecía en la misma.

Algunas de las láminas presentadas fueron:

- Un colectivo con el número 22.
- Una torta con una velita con el numeral 5.
- Una hilera de tres casas, identificadas con diferentes números.
- Un ticket de almacén con el precio de varios artículos y el total.

Las respuestas dadas por los niños se pueden agrupar en tres grandes categorías:

a) *Descripción del numeral.*

En esta categoría se ubican las respuestas en las cuales los niños identifican el numeral o reconocen que hay un número escrito.

Por ejemplo: “dos del mismo”, “es un cinco”, “el número en la casa”, “para mirar los números”.

b) *Función global.*

Esta categoría corresponde a las respuestas en las cuales los niños relacionan el numeral con el objeto o el hecho.

Por ejemplo: “para la gente que va en el colectivo”, “es para decir que es un cumpleaños”, “para la gente que vive allí”, “te lo dan cuando pagas”.

c) *Función específica.*

En esta categoría se incluyen las respuestas en las cuales los niños identifican con claridad la información que el número transmite según el contexto.

Por ejemplo: “cuál es el colectivo, si es el tuyo”, “alguien cumple cinco años”, “dónde está tu casa”, “cuánto pagaste”.

Los resultados de la investigación nos muestran que si bien los niños usan los números desde muy pequeños, lo hacen de diferentes formas. A medida que crecen, las respuestas van pasando de la mera descripción del numeral a la identificación de la función específica.

Los niños se van dando cuenta de que los números transmiten diferente información de acuerdo con el contexto en que se encuentran. Es así como reconocen que el *cinco* en la torta tiene un significado diferente al *cinco* en el colectivo, en el cine, en el ascensor, en la puerta de una casa. Por lo tanto van logrando, en forma progresiva, descifrar la información que un número transmite.

¹ Sinclair, A. y Sinclair H., “Las interpretaciones de los niños preescolares sobre los números escritos”, en *Human Learning*, Universidad de Ginebra, Suiza.

Funciones del número

Los niños, desde temprana edad, usan los números sin necesitar preguntarse qué es el número, llegan al jardín con variados conocimientos numéricos. Es función de la escuela organizar, complejizar, sistematizar los saberes que traen los niños a fin de garantizar la construcción de nuevos aprendizajes.

Al respecto es importante tener en cuenta lo expresado por el I.N.R.P.:²

“... es necesario tener en cuenta una doble exigencia:

- Partir de lo que saben los niños: ¿qué conocimientos tienen sobre los números?, ¿cómo los utilizan?, ¿con qué eficiencia?, ¿qué dificultades prácticas encuentran?

El proyecto es apoyarse sobre las ‘competencias iniciales’ de los niños y tomar en cuenta los obstáculos potenciales que nos revelan sus prácticas.

- Favorecer las situaciones que ‘dan significado’ a los números, aquellas en las cuales el alumno puede movilizarlos como recursos eficaces para resolver problemas; que los conocimientos numéricos sean, primero elaborados por el alumno como recurso (eventualmente entre otros recursos, pero a menudo más eficaz que otro) para responder a preguntas antes de ser estudiados por ellos mismos...”.

El equipo de investigación mencionado propone articular la experiencia cotidiana y extraescolar del niño con las situaciones áulicas, por lo tanto el docente debe proponer problemas que le permitan, al niño, vivenciar esta articulación y al resolverlos construir, modificar, ampliar sus conocimientos.

También plantea que los problemas deben posibilitar al niño usar los conocimientos numéricos *como recurso, como instrumento* para luego, posteriormente, ser tomados *como objeto de estudio*.

Los conocimientos numéricos son construidos e integrados por los niños en un proceso dialéctico donde intervienen como “recursos”, “instrumentos” útiles para resolver determinados problemas y como “objetos” que pueden ser estudiados en sí mismos.

Por ejemplo:

- Ante una colección de 12 bolitas se le pregunta al niño: “¿cuántas bolitas tenés?”, si responde “12”, luego de contarlas, está haciendo uso del número como *recurso, instrumento*. Es decir, está usando el número para resolver el problema planteado.
- Pero si además de responder “12 bolitas” es capaz de decir: “12 está formado por una decena y dos unidades”, está diferenciando en él unidades de diferente orden. Es decir, está considerando el número como objeto de estudio.

² .N.R.P. (Instituto Nacional de Investigación Pedagógica), “Un, deux... beaucoup, passionnément”, en *Rencontres Pédagogiques*, núm. 21, Francia, 1988.

De estos dos usos del número, al jardín le compete fundamentalmente el relacionado con el número *como recurso, como instrumento*. Será tarea de los niveles posteriores lograr que el niño integre estos saberes en el proceso dialéctico de *instrumento-objeto*.

Para que los niños del jardín puedan hacer uso del número *como recurso, como instrumento*, es necesario que el docente plantee situaciones-problema, en contextos variados, que permitan construir las distintas funciones del número.

Las funciones del número son:

- *El número como memoria de la cantidad.*
- *El número como memoria de la posición.*
- *El número para anticipar resultados, para calcular.*

El número como memoria de la cantidad

El número como *memoria de la cantidad* hace referencia a la posibilidad que dan los números de evocar una cantidad sin que ésta esté presente.

Por ejemplo: la maestra le pide a un niño que traiga de la bandeja, en un solo viaje, los vasos necesarios para los integrantes de su mesa.

El niño deberá contar a sus compañeros, recordar la cantidad, dirigirse a la bandeja, evocar la cantidad y tomar sólo los vasos necesarios.

Es así como el niño cuenta a sus compañeros, guarda en su memoria la cantidad y la evoca, posteriormente, para traer los vasos necesarios.

Usted se preguntará por qué en la consigna la maestra plantea realizar la actividad “en un solo viaje”.

Analicemos las siguientes posibilidades:

- a) Supongamos que sacamos de la consigna la indicación “en un solo viaje”. El niño puede resolver la situación yendo y viniendo de la mesa a la bandeja tantas veces como compañeros hay en su mesa.

En este caso el niño no hace uso del número, realiza una correspondencia uno a uno (niño-vaso) que le permite resolver la situación planteada.

- b) Supongamos que incluimos en la consigna la indicación “en un solo viaje”. El niño, para resolver la situación, no puede hacer correspondencia, debe hacer uso del número para contar a sus compañeros y a los vasos.

En este caso sólo se puede resolver la situación apelando al uso del número.

La función del número como *memoria de la cantidad* se relaciona con el *aspecto cardinal del número* que permite conocer el cardinal de un conjunto. Siguiendo con el ejemplo, el niño deberá recordar el cardinal del conjunto “compañeros” para traer los vasos necesarios.

Dentro de esta función encontramos, también, situaciones de comparación entre el cardinal de dos o más conjuntos. Al comparar podemos obtener relaciones de igualdad o de desigualdad.

Por ejemplo: la maestra les presenta a los niños dos conjuntos, uno de 5 lápices verdes y otro de 7 azules. Les pregunta: “¿hay igual cantidad de lápices verdes que azules?”.

Los niños pueden responder de las siguientes formas:

a) “Me sobran lápices azules” o “hay más lápices azules”, después de haber realizado una correspondencia uno a uno (verde-azul).

En este caso el niño no hizo uso del número para resolver la situación, si bien las respuestas dadas son correctas.

b) “Hay 2 azules más”, “hay más azules porque 7 es más que 5”, “no, los azules son más”, “los verdes son menos”, después de haber contado los elementos de cada conjunto.

En este caso el niño hizo uso del número para resolver la situación.

En todos los casos comparó las cantidades de ambos conjuntos obteniendo una relación de desigualdad.

La función del número como *memoria de la cantidad* es la primera función de la cual el niño se apropia, por lo tanto el jardín deberá contribuir, intencionalmente, a esta construcción.

El número como memoria de la posición

El número como *memoria de la posición* es la función que permite recordar el lugar ocupado por un objeto en una lista ordenada, sin tener que memorizar la lista.

Por ejemplo: la maestra coloca sobre la mesa una pila de libros forrados de diferentes colores y les propone a los niños que elijan uno.

Melina dice: “quiero el azul”.

Damián dice: “yo me llevo el tercer libro”.

Julieta dice: “quiero el cuarto que es amarillo”.

Analizando las respuestas dadas por los niños, observamos que todos ellos logran resolver la situación, pero:

- Damián y Julieta hacen uso del número como *memoria de la posición* dado que indican el libro elegido mediante un número.
- Melina, en cambio, no utiliza esta función del número, pues para designar el libro elegido recurre al color.

La función del número como *memoria de la posición* se relaciona con el *aspecto ordinal del número* que indica el lugar que ocupa un número en la serie. Damián y Julieta hacen referencia al 3º y 4º lugar respectivamente.

El número para anticipar resultados, para calcular

La función del número para *anticipar resultados*, también llamada *para calcular*, es la posibilidad que dan los números de anticipar resultados en situaciones no visibles, no presentes, aún no realizadas, pero sobre las cuales se posee cierta información.

Esta función implica comprender que una cantidad puede resultar de la composición de varias cantidades y que se puede operar sobre números para prever el resultado de una transformación de la cardinalidad.

Por ejemplo: Silvia, maestra de sala de 5, les cuenta a los niños que tiene en el armario 4 cajas de lápices de colores y que hoy la mamá de Gustavo trajo 2 cajas más. Les plantea: “Ahora, ¿cuántas cajas de lápices tenemos?”.

La docente está planteando una situación que implica el trabajo intencional de esta función del número, pues hay un conjunto inicial de cajas de lápices que tiene el número 4 como cardinal, al cual se le agrega otro conjunto cuyo cardinal es 2.

Se produce una transformación de la cardinalidad producto de reunir los cardinales de ambos conjuntos; 4 y 2 se transforman en 6, el cardinal 6 resulta de la composición de los cardinales 4 y 2.

Al juntar mentalmente 4 con 2 estamos anticipando el resultado 6, es decir, estamos operando, estamos calculando. Por lo tanto, la transformación del cardinal de un conjunto se produce al operar sobre el mismo. Es decir, al juntar, al reunir, al agregar, al quitar, al sacar cardinales de distintos conjuntos.

Hasta ahora hemos analizado las funciones del número, que el docente debe trabajar intencionalmente en el jardín por medio de situaciones problemáticas.

Los niños resuelven las situaciones que el docente plantea de diferentes formas. Cabe preguntarnos: ¿cuáles son las distintas formas de resolución que emplean los niños?

Frente a los distintos problemas que el docente plantea, los niños ponen en juego distintos tipos de procedimientos.

Podemos decir que:

- *Ante problemas que impliquen determinar la cantidad de una colección* los niños pueden utilizar dos tipos de procedimientos: *percepción global* y *conteo*.

Percepción global: implica determinar el cardinal de una colección sin recurrir al conteo.

Por lo general se utiliza con colecciones de poca cantidad de elementos.

Por ejemplo: al mirar las frutas que hay sobre la mesa un niño dice: “hay 3 bananas”. Resuelve la situación por medio de la vista, sin contar.

Conteo: implica asignar a cada objeto una palabra-número siguiendo la serie numérica. Es decir, realizar una correspondencia término a término entre cada objeto y cada palabra-número.

Por ejemplo: la maestra presenta a los niños una colección de siete bolitas y les pregunta: “¿cuántas bolitas hay?”.

Los niños responden de las siguientes formas:

- Karina, señalando cada bolita con el dedo, dice: “hay 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7”.
- Andrés, señalando cada bolita con el dedo, dice después de contar: “hay 7”.

Tanto Karina como Andrés han utilizado el conteo para resolver la situación planteada, pero sus saberes son diferentes. Karina no puede aún *cardinalizar*, es decir, reconocer que la última palabra-número pronunciada engloba a las restantes e indica el cardinal del conjunto. En cambio, Andrés al decir “hay 7”, después de contar, está indicando el cardinal del conjunto de bolitas.

Además, no se debe confundir el *conteo* con el *recitado de números*. Los niños *recitan números* mucho antes de poder contar, lo hacen en forma oral y sin tener delante ninguna colección. Por ejemplo, cuando van por la calle caminando y diciendo “uno, dos, tres, cuatro...”.

- *Ante problemas que impliquen comparar colecciones* los niños pueden utilizar dos tipos de procedimientos: *correspondencia* y *conteo*.

Correspondencia: implica establecer una relación uno a uno entre los elementos de dos o más colecciones indicando cuál tiene más o menos elementos.

La correspondencia es un procedimiento que *no utiliza el número*.

Por ejemplo: la maestra presenta a los niños una colección de seis coches y otra de ocho aviones y les pregunta: “¿qué hay más, aviones o coches?”.

Pablo enfrenta a cada coche con un avión y dice, al ver que sobran aviones: “hay más aviones”. Resuelve correctamente la situación mediante la correspondencia.

Sebastián, después de contar los elementos de cada colección, dice: “hay más aviones, porque 8 es más que 6”. Para dar respuesta a la situación se vale del conteo y de la comparación de los cardinales de cada conjunto.

- *Ante problemas que impliquen transformar la cardinalidad de colecciones* los niños pueden utilizar tres tipos de procedimientos: *conteo*, *sobreconteo* y *resultado memorizado*.

Sobreconteo: implica contar a partir de..., es decir, partir del cardinal de un conjunto y luego contar los elementos del otro conjunto.

Resultado memorizado: implica calcular, es decir, resolver mentalmente la transformación de la cardinalidad a partir del cardinal de dos o más conjuntos.

Por ejemplo: la maestra les plantea a los niños que Lucas colocó cuatro caramelos en una caja y luego Matías puso tres. ¿Cuántos caramelos hay en la caja?

Los niños respondieron a la situación de diferentes formas:

- Marina saca los caramelos de la caja, los cuenta uno a uno y dice: “hay 7 caramelos”.
- Ariel saca los caramelos de la caja y dice: “4, 5, 6, 7. Son 7”.
- Luciana sin sacar los caramelos de la caja dice: “4 y 3 son 7”.

Si bien las respuestas dadas por todos los niños son correctas, los procedimientos utilizados evidencian distintos niveles de construcción.

Marina utiliza el conteo.

Ariel, en cambio, reconoce el cardinal de uno de los conjuntos (4), parte de él y cuenta los restantes caramelos. Utiliza el sobreconteo.

Luciana apela a un resultado memorizado, realiza un cálculo.

Si relacionamos los procedimientos de los niños con las funciones del número podemos apreciar que: *la correspondencia, la percepción global y el conteo* se vinculan con el número como *memoria de la cantidad*. En cambio *el conteo, el sobreconteo, y el resultado memorizado* se relacionan con el número para *anticipar resultados*.

El *conteo* es, además, un procedimiento que el niño utiliza para guardar la *memoria de la posición*.

Como usted verá, el *conteo* es un procedimiento que le permite al niño resolver problemas vinculados con las diferentes funciones del número. Por lo tanto, la construcción de este procedimiento es prioritaria dentro del nivel.

ANEXO 3

Espacio y forma*

Susan Sperry Smith

El desarrollo del sentido del espacio, haciendo uso de la geometría, es una herramienta esencial para el pensamiento matemático. Muchos adultos se sienten intimidados por tareas como “contar el número de cubos” en una ilustración, cuando sólo se da una vista de lado. Afortunadamente, la imaginación visual y las habilidades espaciales mejoran con la práctica (Del Grande, 1990; Yackel y Wheatley, 1986).

[...]

La comprensión inicial de la geometría en un niño ocurre como un conocimiento físico del espacio. Un infante ve la cara de su madre desde un punto de vista cuando la mira desde abajo, de otro cuando está acurrucado en sus brazos y de otro cuando está sentado en su silla. Una cara no es una “fotografía” estática de una persona, por el contrario, hay “varias caras”, dependiendo del ángulo de visión.

Los adultos también perciben las formas de manera diferente, dependiendo de la distancia. Un chofer tiene una vista de la última casa de una cuadra cuando maneja por la calle y una visión diferente cuando estaciona el auto enfrente. Debido a que los adultos han desarrollado la perspectiva, pueden visualizar la casa como un objeto estático.

Nos orientamos y movemos “en el espacio”: el niño pequeño alcanza una sonaja en la bandeja o gatea hasta la mesa y se levanta agarrado de la orilla; los adultos suben unas escaleras que les son familiares sin mirar hacia abajo, pero en unos escalones nuevos para bajar a la playa, observamos nuestros pies para juzgar dónde daremos el siguiente paso; un jugador de fútbol americano tira un pase en el campo de juego y el receptor lo atrapa; dos bailarines entran a una pista de baile con mucha gente y encuentran espacio para moverse; un adolescente toma un par de pantalones de mezclilla en la tienda y decide si esa talla le quedará. Estas actividades ilustran algunas de las formas en que la gente se relaciona con el espacio a su alrededor.

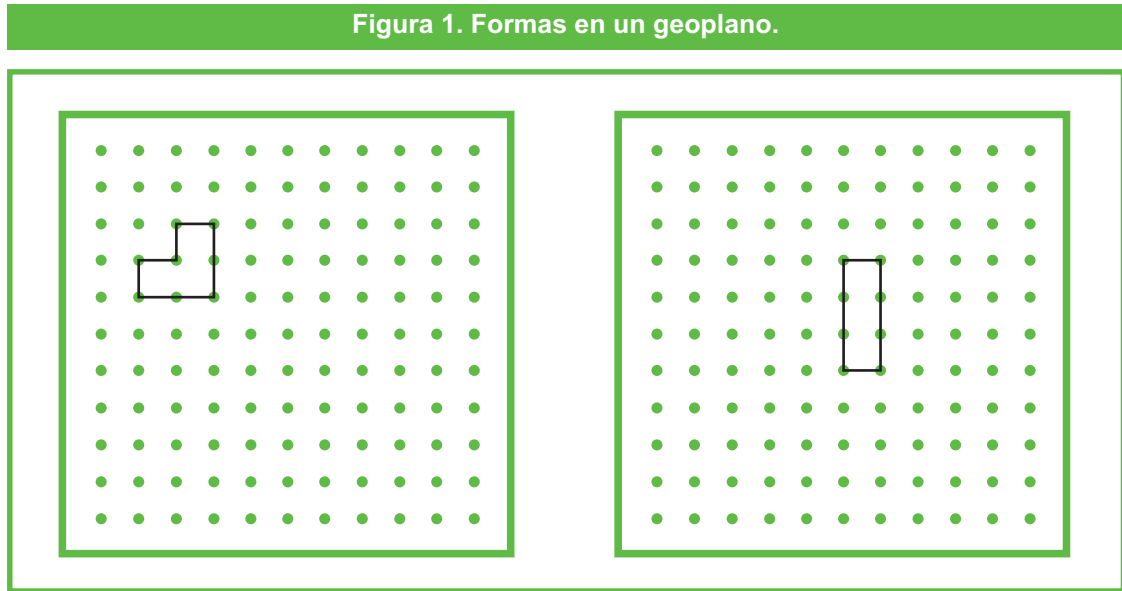
* “Space and Shape”, en *Early Childhood Mathematics*, 2ª ed., Boston, Allyn & Bacon, pp. 58-78. [Traducción de la SEP realizada con fines académicos, no de lucro.]

Un segundo tipo de juicio sobre el espacio es el que considera la relación de objetos entre sí o respecto a lo que hay alrededor: ¿Qué distancia hay entre dos árboles? ¿Cabrán una hama-ca? ¿Cabrán el juguete en el juguetero? ¿Cuál es el color de la siguiente cuenta en un patrón de cuentas creado con azul, amarillo y verde? Aquí tomamos decisiones con base en dónde se encuentran las cosas en relación con otras.

Los niños pequeños comienzan sus estudios de geometría con el tema de la topología, un tipo especial de geometría que investiga estas relaciones. En la topología, los materiales pueden estar comprimidos o expandidos para crear investigaciones matemáticas.

Por ejemplo, una pelota de barro puede convertirse en una serpiente y ser topográficamente equivalente. En la geometría de una forma rígida (Geometría Euclidiana) se hacen dos formas diferentes: una esfera y un cilindro. El maestro muestra una cuerda elástica con cuentas de colores amarradas a intervalos de tres centímetros; la estira y la deja contraerse. Las propiedades esenciales de la tira elástica permanecen igual. La licra, con la que se confeccionan trajes de baño, también se estira bien. Una cara dibujada en un pedazo de licra puede contorsionarse y revertirse. Los títeres hechos con el material de un traje de baño viejo, serán una adición imaginativa para el centro de juego dramático.

Un geoplano y unas ligas son herramientas útiles para mostrar muchas formas diferentes, todas creadas con la misma liga (véase figura 1).



La *topología* es el estudio de las relaciones entre los objetos, lugares o eventos, más que la habilidad de dibujar figuras comunes como un círculo o un cuadrado.

En general, los niños necesitan experiencias topológicas con muchos tamaños de espacios para desarrollar habilidades espaciales.

Espacio grande.	Estos espacios incluyen parques y campos de juegos, o parques con aparatos para trepar, columpiarse, lanzarse por la resbaladilla, hacer círculos y correr. Los gimnasios también pueden tener suficiente espacio para juegos donde corran, tiren pelotas, se balanceen en cuerdas o brinquen en los trampolines.
Espacio mediano.	Estos espacios involucran espacio o espacios en el piso que permitan actividades como construcción con bloques o tareas de cuidado del hogar, donde los niños entran a sus construcciones o construyen una estructura más grande que ellos.
Espacio pequeño.	Son espacios que permiten hacer construcciones, como una mesa, con materiales como bloques de <i>Legó</i> , <i>Duplos</i> y juegos de construcción/armado, y con muchos objetos manipulables utilizados como parte del <i>currículum</i> de matemáticas. Estas piezas generalmente caben en la mano del niño.

Cuatro conceptos topológicos –proximidad, separación, ordenamiento y encerramiento– forman la base de las experiencias en geometría para el nivel preescolar.

La *proximidad* se refiere a preguntas sobre posición, dirección y distancia, tales como: “¿dónde estoy?” o “¿dónde estás tú?” (adentro-afuera, arriba-abajo, enfrente-atrás), “¿por dónde?” (hacia-distanciarse, alrededor-atravesar, hacia adelante-hacia atrás), y “¿dónde está?” (cerca-lejos, cerca de-lejos de).

La *separación* se refiere a la habilidad de ver un objeto completo como un compuesto de partes o piezas individuales. Los niños dibujan la figura humana en forma de huevo con ojos y boca, y agregan líneas para formar brazos y/o piernas. Posteriormente se añade un torso, dedos y dedos de los pies (Sanford y Zelman, 1981). El concepto de partes y enteros surge gradualmente con la experiencia de armar modelos, rompecabezas y construir con bloques: las llantas se quitan y ponen en el carrito de juguete; el osito recibe un suéter y un sombrero; se construye un garaje para guardar los camiones. Después, en los grados de primaria, la habilidad para visualizar 1 000 pequeños cubos dentro de un bloque de madera es necesaria para utilizar este manipulable como un modelo de nuestro sistema de valor posicional.

La separación también tiene que ver con reconocer las fronteras. Una cinta amarilla sobre el piso del gimnasio divide el espacio. Los alumnos se paran detrás de la línea amarilla hasta que el maestro da la señal de correr. El río separa al centro de la ciudad del barrio. La niñera dice: “quédate en este lado de las vías del tren”.

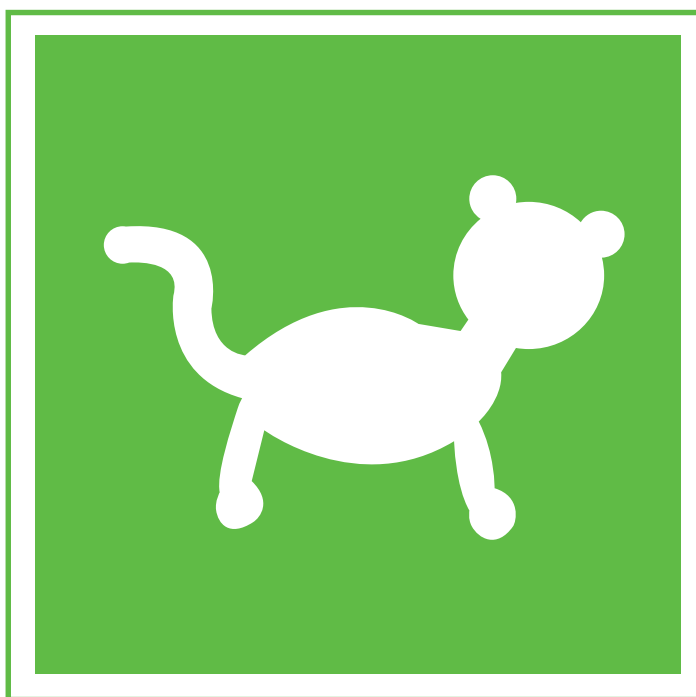
El *ordenamiento* se refiere a la secuencia de objetos o eventos. Las dos maneras comunes de describir la sucesión son de “primero al último” o al revés, “del último al primero”. También se puede referir a la formación de un patrón o a acomodar cosas en un espacio para que sean

agradables a la vista. Los niños aprenden a secuenciar un día utilizando tarjetas con imágenes antes de que sean capaces de utilizar el lenguaje para primero, segundo o tercero. Revertir la secuencia, como contar para atrás o hablar de los eventos de la semana pasada, es difícil para algunos niños de primer grado. Las actividades con patrones [...] y de igualar un número a un conjunto (donde cuatro elementos contados se igualan al numeral 4, y cinco cosas contadas con el numeral 5) desarrollan el sentido de sucesión.

El *encerramiento* se refiere a estar rodeado o encajonado por objetos alrededor. Un punto en una línea puede estar cercado por puntos en ambos lados. En un espacio tridimensional, una barda puede cercar animales o un bote con una tapa puede encerrar al cereal.

Mientras que el encerramiento se refiere técnicamente a lo que está adentro, hay en realidad tres dimensiones pertinentes a la geometría. Por ejemplo, al describir la casa del perro, hay encerramiento o espacio para que viva (yardas o metros cúbicos); la frontera o dimensiones de perímetro, las medidas de superficie de las paredes, la medida del techo; y el espacio afuera de la casa, como el jardín para jugar. Con frecuencia, los niños pequeños confunden área con perímetro, piensan que la frontera es lo mismo que el encerramiento. Actividades que involucran plantillas ayudan a desarrollar estos tres espacios diferentes. Por ejemplo, los niños pueden poner la plantilla de un gato sobre un papel, trazan la línea exterior y luego pueden colorear el gato o el fondo (figura 2).

Figura 2. Una plantilla de un gato.



Espacio: aprendizaje informal en el hogar y en la escuela

Desarrollar conceptos acerca del espacio es una parte natural del crecimiento. Las oportunidades de jugar en espacios abiertos, con equipo de juego seguro y de crear objetos en espacios medianos son cruciales. Los niños no deben estar confinados a las sillas de infantes, corrales o a un cuarto pequeño amontonado.

Los conceptos de proximidad se desarrollan cuando los maestros y cuidadores instan a los niños a utilizar palabras del lenguaje especial para posición y dirección: [...] “Mi silla está al lado de la pared”, “Las cuentas cayeron *debajo* del escritorio”. Los juegos de mesa, como las damas, fomentan el movimiento y la planeación relacionados con el espacio.

La separación en partes y enteros ocurre cuando los niños juegan con muñecos y ropa, rompecabezas, *Legos*, muñecos de papel o modelos que se separan en partes. Con el tiempo, pueden hablar sobre las diversas partes de un objeto, por ejemplo, una silla tiene un asiento, patas y a lo mejor un respaldo o brazos.

Se impulsa la comprensión del ordenamiento al leer literatura infantil como *Hansel y Gretel*. Una secuencia de eventos sucede y luego se revierte. Muchos clásicos para niños pequeños, como *The Very Hungry Caterpillar* [*Una oruga muy hambrienta*] (Carle, 1981), utilizan el tiempo como una secuencia.

Las actividades que involucran el concepto de encerramiento incluyen construir estructuras con paredes, puertas y techos para pequeños animales como jerbos y pájaros. Las preguntas que se pueden hacer incluyen: “¿La puerta está cerrada para que Paco, nuestro pájaro, no se escape?”. Las colecciones de animales con corrales también crean oportunidades para encerramientos. Posteriormente, es posible llenar, cerrar y abrir jarras con tapas y cajas cubiertas.

Es posible crear muchas actividades de aula para incrementar el aprendizaje de la geometría. Es factible acomodar una pista de obstáculos en el gimnasio para que los niños sigan una serie de órdenes utilizando el lenguaje de la topología. Los niños cruzan por *debajo* del caballo de madera y se arrastran a través de la caja. Hay tapetes que se venden comercialmente —se llaman “Workmat Math” [“Matemáticas en tapete de trabajo”] (*Creative Publications*)— y están diseñados para el uso de instrucciones directas en lenguaje matemático. Estos escenarios motivadores se utilizan en los niveles finales del preescolar y en primer grado de primaria. Tarjetas con forma de animales (ETA) se cubren con patrones de bloques. Las primeras tarjetas tienen una silueta de las piezas que se necesitan para llenar el animal y después pueden ser cubiertas con múltiples combinaciones. Estas tarjetas proporcionan trabajo productivo en el pupitre, al tiempo que enseñan acerca de las partes y los enteros.

El ordenamiento puede resaltarse en una lección cuando el maestro pone monedas en una alcancía y pregunta: “¿Qué moneda fue la última?”. Hacer composiciones con pedazos de

tela, encaje y estambre insta un sentido de equilibrio, o arreglos interesantes de artículos sobre una cartulina.

Los geoplanos, las ligas y el papel lleno de puntos son herramientas útiles para explorar las formas cambiantes. Los geoplanos exponen a los niños a “curvas cerradas” y también los auxilian para desarrollar imágenes visuales: una curva cerrada se elabora al detener y comenzar una figura en el mismo punto; un aro de llavero puede ser cerrado para sostener llaves; un gancho en el armario está abierto para colgar la chamarra.

Lanzar bolas llenas de frijoles es otro juego de aula que enseña el concepto de encierro: ¿La bolsa está adentro, afuera o en el cuadro? Finalmente, la construcción con bloques es una actividad invaluable para todos los alumnos. La construcción con bloques tendrá que incluirse como una parte del *currículum* de geometría que no se debe perder nadie.

Evaluación de relaciones espaciales

Observe

El niño, ¿sigue las instrucciones que utilizan palabras de posición, ordenamiento y distancia? ¿Puede decir cuándo está presente el objeto completo o identificar si falta una parte? ¿Puede describir las partes de un objeto?, por ejemplo, ¿qué partes conforman sus tenis? ¿Puede construir un encierro con bardas para que los animales no se salgan? ¿Utiliza las palabras “afuera-adentro” o “entre”?

Entrevista

Pida al niño que le cuente una historia acerca de las actividades en el aula, como la pista de obstáculos o la construcción de modelos. Con la excepción de las palabras de sucesión o de orden, los conceptos y vocabularios resaltados en este capítulo ya deben dominarse a los seis años.

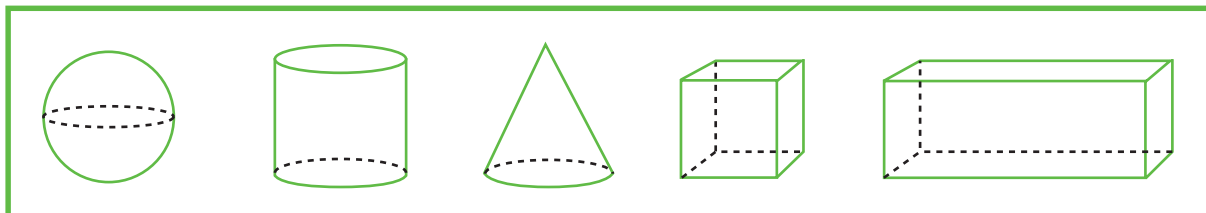
[...]

Forma

La forma es el estudio de figuras rígidas, sus propiedades y su relación entre una y otra. Las investigaciones más comunes se refieren a las figuras espaciales, como una pelota, y las figuras planas, como un círculo. Un ejemplo del concepto de relación entre formas puede ser: “¿Son iguales los dos triángulos (congruentes)?”. Las figuras tridimensionales o figuras espa-

ciales que se encuentran en el aula de la infancia temprana incluyen la esfera, el cilindro, el cono, el cubo y el prisma rectangular (figura 3).

Figura 3. Figuras espaciales comunes.



Las figuras planas comunes incluyen el círculo, el triángulo, el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el elipse (figura 4).

Figura 4. Figuras planas comunes.



Los niños encuentran similitudes y diferencias en las formas presentes en el medio ambiente. El desarrollo de la habilidad de discriminar una forma de otra es la meta de instrucción del *currículum* temprano sobre las formas.

Forma: aprendizaje informal en el hogar y en la escuela

Los niños pequeños aprenden a diferenciar una forma de otra al manipular objetos: algunos son fáciles de tomar y llevar a la boca; algunos ruedan y otros no; algunos son lisos, como una cuchara; otros son puntiagudos, como un tenedor. Después de crear una pintura con los dedos o un collage, pueden “ver” una forma: “Se parece a mi perro”.

Las figuras espaciales se enseñan primero, porque estas formas se pueden encontrar en el medio ambiente. Con frecuencia se describen los objetos con nombres comunes, por ejemplo: aquello que tiene forma de pelota o aquel objeto en forma de caja. Los cilindros se ven como tubos o latas de refresco. Los cubos parecen bloques pequeños o dados. Los niños inventan sus propios puntos de referencia utilizando experiencias cotidianas.





El aprendizaje informal sobre las figuras espaciales ocurre en la casa o en la escuela cuando el ambiente circundante contiene muchos objetos para llenar, vaciar algo desde ellos, anidar,

separar y unir: una cocina tiene tazas medidoras, ollas y sartenes con tapas para hacer que concuerden, y fregaderos y jarras para verter. Ver imágenes o videos, la televisión o las pantallas de computadora no puede sustituir las experiencias directas. Los niños deben tocar y moldear formas además de reconocerlas.

Las figuras planas, como los círculos y los cuadrados, con frecuencia se encuentran en los libros de imágenes. Un ejemplo maravilloso de formas se encuentra en el libro de Lois Ehlert, *Color Zoo [Zoológico de color]* (1989). Otros excelentes libros se pueden encontrar con facilidad en los estantes de la biblioteca. Los padres y parientes con frecuencia señalan el nombre de la forma de los artículos comunes del hogar, por ejemplo, la tapa de una lata de sopa puede ser un objeto que se presta para una lección de formas: “Ves, la tapa es un círculo”. Muchas personas sienten que nombrar formas comunes es una tarea de la geometría infantil temprana, por lo tanto, hacen un esfuerzo para utilizar palabras como cuadrado o redondo.

Planeación de actividades de forma

Los niños exploran la forma en una variedad de maneras. Cuatro niveles de dificultad delinean el rango del proceso. Generalmente, comienzan con objetos tridimensionales y continúan con figuras planas.

Nivel I	Iguala una forma a una forma similar. “Pon el  en la figura del  ”
Nivel II	Separa las formas por su similitud. “Pon todos los  juntos en una pila y todos los  en otra”.
Nivel III	Nombra la forma: “¿Qué forma es esta?”.
Nivel IV	Dibuja las formas. Copia el modelo o dibújalo de memoria (difícil).

Para la edad de seis a siete años, la mayoría de los niños pueden dibujar todas las figuras planas comunes, incluyendo el rombo (Sanford y Zelman, 1981).

Las actividades de aula en el nivel preescolar deben apoyar las actividades de concordancia y clasificación. Los niños utilizarán objetos cotidianos como la fruta para practicar la clasificación. Un conjunto de frutas reales está en la mesa, mientras otro conjunto de frutas de plástico está en la bolsa: “Mete tu mano en la bolsa y toma una fruta. ¿Qué tienes?”. Primero

el niño nombra la fruta misteriosa y luego la suelta. Es posible utilizar otro tipo de colecciones, mientras que los objetos tengan características distintivas. No sería justo poner un lápiz y una pluma en la misma bolsa.

Las actividades de concordancia son fomentadas cuando el niño crea “Mi libro de formas”. Se pegan en papel imágenes de figuras espaciales cortadas de revistas y periódicos. Un libro entero puede dedicarse a una forma en particular, como la pelota, o separar algunas páginas individuales a cada forma. En el rincón de actividad matemática se dividirá una mesa y se etiquetará una sección para cada forma. Los niños traen objetos de su casa y los hacen concordar con el lugar correcto en la mesa de formas.

La separación ocurre como parte de las actividades de clasificación: se separan botones redondos y cuadrados, y las conchas de mar entre lisas y corrugadas. La separación habilita a los niños a comenzar a enfocarse en las características específicas o en las partes de un todo. Posteriormente, en los grados de primaria, estas habilidades serán de utilidad. Las figuras serán separadas por el número de esquinas o tipos de ángulos.

Los niños aprenden a asociar de varias maneras una etiqueta o nombre con un objeto. Es benéfico moldear una forma en plastilina o barro. No es suficiente sólo trazar la figura. Las formas se pueden crear con palillos y malvaviscos o gomitas de dulce. Se puede moldear harina para hacer galletas y luego hornearla.

El dibujo de figuras planas puede dejarse para el primer grado. Los niños pequeños con frecuencia no tienen el control motor fino o la habilidad para discriminar las características únicas de las formas comunes y se requiere ubicar la perspectiva para dibujar las figuras espaciales. En cambio, doblar papeles de secciones de figuras espaciales, previamente dibujadas, ayudará para reconocer los diferentes lados y esquinas: se traza el patrón, se dibujan líneas discontinuas para doblar, y se usa cinta adhesiva para mantener la forma intacta. También un simple origami es una actividad artística muy agradable al igual que una lección de matemáticas.

En las aulas inclusivas, los niños con necesidades educativas especiales pueden descubrir qué objetos ruedan y cuáles son planos o separar los que tienen esquinas de los que no las tienen. El trabajo con arcilla, pinturas de agua, tableros perforados para poner estacas grandes, y con bloques iguales para hacer patrones, les ayudarán a desarrollar las habilidades espaciales.

Evaluación de formas

Observe

¿En niño puede utilizar la forma para separar y clasificar? ¿Puede concordar objetos comunes con figuras tridimensionales de espacio? Utilizando el libro de formas, ¿puede encontrar la forma que va con la historia?

Entrevista

Pida al niño que le cuente acerca de un dibujo o un collage, ¿identifica las formas? Pídale que nombre figuras planas básicas y que describa figuras espaciales en términos cotidianos, por ejemplo, un óvalo o una elipse tienen forma de huevo (seis años en adelante).

Evaluación de actuación (cinco a seis años)

- Artículos necesarios: objetos cotidianos como pelotas, botes de avena, conos para helados, cajas, triángulos (instrumentos musicales) y el ambiente natural del aula.
- Pida al niño que busque alrededor de la habitación y encuentre un ejemplo de una forma en particular. Si es necesario, muéstrole un dibujo de líneas de la figura como estímulo.

[...]

Lenguaje preciso

Para los niños pequeños un punto es un punto o una bolita en el papel. Para los matemáticos un punto en el papel es una *burda* aproximación de una idea abstracta. Un *punto* matemático es una ubicación y no tiene tamaño. No es la bolita en el papel. Y esta lógica se extiende a las curvas, las líneas y los planos.

Los maestros de infancia temprana necesitan utilizar lenguaje adulto y preciso cuando hablan de las figuras como los círculos, cuadrados, triángulos y rectángulos. Un estudio de investigación realizado por Hannibal (1999) demostró que los niños de edades entre tres y seis años son renuentes a abandonar sus nociones sobre lo que constituye una forma en particular. Se rehúsan a identificar un triángulo escaleno como un triángulo, porque “tiene muchas puntas”;

los triángulos equiláteros sólo son triángulos, y un pentágono podría ser un triángulo, porque tiene una punta. Ellos rechazan la idea de que un cuadrado es un rectángulo. La investigadora también encontró que los niños consistentemente sobrepasaban a las niñas, y la diferencia se ampliaba con la edad. Resaltó que las niñas necesitan más experiencia con la forma.

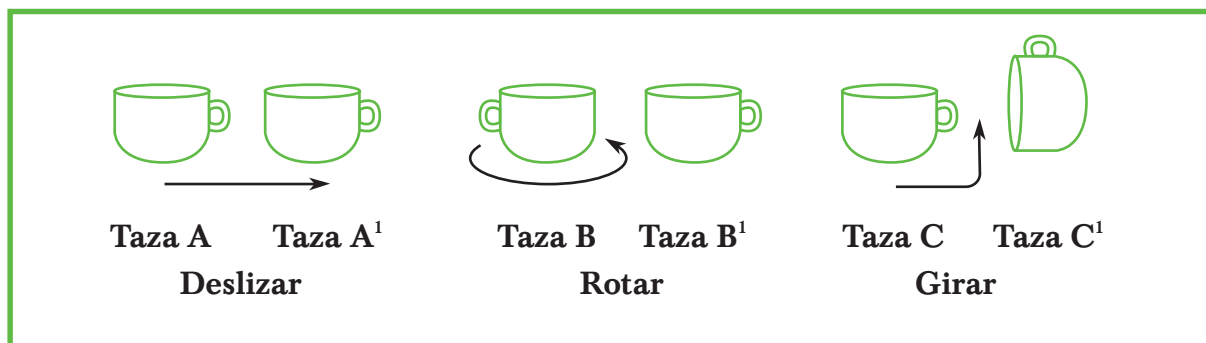
Una manera de ayudar a resolver la situación es comenzar con explicaciones matemáticas correctas desde el inicio. Hannibal escribe: “DIGAN que los triángulos tienen tres lados, o segmentos de líneas, y tres puntas, o esquinas, con todos los lados rectos y todos los lados conectados... DIGAN que los rectángulos tienen cuatro lados con lados opuestos congruentes y que tienen cuatro ángulos” [...]. Ella sugiere utilizar la esquina de un pedazo de papel para revisar los ángulos rectos; evitar referencias que sugieran que un triángulo es sólo como un pino o que el rectángulo es como una caja. Es importante utilizar tantos ejemplos diferentes como encajen en la definición, pero que no se encuentran comúnmente en los libros sobre formas.

El estudio de la topología continúa en los grados de primaria. Las plantillas de metal para las variadas figuras planas están disponibles comercialmente. Se puede trazar un óvalo dentro del trazo de un cuadrado. Los niños utilizan lápices de colores para sombrear el área que no está cubierta por el óvalo.

Es posible explorar la relación del área con el perímetro utilizando un geoplano de 11 puntos. Los niños piensan en el geoplano como una pieza de un terreno de siembra: un cerdo necesita una cierta cantidad de terreno y se pueden construir tamaños diferentes de corrales utilizando cercas hechas con ligas; una unidad de la cerca se alarga de estaca a estaca. Cada nueva configuración se registra en un papel graficado con puntos. Por otro lado, si se permite a los estudiantes tener sólo 12 unidades de cerca, el área cambiará mientras que el perímetro permanece igual.

El estudio de la *geometría de movimiento* incluye los conceptos “deslizar”, “rotar” y “girar”, porque las formas se mueven en el espacio, ya sea deslizándose, girando o rotando (figura 5).

Figura 5. Movimientos comunes hechos con una forma geométrica.

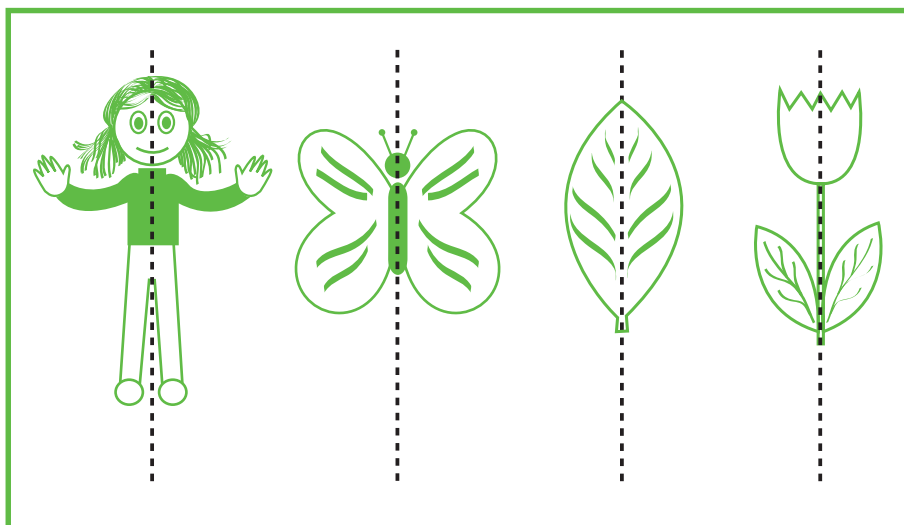


Las actividades de patrones con bloques permiten experimentar la geometría de movimiento, pues se mueven, giran o rotan, y los niños pueden crear diferentes diseños.

Las unidades que utilizan piezas de rompecabezas del tangram* y patrones de pentómino,* también estudian los conceptos de la geometría de movimiento.

La simetría añade equilibrio a un diseño y es agradable a la vista. Las líneas de simetría se encuentran cuando un objeto, una imagen o un diseño puede separarse en dos mitades idénticas. En la naturaleza, las mariposas, algunas flores, algunas hojas y las personas, tienen al menos una línea de simetría (figura 6): muchas colchas tienen líneas de simetría fáciles de encontrar y, si el patrón no es muy complicado, la tela puede ser doblada en una línea; fruta cortada, como una naranja, puede mostrar una línea vertical y una horizontal.

Figura 6. Línea de simetría.



Una forma natural de investigar la simetría es doblando papel. En las clases de arte, un pedazo de papel se dobla y se dan unos toques de pintura de colores, la parte seca se presiona contra la parte con la pintura y aparece una imagen refleja. Los diseños de copos de nieve son otra posibilidad. El papel se dobla y se cortan pequeños triángulos, luego se abre para revelar un copo de nieve simétrico.

Otra actividad favorita involucra letras del alfabeto cortadas. Los estudiantes intentan encontrar líneas de simetría. Las letras A y M tienen líneas verticales, mientras que la B y la D tienen

* El juego del Tangram se jugaba en la antigua China y era considerado como un juego para niños y mujeres. Generalmente se hacía con títeres, y lo que el público veía era la sombra de los títeres reflejada en una pantalla, los detalles de los títeres se perdían y sólo quedaba la silueta de la figura. Los chinos lograban así representar objetos inanimados, pero también animales o personas en movimiento (n. de la t.).

* Es un antiguo juego de origen árabe que admite muchas soluciones (n. de la t.).

líneas horizontales. La letra I y la O tienen ambos tipos de línea. Algunas letras como la H, la l y la O se pueden rotar 180 grados y permanecer igual.

Alrededor del tercer grado, los estudiantes están listos para estudiar las líneas de simetría en varias figuras planas. Se investiga la relación del número de líneas de simetría con el número de lados; por ejemplo, un cuadrado tiene cuatro líneas de simetría y cuatro lados. En grados más avanzados el estudio de la simetría lleva al estudio de la congruencia.

Seguir un “sendero”, “trazar una ruta” y practicar juegos con cuadrícula desarrolla el conocimiento informal de la *geometría de coordenadas*. Al utilizar un sistema de coordenadas es posible ubicar una calle en particular en un mapa de la ciudad. Los niños aprenden que cuando se da un par de números, el primero se refiere al número de la línea horizontal; el segundo es el vertical. Otra forma de pensar acerca del sistema es “hacia allá y arriba”. Un juego fácil utiliza una cuadrícula, dos estacas de colores diferentes y un dado marcado 1-2-3, 1-2-3. Cada jugada tiene una estaca. Se tira el dado. Si sale un 2, el niño lee el número y dice: “sobre dos”, y mueve la estaca horizontalmente. Luego el mismo niño tira otra vez. Si aparece el número uno, dice: “uno arriba”, y mueve la estaca un orificio en el eje vertical. Se pasa el dado al siguiente jugador. El ganador es la persona que salga primero del tablero.

Numerosas compañías publican trabajo de escritorio en el cual los estudiantes buscan puntos utilizando un sistema de coordenadas, como letras o números. Al encontrar los puntos el niño los conecta. Un objeto misterio aparece. Los estudiantes pueden hacer sus propios rompecabezas para compartir con la clase.

[...]

Bibliografía

- Carle, E. (1981), *The Very Hungry Caterpillar*, Nueva York, Philomel Books.
- Crowley, M. L. (1987), “The van Hiele model of the development of geometric thought”, en M. Lindquist y A. P. Schulte (eds.), *1987 Yearbook: Learning and Teaching Geometry K-12*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 1-16.
- Del Grande, J. J. (1990), “Spatial sense”, en *Arithmetic Teacher*, 37 (6), 14-20.
- Ehlert, L. (1989), *Color Zoo*, Nueva York, J. B. Lippincott.
- Fuys, D., D. Geddes y R. Tichler (1988), “The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents”, en *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph No. 3*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.
- Hannibal, M. A. (1999), “Young children’s developing understanding of geometric shapes”, en *Teaching Children Mathematics*, 5, 535-357.

- National Council of Teachers of Mathematics (2000), *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA (author).
- (1989), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA (author).
- Pyshkalo, A. M. (1992), *Soviet Studies in Mathematical Education. Vol. 7. Geometry in Grades 1-4: Problems in the Formation of Geometric Conception in Primary School Children. English Language Edition*, Chicago, IL, University of Chicago.
- Sanford, A. R. y J. G. Zelman (1981), *Learning Accomplishment Profile, Revised*, Chapel Hill, NC, Chapel Hill Training-Outreach Project.
- Wilson, P. S. y R. Rowland (1993), en R. J. Jensen (ed.), *Research Ideas for the Classroom: Early Childhood Mathematics*, Nueva York, Macmillan, pp.188-189.
- Van Hiele, P. (1999), "Developing geometric thinking through activities that begin with play", en *Teaching Children Mathematics*, 5, 310-316.
- Yackel, E. y G. H. Wheatley (1990), "Promoting visual imagery in young people", en *Arithmetic Teacher*, 37 (6), 52-58.

ANEXO 4

Medición (fragmentos)*

Susan Sperry Smith

La medición involucra la asignación de números de unidades a cantidades físicas (como largo, alto, peso, volumen) o a cantidades no-físicas (como el tiempo, la temperatura, o el dinero). Las cantidades físicas, como el largo de una mesa, pueden ser medidas por una aplicación repetida de la unidad *directamente* sobre el objeto. Este proceso se denomina *iteración*.

Las cantidades no-físicas, como lo es el tiempo, utilizan un método indirecto. Los relojes y calendarios son dos instrumentos que se emplean para medir el tiempo. Las mediciones de temperatura utilizan un termómetro. El dinero mide el valor, y se utilizan monedas y billetes.

Los niños pequeños descubren las propiedades del sistema formal de medición al utilizar unidades informales o arbitrarias. Estas unidades pueden ser unidades corporales: huellas dactilares, manos, pies, o el largo de sus brazos. O pueden medir con clips, bloques, *cubos Unifix*, frijoles, o las huellas de las patas de animales comunes. Los niños mayores comienzan a utilizar las unidades acostumbradas (inglesas) o el sistema métrico. Con cualquiera de los dos sistemas el método es el mismo. Sin embargo, toma muchos años antes de que una base segura o una manera de pensar, con relación a la medición, esté firme en su sitio.

Dificultades en el proceso de medición

A los niños les gusta contar para resolver problemas, pero el contar involucra objetos *discretos*, como averiguar cuántos dulces hay en la bolsa. La medición es un proceso *continuo*. Para encontrar el peso de un pedazo de chocolate, el niño necesita leer el número de unidades en una báscula. Una pieza de chocolate pesa muchas unidades, como por ejemplo tres onzas. Con agua, al verterla, x cantidad de tazas llenan una botella. Para averiguar la altura de un niño, un adulto puede utilizar una yarda y poner una línea en la pared de la cocina. Los niños

* "Measurement", en *Early Childhood Mathematics*, 2ª ed., Needham Heights, MA, Allyn & Bacon, 2001, pp. 174-191. [Traducción de la SEP realizada con fines académicos, no de lucro.]

deben hacer la transición de contar unidades separadas hacia la utilización de las unidades que varían por cantidad.

Adicionalmente, Piaget demostró que los niños son fácilmente engañados por las apariencias. Algo debe pesar más si es más grande en tamaño. De tal manera, para un niño, una pelota de ping-pong más *grande* es más pesada que una pelota de hule más *pequeña*. Dos bolas de barro comienzan iguales en *tamaño*; una bola se transforma en una serpiente y el niño podría decir que la serpiente tiene “más barro porque es más larga”. La observación completa de longitud y área puede no ocurrir hasta que el niño tiene de 8 a 8 años y medio, mientras que la medición de volumen ocurre en etapas desde los 7 a los 11 años de edad (Copeland, 1984). Alrededor de los 8 años, los niños reconocen que una bola de barro que se transformó en serpiente tiene la misma cantidad de barro, pero aún sienten que la serpiente desplazaría más agua que la bola si se le introdujera en un contenedor de agua. El concepto posterior se obtiene alrededor de los 11 años de edad (Piaget, Inhelder, y Szeminka, 1960). La medición depende del concepto de que el objeto mantiene el mismo volumen o peso aun si se mueve o se divide en partes.

Debido a que los niños varían ampliamente en sus habilidades para conservar la longitud, el área y el volumen, un maestro reflexivo guía las actividades de aprendizaje aparentemente apropiadas para el desarrollo. Una vez que el concepto de una unidad y el proceso de medir son dominados en un sistema, las mentes curiosas y jóvenes fácilmente transfieren estas relaciones de un sistema a otro. No hay necesidad de apresurar el aprendizaje más allá de la capacidad del menor.

Surge otra dificultad debido a que, aun cuando la medición es una aplicación ampliamente utilizada de las matemáticas, los niños pequeños no emplean naturalmente en la vida cotidiana herramientas de medición. Los niños piensan en comparativos: “Yo soy más alto que tú”. “Tú tienes un pedazo más grande que el mío”. “Hace demasiado frío para salir a jugar”. Ellos no usan una regla para medir sus escritorios, ni pesan la fruta en una báscula en el mercado. Las actividades de medición deben involucrar ideas que los niños puedan disfrutar y que tengan significado en sus vidas...

Longitud y altura

El estudio de la longitud comienza generalmente al utilizar unidades informales, como son los dedos pulgares, clips o pedazos de gis. Los niños miden objetos cotidianos como los libros, cajas

y lápices con estas unidades no estandarizadas. Pueden dibujar y escribir cuentos acerca de sus hallazgos (Within y Gary, 1994). Encaran objetos más grandes, como un escritorio; la investigación continúa. Tal vez sería mejor medir el escritorio utilizando impresiones de la mano; un aspecto del proceso se aclara: unidades de diferentes tamaños ayudan a dar velocidad a la actividad.

El maestro muestra al grupo una regla. Una animada discusión se centra en preguntas como: “¿Qué es una regla?”. “¿Tienes una en casa?”. “¿Quién usa una regla?”. “¿Para qué son las marcas?”. “¿Para qué son los números?”. Hablar sobre las herramientas de medición establece la base para construir reglas.

Volumen y capacidad

Las unidades fundamentales de volumen son la pulgada cúbica o el centímetro cúbico. Las pulgadas cúbicas se combinan para formar pies cúbicos y yardas cúbicas. Los centímetros cúbicos forman el litro ($1\ 000\text{ cm}^3$). Adicionalmente, un centímetro cúbico es un mililitro. Un bloque de madera es una buena medida arbitraria de volumen. Primero, los niños calculan cuántos bloques necesitarán para llenar una caja. Luego, llenan las cajas con cubos de una pulgada o de un centímetro, los cuentan y registran los resultados.

El mismo volumen puede tener muchas formas. Los niños construyen diseños con un cierto número de bloques; por ejemplo 12 bloques. La regla es que cada bloque debe estar pegado a otro por uno de los lados. Un maestro flexible puede desear utilizar cubos de azúcar. Los niños pegan sus diseños en bloques y muestran su creatividad. Debido a que los cubos vienen en tamaños estándar (1 pulgada o 1 centímetro), al igual que en tamaños no estándar (2 centímetros), la unidad de cubos estándar es una herramienta importante para resolver problemas tempranos sobre volumen.

Muchas personas utilizan el término *capacidad* para el volumen líquido. Ellas comentan: “El tanque de gasolina de mi auto tiene 14 galones de capacidad”. Las unidades formales o no estandarizadas de capacidad incluyen el uso de frascos vacíos de comida para bebé para llenar varios contenedores (Liedtke, 1993). El agua con color vegetal da a los niños una imagen de qué tan lleno está el frasco de una manera clara. Unidades estándar comunes de capacidad incluyen la taza,* la pinta (0.47 lts) y el cuarto.

* Medidas del sistema inglés: taza = 8 onzas, pinta = 0.4732 lts., cuarto = 1/4 de galón. Un galón en los Estados Unidos de América es igual a poco menos de 4 litros (3.785 litros), el galón inglés equivale a 4.5454 litros [nota del trad.].

Peso y masa

Técnicamente, *peso* es el término utilizado en el sistema de medición inglés. El peso se refiere a la masa más los efectos de la gravedad. Una persona pesa menos en la luna porque la fuerza de gravedad en la luna es de alrededor de una sexta parte de la que hay en la tierra. En el sistema métrico, *masa* es el término utilizado para la cantidad de material en un objeto.

Los niños pequeños utilizan el término *peso* porque ellos lo escuchan con frecuencia en la vida cotidiana. El doctor pesa al bebé en cada consulta. El cajero del supermercado pesa la fruta para saber cuánto cobrar. Simplemente al sostenerlas o levantarlas, algunas cosas se sienten más pesadas que otras. En la escuela, el maestro pregunta a un niño: “¿cuál caja de cereal parece más pesada?” (una caja está llena, la otra está casi vacía). Sin embargo algunas veces la sensación física es muy ambigua. Los niños necesitan balanzas de charola y de resorte para verificar sus estimados. Los maestros compran balanzas o las elaboran con materiales simples, como un gancho para ropa, cuerda y dos platos soperos de plástico.

(...)

Enseñanza guiada-cantidades no-físicas

Tiempo

El tiempo involucra duración, o cuánto tiempo toma algo (tiempo transcurrido), y secuencia. Una secuencia es el concepto de edad. De acuerdo con Piaget, un niño de 5 años puede creer que es mayor que su hermano pequeño porque él es “más grande”. Pero mamá y la abuela son de la misma edad, ambas son “viejas”. La abuela no es mayor que la mamá porque el envejecimiento se detiene cuando creces. El tamaño físico se confunde con el tiempo. Para Piaget, los niños comprenden tanto la *sucesión* de eventos (la gente nace en años diferentes o en un orden de tiempo) como la *duración* (si yo soy 3 años mayor que mi hermano, siempre tendré 3 años más) alrededor de la edad de 8 años (Copeland, 1984).

Una meta del *currículum* de preescolar y jardín de niños es ayudar a los niños a secuenciar los eventos en el programa cotidiano. Una gráfica con imágenes de “Nuestro horario diario” se enfoca en ordenar actividades recurrentes comunes, como la hora del cuento o el horario para estar afuera (Schwartz, 1994). Algunos eventos, como nadar o ir al gimnasio, ocurren una o dos veces por semana. Un horario semanal ayuda a los niños a anticipar el día de mañana y el día siguiente. A partir de calendarios semanales en los que se enfatizan actividades clave, el

maestro puede hacer una transición hacia un calendario tradicional. En éste, los eventos especiales como cumpleaños y días festivos crean interés en los numerales y en los meses. Los niños de preescolar y jardín de niños necesitan tener experiencias con el calendario que encajen con su perspectiva particular sobre el tiempo. Estos métodos que registran la secuencia permiten al maestro planear actividades de tiempo centradas en el niño.

El concepto de duración, o de cuánto tarda algo, ocupa un lugar importante en el *currículum* del tiempo. Los relojes de arena y los relojes de arena de cocina de 3 minutos registran la duración y dan una sensación de intervalos de tiempo. Por ejemplo, los niños cierran sus ojos y los abren cuando piensan que ya pasó un minuto. Se pueden encontrar muy buenas ideas curriculares sobre el minuto en *Family Math [Matemáticas familiares]* (Stenmark, Thompson y Cossey, 1986).

Las actividades de aula cotidianas proporcionan oportunidades para calcular el tiempo. Por ejemplo, los niños hacen una conjetura sobre cuánto tiempo tomará copiar un cuento, o colorear un dibujo, o arreglar el pizarrón de anuncios del salón. Las salidas de campo proporcionan oportunidades para calcular el tiempo. ¿Cuánto tiempo toma el viaje en tren alrededor del zoológico? ¿A qué hora necesitamos abordar de nuevo el autobús para estar de regreso en la escuela a las 3:00 p. m.?

Resumen

La medición incluye muchos atributos, como el número y las unidades, la unidad apropiada, y la respuesta exacta o aproximada. Las herramientas de medición incluyen una variedad de reglas, contenedores, escalas, y termómetros. El nivel de comprensión del niño sobre los conceptos de medición se desarrolla a través de muchos años y varía ampliamente de un niño a otro. Todos estos complejos factores hacen al proceso enseñanza-aprendizaje un proceso muy complicado. El tiempo utilizado en dominar un sistema de unidades de una manera profunda dará resultados en el estudio posterior de otras unidades. La paciencia, escuchar las explicaciones de los niños sobre el proceso, y mucha práctica, fomentan el éxito.

Referencias bibliográficas

- Piaget, J., B. Inhelder y A. Szeminka (1960), *The child conception of geometry* (E. A. Lurnzer, Trans.), Nueva York, Basic Books.
- Within, D. J. y C. C. Gary (1994), "Promoting mathematical explorations through children's literature", en *Arithmetic Teacher*, 41, pp. 394-399.
- Copeland, R. W. (1984), *How children learn mathematics*, 4ª ed., Nueva York, Macmillan.
- Schwartz, S. L. (1994), "Ideas: Measurement scavenger hunt", en *Arithmetic Teacher*, 41, p. 253.
- Stenmark, J. K., V. Thompson y R. Cossey (1986), *Family math*, Berkeley, University of California.

ANEXO 5

¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático en los niños de preescolar? La importancia de la presentación de una actividad*

M. en C. Irma Fuenlabrada**

Referentes

La Secretaría de Educación Pública editó recientemente el *Programa de Educación Preescolar 2004* para orientar, a partir del ciclo escolar 2004-2005, el trabajo de las educadoras. La renovación curricular inmersa en dicho Programa, implica *una apertura metodológica y una inclusión de contenidos (o su caracterización)* que, de manera significativa, resultan ajenos tanto a las prácticas docentes dominantes, como a las temáticas que ordinariamente se han abordado en el nivel.

Los contenidos referidos al desarrollo del Campo Formativo del Pensamiento Matemático del preescolar, señalados en el Programa citado, refieren a diferentes pesos curriculares que este mismo programa adjudica a las diversas temáticas, a saber:

- El Número (50%), que los niños:¹
 - Utilicen los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios del conteo.
 - Planteen y resuelvan problemas en situaciones que les sean familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.

* Elaborado *ex profeso* para esta guía.

** Cinvestav-DIE, México.

¹ Las temáticas enlistadas son las genéricas de las que aparecen en el *Programa de Educación Preescolar 2004*, porque la resolución didáctica de éstas conllevan a las específicas.

- Reúnan información sobre criterios acordados, representen gráficamente dicha información y la interpreten.
 - Identifiquen regularidades en una secuencia a partir de criterios de repetición y crecimiento.
- El Espacio (18%), las Figuras (18%), y la Medida (14%), que los niños:
 - Reconozcan y nombren características de objetos, figuras y cuerpos geométricos.
 - Construyan sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial.
 - Utilicen unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo.
 - Identifiquen para qué sirven algunos instrumentos de medición.

Se hacen necesarios entonces, entre otras acciones, espacios de reflexión que coadyuven a las educadoras a reorientar su trabajo docente en concordancia con los nuevos lineamientos editados por la SEP. Particularmente, en esta presentación nos ocuparemos de la sutil diferencia, con base en tres ejemplos, entre plantear a los niños situaciones que pongan en juego sus saberes previos y sus posibilidades cognitivas; es decir, que la resolución de la situación los comprometa a un trabajo intelectual que les permita interactuar con los conceptos matemáticos que se desea aprendan.

Ubicación de la problemática

Las prácticas docentes dominantes (Nemirovsky *et al.*, 1990) evidencian un universo limitado del conocimiento matemático que se desarrolla con los niños de preescolar. Las educadoras –en analogía a lo que hacen los maestros de la escuela primaria– han priorizado, de la enseñanza de la matemática, los contenidos aritméticos (números y cuentas) en detrimento de los contenidos geométricos (el espacio, las figuras). Y, a veces, algunas prácticas de enseñanza no han sido muy afortunadas, como es el caso del número, en que se observa una tendencia generalizada a suponer –con base en una equivocada interpretación de la Teoría Psicogenética– que siendo la síntesis de la seriación, la clasificación y el orden, significa en términos de enseñanza realizar diversas actividades de seriación (verde, rojo, amarillo, verde, rojo, amarillo...; cuadrado, círculo, triángulo, cuadrado,..., etcétera); de clasificación (con criterios cualitativos: los grandes vs. los chicos; los rojos vs. los azules, etcétera), y de orden (organizar palitos por tamaños: del más chico al más grande, etcétera). Pero Piaget se refería a la clasificación de colecciones desde criterios cuantitativos; es decir, van juntas todas las colecciones que tienen el mismo número de objetos, por ejemplo, 6 elementos, en otro paquete están las que tienen 8 o 3, etcétera, independientemente de las cualidades de los objetos que constituyen a las co-

lecciones. Estos “paquetes de colecciones” se pueden ordenar, también en atención a un criterio cuantitativo: un paquete va después de otro si las colecciones que lo conforman tienen un elemento más que las colecciones de otro paquete; así, las que tienen 6 objetos van después de las que tienen 5, porque todas las colecciones que están en el paquete del 6 tienen un elemento más que cualquiera de las que pertenecen al paquete del 5. Finalmente este orden construye una serie: 1, 2, 3, 4, etcétera.

Datos empíricos sobre la enseñanza de la matemática en la educación preescolar señalan que las educadoras se han ocupado fundamentalmente de que los niños aprendan e identifiquen los símbolos de los números, quienes acertadamente sólo lo hacen con los primeros (hasta el 10), reducen las actividades al conteo de colecciones pequeñas para que los niños escriban las cardinalidades² correspondientes y viceversa, a partir de un número les piden a los niños que dibujen una colección cuya cardinalidad sea el número dado; de esta manera, en muchas clases de preescolar se observa: “la clase del uno, luego la clase del dos, para seguir con la clase del tres, etcétera”;³ más adelante aparecen las sumas y restas con los números encolumnados, los signos (+, -) y la rayita para separar el resultado. Otras educadoras realizan las actividades descritas, pero consideran que trabajar sólo con los primeros números es demasiado poco, así que extienden la serie numérica oral y escrita (ya sin relacionarlas sistemáticamente con las colecciones, llegan hasta el 100 y algunas más osadas hasta el 1 000), y también “enseñan” sumas y restas de números, pero con números de dos cifras, sin transformación.⁴

Respecto al trabajo con la geometría al que, como se señalara, se le da menos importancia que al de los números, los niños correlacionan algunas figuras geométricas con su nombre (cuadrado, rectángulo, triángulo, círculo), iluminan figuras, las recortan y las pegan; hacen algunas configuraciones con ellas. En relación con el manejo del espacio, circunscriben éste a las relaciones: adelante, atrás, arriba, debajo, derecha e izquierda (esto último sin mucho éxito), y en ningún caso se desarrolla con la importancia requerida la relatividad de estas relaciones. Por ejemplo, situaciones en las que un objeto esté arriba de otro, pero debajo de un tercero, casi no aparecen.

² Cardinalidad es el número de objetos que tiene una colección.

³ Para cada clase se recurre a una colección, a la escritura del número correspondiente, al dibujo, etcétera.

⁴ Los niños muestran “comprensión” de la serie oral y escrita de los números con base en las regularidades de estas series (se atorán, por ejemplo, en el 29, se les ayuda un poquito: 30; y siguen 31, 32, etcétera, o bien escriben 204 para el “veinte-cuatro”; no reconocen por qué 24 es diferente que 42, cuando estos números no están ubicados en la serie numérica escrita. Tales ausencias o confusiones no son banales, un aprendizaje eficiente y eficaz conlleva el desocultamiento de las leyes de los sistemas numéricos de base y posición, que a su vez sustentan los algoritmos de las operaciones. Pero esto es competencia de los primeros dos años de la escuela primaria y de ello no nos ocuparemos, puede consultarse (Block *et al.*, 1991).

Alternativas posibles

Las prácticas docentes, sucintamente descritas, evidencian lo señalado en cuanto al universo limitado del conocimiento matemático que se desarrolla con los niños de preescolar, a lo que se agrega una ausencia de recursos didácticos. Con base en el nuevo *currículum* y el enfoque para la enseñanza suscrito por la SEP (2004), las educadoras necesitan de una redefinición de sus concepciones disciplinarias que les posibilite orientar sus acciones en el proceso de enseñanza, en apego a una resolución didáctica que responda de manera más coherente a lo que actualmente se conoce sobre el proceso de aprendizaje infantil de la matemática.

Lo que la investigación en didáctica de la matemática ha mostrado en los últimos 30 años de desarrollo, es que los niños aprenden interactuando con el objeto de conocimiento. Una manera concreta de realizar esto es plantear problemas que reten los saberes y las experiencias de los niños, quienes necesariamente, *si se les permite*, los pondrán en juego para resolverlos.

En esta presentación se recurre al análisis de algunas situaciones, anticipando que si bien éstas son realizables en el preescolar, no corresponden necesariamente al inicio del proceso de aprendizaje del número, ni al de la geometría como tampoco al de la medición; simplemente se pretende abrir un espacio de reflexión sobre lo señalado en el párrafo anterior.

El número

Para trabajar con los números, por ejemplo, no es lo mismo pedirle a Genny que saque *seis crayolas* de un bote, que quizá lo pueda hacer y de no ser así la educadora le “ayudará a contarlas”, que pedirle que *tome del bote de las crayolas, las que se necesitan para que a ella le toque una y pueda darle una a cada niño de su equipo (6), de tal manera que no le sobre ninguna crayola.*

La situación así planteada permite un diálogo entre el alumno y el problema, y éste es posible si a Genny le queda claro en qué consiste la tarea; pero en la forma en que se le presentó no recibe ningún señalamiento sobre cómo debe (o se espera) que actúe. De hecho, no se necesita que Genny haya recibido las “clases de los números”; quizá lo único que sepa es la serie oral de los primeros números, o a lo mejor ni siquiera esto. Pero ello no significa que no pueda hacer algo para resolver la situación que se le propuso.

Antes de comentar las posibilidades de Genny, cabe precisar que la libertad de actuación que se le concedió está posibilitada por las características de la tarea propuesta. En *Teoría de las Situaciones Didácticas*, Brousseau (1998) define a este tipo de actividades como adidácticas, representan un momento de una situación didáctica,⁵ porque son situaciones que el maestro

⁵ Una situación “no didáctica” puede producir aprendizaje, pero a diferencia de la situación didáctica, en la primera no hay alguien que tenga expresamente la intención de enseñarle a otro.

asume (y por tanto propone) para propiciar aprendizajes en sus alumnos. En las situaciones adidácticas el maestro se repliega de alguna manera, observando lo que sus alumnos ponen en juego para resolverlas, cuestiona sus procedimientos en caso necesario, pero procura no indicarles cómo resolverlo.

Nótese que en la situación-ejemplo, en ningún momento se le dice a Genny que cuente, *esto es algo que hará si sabe hacerlo y si además lo considera conveniente y útil*; si es el caso, contará a los niños de su equipo (incluyéndose) para saber cuántas crayolas debe tomar, después contará las crayolas correspondientes y estará segura que con esta manera de proceder garantiza que a cada uno le tocará una crayola y no le va a sobrar ninguna.

También puede suceder que aunque Genny sepa contar (hasta el seis o un poco más), todavía no reconozca que contar es una estrategia que le permite resolver la situación. Los números y el conteo son conocimientos que el niño debe aprender, pero esto significa *prioritariamente* que su maestra, en su intervención como docente, le dé la posibilidad de *ir descubriendo las funciones y el uso de ese conocimiento*; es decir, que vaya teniendo la oportunidad de reconocer: ¿qué tipo de problemas se resuelven con el conteo? y ¿para qué sirven los números?

Pero si Genny está en la situación descrita, todavía no sabe contar o ni siquiera sabe escribir los números, puede, por ejemplo –y es lo que muchos niños hacen–, establecer una correspondencia uno a uno entre las crayolas que va tomando y el nombre de cada destinatario (una para Juanito, otra para Pedrito, etcétera) y así resolver lo que se le solicitó.

Cabe destacar que Genny, como muchos niños que inicialmente establecen, para comparar colecciones, para igualarlas, para construirlas..., correspondencias uno a uno de manera espontánea (en el ejemplo: nombre de un compañero-una crayola), no necesita que nadie se la “enseñe”, sólo recurren a su conocimiento y a su experiencia, el que poseen en el momento de enfrentar una situación que implica al conteo. Se trata de un proceso de aprendizaje por adaptación, el niño logra desarrollar una estrategia para resolver el problema, pero no necesariamente es consciente de que en su acción subyace un nuevo conocimiento susceptible de evolucionar (hacia conocimiento constituido); en este caso, hacia el proceso de conteo (y a la representación simbólica de los números) que conlleva establecer también una relación uno a uno, sólo que en éste, la relación se establece entre los objetos de la colección que se están contando y la serie numérica oral (uno, dos, tres, etcétera), que irá aprendiendo conforme se involucre en diversas situaciones en que contar tenga sentido, que a su vez le van revelando que el último número que se nombra es el que indica cuántos elementos tiene la colección contada.

Las diversas situaciones en las que contar tiene sentido, son los problemas que involucran a una operación, que los niños de preescolar resuelven realizando el conteo de diversas maneras, en función de *las relaciones semánticas entre los datos* y no con las operaciones que la

matemática ha establecido para solucionarlos. A fin de ilustrar esto, revisemos los siguientes problemas:

1. Erick tiene 2 canicas rojas y 5 canicas blancas. ¿Cuántas canicas tiene Erick?
2. Erick tiene 2 canicas rojas y su mamá le regaló 5 canicas blancas. ¿Cuántas canicas tiene Erick?
3. Erick tiene 7 canicas, le regala 2 a su hermana y las otras a su mamá. ¿Cuántas canicas le regaló Erick a su mamá?
4. Erick tiene 2 canicas, pero quisiera tener 7. ¿Cuántas canicas le faltan a Erick para tener 7 canicas?

El problema 1 sugiere poner 2 canicas (en su defecto semillitas) en un lado, 5 en otro, juntarlas y contar desde el 1 toda la colección para obtener como resultado 7. El problema 2 se resuelve con la misma operación ($2+5$) que el problema 1; sin embargo, para solucionarlo, como todavía no saben sumar, los niños recurren al conteo, pero ahora se trata (para ellos) de una organización del conteo diferente a la que utilizaron en el problema 1, a saber: ponen 2 y agregan a esa colección 5 más, al terminar cuentan la colección resultante desde el 1 y obtienen 7.

Los problemas 3 y 4 son de resta ($7-2$), pero los niños no saben “restar”, lo que sí saben es contar pequeñas colecciones y esto es precisamente lo que utilizan. Para el problema 3 ponen 7 canicas, parten la colección en 2 y 5, porque Erick le regaló 2 a su hermana, las canicas de la otra colección son las que cuentan, así averiguan que la mamá recibió 5 canicas de su hijo. Mientras que en el problema 4 optan por poner las 2 canicas que tiene Erick, agregan las canicas suficientes para llegar al 7, el conteo ahora parte del 3 hasta llegar al 7; controlan para no confundir las que agregaron con las 2 primeras, cuentan desde el 1 hasta el 5, para encontrar el resultado.

Como se puede observar, no se requiere tomar números muy grandes (como muchas educadoras, e incluso profesores de la primaria han supuesto) para complejizar la actividad intelectual de los niños, sobre los números y sus relaciones. Desde luego, hay muchos más problemas diferentes a los descritos, que implican la suma y la resta entre el 2, el 5 y el 7, pero éste no es el espacio para analizarlos,⁶ como tampoco lo es para analizar el proceso de representación de los números (Fuenlabrada, 2001).

El espacio y las figuras (geométricas)

Lo que permite a los bebés, entre otras cosas, reconocer su biberón o cualquier otro objeto familiar, es precisamente la posibilidad que tienen de percibir su forma. Asimismo, los niños, desde antes de su ingreso al preescolar y dada su necesidad de desplazamiento en el espa-

⁶ ¿Cuántas canicas tiene Erick? *Las relaciones semánticas entre los datos de un problema*, de Irma Fuenlabrada (en prensa).

cio, también van reconociendo las relaciones espaciales (la ubicación de los objetos entre sí y desde un punto de referencia en particular), así son capaces de realizar diferentes trayectos para desplazarse, por ejemplo, desde su recámara hacia la cocina, por citar una de las múltiples trayectorias que pueden ejecutar, porque se han construido un mapa mental de su espacio cotidiano.

Es decir, el conocimiento del espacio, las diversas formas de los objetos que en él existen y su ubicación en éste, es un conocimiento temprano que los niños van construyendo de manera natural (en situaciones no didácticas), para adaptarse al mundo tridimensional en que se ven inmersos. En cambio, siendo la geometría una matematización (o modelización) del espacio, su aprendizaje requiere ser enseñado, porque responde a una particular manera de representar el espacio. De esta manera, desde las diferentes formas que un niño pequeño puede reconocer en los objetos, algunas de ellas son objeto de estudio de la geometría y otras no.

Mientras que la forma de un biberón resulta muy interesante para un bebé, la forma rectangular de una ventana le tiene totalmente sin cuidado, pero no es así para la geometría; mientras para un niño pequeño la imagen mental de su espacio cotidiano le es suficiente para resolver sus problemas de ubicación y desplazamiento en él, para la geometría lo importante es la representación gráfica de ese espacio y su manipulación simbólica, el mapa de una ciudad, por ejemplo.

Una manera muy general de establecer la diferencia entre los problemas espaciales (propios del nivel preescolar) y los problemas geométricos, es señalar que los primeros se relacionan más francamente con la resolución de situaciones cotidianas de desplazamiento y ubicación; mientras que los segundos tienen que ver con el espacio representado a través de figuras y dibujos.

En preescolar, así como en el primer ciclo de la escuela primaria, se persigue que los niños amplíen su conocimiento sobre el espacio, poniéndolos en situaciones de comunicación con algo que ya saben: ubicar objetos y desplazarse. En el proceso de comunicación explicitan, a través del lenguaje oral o con diagramas simples: la ubicación de objetos, puntos de referencia consecutivos y relaciones espaciales (que conforman un sistema de referencia).

En la expresión: *el libro está adentro de la caja que está arriba de la mesa que está entre el estante y el bote de basura*. El libro es el objeto que se está ubicando, la caja, la mesa, el estante y el bote de basura son puntos de referencia consecutivos, mientras que “adentro, arriba y entre” son relaciones espaciales.

Es posible que los niños sean capaces de ejecutar consignas como la descrita y realizar el proceso inverso, es decir, elaborar las consignas para que otros las lleven a cabo. La elaboración que los niños hacen de las consignas, es posible que en principio las comuniquen a través de la oralidad; luego lo harán mediante un dibujo simple. Evidentemente, producir e interpretar a través de un dibujo, es una tarea más compleja que hacerlo con la oralidad. Análogamente

se espera que los niños comuniquen e interpreten desplazamientos en el espacio, descritos de manera verbal o gráfica.

Cabe señalar que ambas actividades –la ubicación de un objeto o los desplazamientos– involucran el control de puntos de referencia y de relaciones espaciales, y se diferencian en que para ubicar un objeto, los niños se ven en la necesidad de interpretar la consigna verbal (no es el caso del dibujo) “en sentido contrario” al que fue elaborada; es decir, en el ejemplo, retienen la información sobre el objeto (el libro), pero ubican primero el basurero o el estante, luego la mesa, para seguir con la caja; en cambio, la consigna de un desplazamiento la realizan en franca correspondencia con la instrucción recibida.

A diferencia del trabajo con el espacio, en la geometría (del nivel preescolar o el inicio de la primaria), para muchos niños son sus primeras experiencias para empezar a desarrollar sistemáticamente su percepción geométrica, trabajando con las figuras y los cuerpos.

En relación con el trabajo con la geometría, particularmente con las figuras geométricas,⁷ analicemos la siguiente situación:

Supongamos, sólo por dramatizar y ponernos en un caso extremo, que la maestra de Mariana un día decide darle “la clase del cuadrado”; para ello le muestra la figura, le dice cómo se llama y aprovecha para que la niña repase (o empiece a aprender los colores), practique el recorte y el pegado; otro día, de manera análoga y a través de las mismas u otras manualidades, la maestra le presenta a Mariana el triángulo, luego quizá el rectángulo o el círculo. En el mejor de los casos, el recaudo de esas clases para Mariana será que logre, antes de ingresar a la primaria, identificar las figuras con su nombre, pero el desarrollo de su percepción geométrica ha tenido pocas oportunidades de realizarse.

Resultaría más productivo para el aprendizaje geométrico de Mariana, que su maestra le diera las figuras del Tangram (figura 1),⁸ así en una misma oportunidad aparecen el cuadrado, el triángulo y una misteriosa figura llamada romboide. ¿Qué se le puede proponer a Mariana para que ponga en juego no sólo su percepción geométrica sino que, además, le ayude a desarrollarla?

Una posibilidad entre otras, es pedirle que *de esas figuras tome las que le sirvan para cubrir la flecha dibujada en una hoja* (figura 2).

Es válido que la maestra explore, en el momento de entregar los Tangram, si sus alumnos ya conocen el nombre de alguna de las figuras; incluso, si lo desconocen, puede dárselos con

⁷ Se escoge esta situación a partir del interés observado en las educadoras por esta temática: las figuras geométricas.

⁸ El trabajo en el preescolar con diversos rompecabezas (Fuenlabrada, *et al.*, 1996) es muy importante para desarrollar la percepción geométrica. En esta presentación sólo nos ocuparemos del Tangram porque, como se anticipará, interesa destacar el trabajo con las figuras geométricas, a lo que se agrega la posibilidad de construir con sus piezas distintas imágenes (peces, figuras humanas, etcétera), en función de diferentes ubicaciones espaciales de las mismas, a diferencia de las posibilidades que dan otros rompecabezas comerciales, en los que la solución es única.

Figura 1.⁹

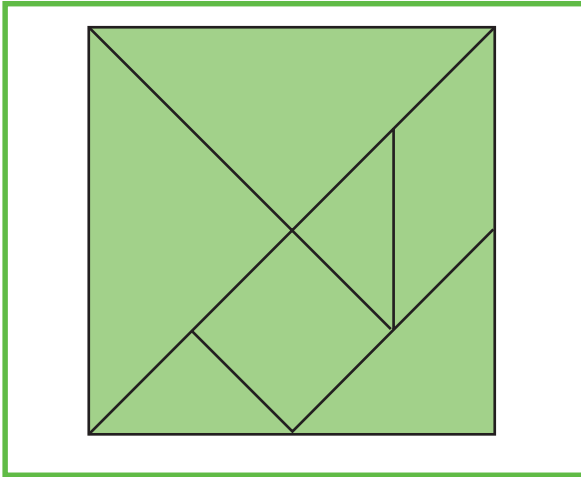
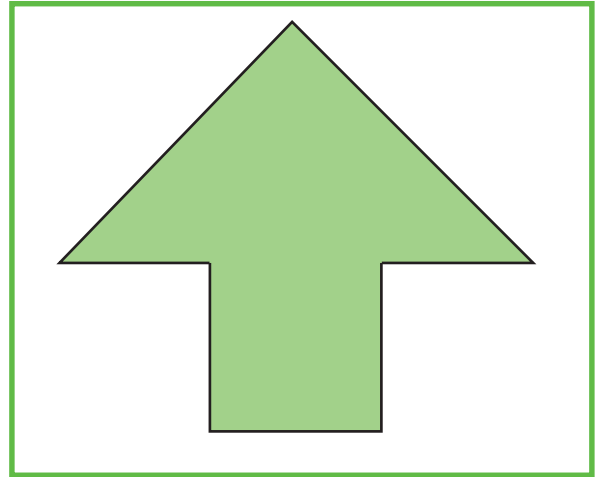


Figura 2.



el fin de facilitar la comunicación, “a las cosas viene bien nombrarlas por su nombre”, pero la relación figura-nombre no es la parte nodal de la clase; los nombres de las figuras ya se los irán aprendiendo Mariana y sus compañeros.

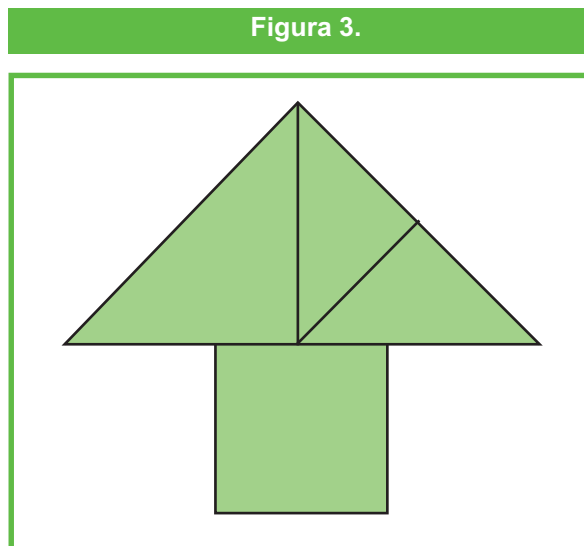
Lo esencial es qué hacen los niños para resolver la situación: ¿qué figuras seleccionan?, ¿cuántos intentos hacen para colocar una figura en el lugar que ellos creen que se puede poner?, ¿la desechan?, ¿intentan con otra?, ¿acomodan y reacomodan una figura en particular y no atinan a ubicarla?

En esas acciones fallidas o exitosas, los niños ponen en juego su percepción de la flecha contra las figuras disponibles del Tangram que, por cierto, una vez que toman una figura que les sirve se inutiliza al menos otra. Así que, como en el Tangram no hay ninguna figura que tenga la forma del dibujo, tienen que empezar a “mirar las figuras ocultas” en la flecha, que explícitamente no están, pero que ellos perciben, empiezan “a ver”: un triángulo y un cuadrado y dejan de considerar al romboide, parece que por el momento no hay nada que sugiera utilizarlo. Pero, ¿será que sirve el cuadrado que tienen?, y de los triángulos, ¿cuál? o ¿cuáles?, ¿serán dos o tres? No hay de otra..., tienen que probar.

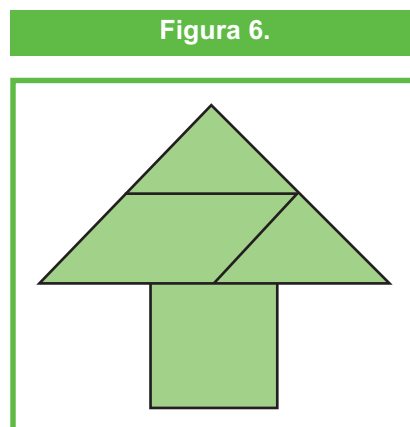
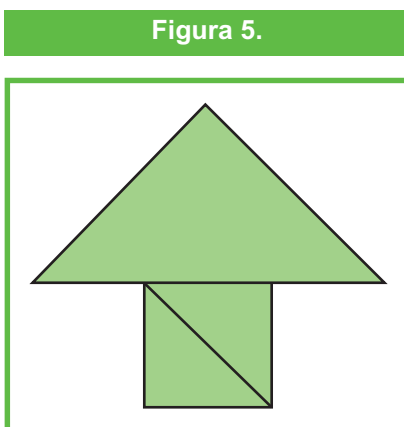
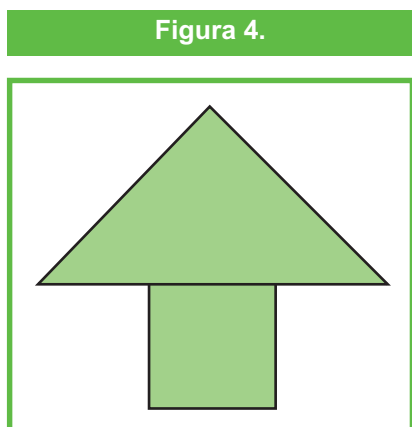
Mariana se decide por el cuadrado y el triángulo mediano, el primero le sirvió y al colocar el segundo, queda el espacio de un triángulo de igual tamaño que el que ya puso..., no hay problema, lo bueno es que, ¡todavía quedan triángulos!, pero ¡ninguno del tamaño que ella necesita! ¿Será que su compañerito de banca le quiera prestar el triángulo que ella necesita? No, no está dispuesto, la maestra dijo que cada quien con su Tangram..., Mariana tendrá que resolverlo con sus figuras, observa los triángulos y se da cuenta que los dos pequeños pueden

⁹ Las figuras del Tangram se obtienen de cualquier cuadrado (como se muestra en la figura) y consiste en dos triángulos grandes, uno mediano, dos chicos, un cuadrado y un romboide.

servirle, intenta colocarlos y “no se dejan”, “pero tiene que poderse (piensa), se ve como que sí”; cada vez está más segura, ¡por fin lo logra! (figura 3).



Algunos niños, como lo hizo Mariana, utilizarán el cuadrado, el triángulo mediano y los dos chicos; sin embargo, otros optarán por un camino más sencillo usando el cuadrado y el triángulo grande (figura 4); a unos les parecerá mejor usar sólo triángulos: el grande y los dos chicos (figura 5); mientras algunos más podrán doblar a esa figura “chueca”: el romboide (figura 6).



Evidentemente el problema de la *flecha* admite varias soluciones, cada una en función de la percepción geométrica de los niños. La aparición de tales soluciones, sólo es posible si la maestra de Mariana deja a sus alumnos que resuelvan la situación por sí mismos, como se observó en el caso ya analizado de Genny, cuando decide usar la relación uno a uno para resolver el problema de las crayolas.

Cabe destacar que el trabajo intelectual de Mariana y del resto del grupo, en sus intentos por resolver el problema propuesto, es totalmente geométrico y dista, por mucho, del que tienen que realizar en las “clases del cuadrado o del triángulo” descritas inicialmente, cuyo recaudo son las manualidades. En ambas situaciones –las clases de las figuras y las del Tangram–, los niños empiezan a reconocer los nombres de las figuras.

Puede suceder que algunos niños presenten más dificultades que otros; en estos casos, la educadora, al observar sus intentos, los retoma y les presta un poco de ayuda, ello es particularmente recomendable en los casos en que los niños se estén desesperando. Por ejemplo, si Mariana insistiera en colocar un segundo triángulo mediano (que no existe en el Tangram), su maestra podría sugerirle que utilizara uno de los chicos, incluso dependiendo de las posibilidades de Mariana, podría hasta colocárselo y animarla a que complete lo que falta de la flecha.

En las actividades geométricas, a diferencia de las relacionadas con los números (las aritméticas) y las de medición, es más factible el trabajo individual que el de parejas y, en menor medida, el de equipo, porque las acciones se sustentan en lo que el niño percibe, que no siempre coincide con su compañero. Los proyectos de acción, en situaciones de este tipo, son muy personales, difícilmente las posibilidades de solución son comunicables porque conllevan a ejecuciones muy inmediatas: “se ve y se intenta”.

La medición

Desde antes de ingresar al preescolar, los niños han tenido diversas experiencias de distintas magnitudes, principalmente con la longitud, el peso, la capacidad y el tiempo. Desde luego que su conocimiento ha estado básicamente relacionado con los efectos de estas magnitudes en sus actividades cotidianas. Así, saben que su casa está más lejos de la casa de su abuelita que del mercado; que unos juguetes son más pesados que otros, unos los pueden cargar y necesitan ayuda para levantar otros o moverlos de lugar; hay juguetes o cacharros de la cocina que les sirven para contener agua pero otros no; asimismo, han registrado el paso del tiempo, por el suceder secuencial de los eventos, por la frecuencia de su repetición, aunque para ellos no es lo mismo dos horas de juego, que dos horas de visita de su mamá a la casa de su amiga, cuando ellos tienen que “comportarse”.

En cambio sus experiencias con la medición de esas magnitudes, refieren a un conocimiento nominativo de las mismas; es decir, expresiones como: “tres metros de listón”, “un kilo de frijoles”, “dos litros de leche” o “en media hora llega tu hermana”, les son familiares, pero no les significan mucho más allá que una manera de hablar.

En preescolar el trabajo sobre la medición involucra la interacción con las magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, a través de *la comparación, la estimación y la medición con unidades no convencionales*. Hay una tendencia general en las prácticas de enseñanza

dominantes, a disociar los distintos componentes de un concepto, en un intento de hacer “más accesible” el conocimiento a los niños; pero esto en lugar de favorecer el aprendizaje lo obstaculiza, fundamentalmente se minimiza su funcionalidad.¹⁰ Es como si se quisiera que los niños apreciaran la belleza de una pintura, sólo que en vez de mostrárselas completa la tapáramos con una franela e hiciéramos un orificio, para que nada más vieran un pedacito, luego moviéramos el orificio para mostrarles otro pedacito, y con esta manera de proceder pretendiéramos que se fueran haciendo una idea completa de la pintura en cuestión, ¿no sería más sensato que los dejáramos ver la pintura completa y luego ir analizando con ellos los detalles?: hay una casita..., no, parece que son dos, hay una atrás; tres personas están conversando; cerca de los árboles hay unos niños jugando con un perro, etcétera.

En preescolar suelen aparecer actividades de comparación de tamaños, a partir de mostrar diferentes pares de objetos dibujados en una hoja o en un cuaderno de trabajo (pez-ballena, osito-osote, etcétera): se solicita a los niños que diferencien iluminando o encerrando objetos grandes y chicos. Otra vez nos encontramos con una actividad, ahora referida a la longitud, que se supone que “lo grande” o “lo chico” refiere, o a la altura de los objetos (osito-osote) o a lo largo (pez-ballena), sin ninguna posibilidad física para que los niños realicen la comparación entre los objetos, por lo que el trabajo sobre la longitud se diluye una vez más, en el entreteje de las manualidades.

Una de las pocas actividades que se hacen en el preescolar sobre la longitud, es solicitar a los niños que ordenen distintos palitos por su tamaño.¹¹ Sin embargo, se logra un trabajo más interesante y sostenido con la comparación y la estimación de las longitudes con el siguiente juego:

Organizados en equipos (4), se les entregan semillitas y dos paquetes de tiras de cartoncillo grueso: uno con ocho de distinto color y tamaño (6cm, 7cm..., 13cm¹²), y el otro con tiras blancas de diferentes tamaños, los mismos que las de colores. Se les anticipa que ninguna de las tiras se puede doblar ni marcar con lápiz. Dispersan en la mesa las tiras de colores, por turnos un niño toma, sin ver, una tira del paquete de las blancas y selecciona [sin tomarla, sólo con la vista] de las de colores, la que crea que es del mismo tamaño que la blanca que tomó, después verifica [ahora sí tomando la tira de color seleccionada] lo acertado de su elección; si fue correcta toma una semillita (si falló no toma ninguna) y regresa ambas tiras, la de color a la mesa (dispersándolas) y la blanca al paquete; es el turno de otro niño. El juego termina cuando alguno junte cinco semillitas.¹³

¹⁰ Ejemplo de ello son las “clases” de los números o de las figuras geométricas, sobre las que ya se ha comentado.

¹¹ Equivocadamente se cree que esta actividad atiende a situaciones de orden referidas a números (clasificación, seriación y orden).

¹² Es claro que las medidas se señalan para la educadora, los niños las desconocen, ellos no van a trabajar con los “centímetros”.

¹³ El juego se puede complejizar aumentando el número de tiras de distinto tamaño. Desde luego, si con seis tiras es difícil la estimación de la longitud por parte de los niños, se pueden retirar en las primeras experiencias cuatro tiras intermedias (7cm, 9cm, 11cm, 13cm.), con las tiras que quedan, además de que son menos posibilidades de elección, la percepción de las longitudes entre ellas es más clara.

Al realizar el juego, los niños tienen la oportunidad de trabajar con la *estimación de longitudes* y, para convencer a sus compañeros que pueden quedarse con una semillita, tienen que encontrar un recurso que les permita verificar su elección, para lo cual tendrán que *comparar la longitud de las tiras*, ya sea “parándolas” o “acostándolas” sobre la mesa. Juntar cinco semillitas garantiza que al menos en cinco ocasiones hayan estimado y comparado bien las longitudes, a lo que se adiciona las veces que indirectamente lo hicieron, viendo a sus compañeros.

En el transcurso del juego es muy importante que la educadora observe que sus alumnos estén haciendo correctamente la comparación de las tiras, ésta es la parte central de la actividad; ello significa que para hacerlo, un extremo de las mismas esté alineado, que queda garantizado si están “parando” las tiras, pero puede ser que haya problemas si para compararlas las tienen “acostadas”. En cuanto a la estimación de la longitud, se irá desarrollando en los niños en la medida en que tengan muchas oportunidades de ponerla en juego en diversas situaciones.

Un caso extremo que tal vez suceda, es que en algún equipo *ninguno de los niños sepa que alinear un extremo de las tiras* (cuando están acostadas sobre la mesa) es *condición necesaria para hacer la comparación* y esto hay que aclararlo, pero sólo en caso de que así ocurra; es decir, lo recomendable es que los niños se autorregulen y se expliquen entre ellos la condición de la comparación de longitudes. Sin embargo, al término de la clase, la educadora propiciará una discusión colectiva sobre el particular.

Cabe destacar que *un juego es algo más que una actividad lúdica porque tiene reglas, se sabe cuándo termina la actividad y quién gana*; en los juegos subyacen condiciones didácticas que comprometen a los participantes a realizar bien la actividad, porque ninguno de los jugadores está dispuesto a que otro “haga trampa, por ignorancia o mala fe”.

El juego descrito propicia, como ya se dijo, el desarrollo de la estimación [de la magnitud] de la longitud planteando problemas de comparación y realizando ésta como recurso para verificar esa estimación. Se puede modificar el juego para que los niños *estimen la medida de la longitud*, para esto se necesita que sigan comparando, pero ahora comparan la longitud de una tira con la longitud de otra que funciona como unidad (de medida) y lo que estiman es cuántas veces creen que la (tira) unidad cabe en la tira que se quiere medir.

El juego se plantea con las mismas condiciones iniciales que el anterior (trabajo en equipo, semillas y participación por turnos), las tiras de colores pueden aumentarse a 10 (6cm, 8cm, 10cm, 12cm, 14cm, 15cm, 16cm, 18cm, 20cm y 21cm) y las tiras blancas también suman 10, de 3cm y seis tiras negras de 4cm.

Las tiras de colores se meten a una bolsita, las tiras blancas y las negras se ponen sobre la mesa. Por turnos, un niño saca una tira de color, elige “tiras blancas” o “tiras negras” y dice cuántas veces, las tiras que eligió (blancas, por ejemplo) caben en la tira de color; una vez que hizo la estimación la verifica. Si acierta, toma un semillita y regresa la tira de color a la bolsa; el juego termina cuando algún participante reúne tres semillitas.

Este juego es evidentemente más complejo que el anterior, porque ahora se trata de propiciar la medición. Los niños tendrán que generar un recurso para verificar su respuesta, como no se vale marcar ni doblar las tiras tendrán que colocar tiras unidad (blanca o negra) sobre la tira de color, o (menos probable, pero posible) trazar la longitud de ésta en una hoja blanca e ir marcando con la unidad cuántas veces cabe. Aunado a ello, es altamente probable que la unidad elegida no quepa un número exacto de veces en la tira de color (es el caso de 10cm y 14cm), bien haber elegido la unidad blanca (3cm) para medir (8cm, 10cm, 14cm, 16cm y 20cm) o querer medir (6cm, 10cm, 14cm, 15cm, 18cm y 21cm) con la unidad negra (4cm). Los niños no “le van a atinar” varias veces, pero se irán dando cuenta que es más acertado decir: “Tres blancas y un poquito”, “casi cuatro negras” o “es más de tres blancas, pero menos que cuatro”. Tendrán que proponer un cambio de regla, para aceptar este tipo de estimaciones (aproximaciones a la medida) y así ganar las semillitas, en cuyo caso se acepta el cambio, pero ahora gana quien junte cinco semillitas.

Algunas precisiones son: el juego sobre estimación de la medida y llevar a cabo la medición para verificarla, involucra la medición con unidades no convencionales; el centímetro es una unidad convencional, pero las tiras blancas o negras (longitudes 3cm o 4cm) no lo son. Poner a los niños en situación de medir, cuando la unidad no cabe un número exacto de veces, es una situación más frecuente en lo cotidiano.

Por esto, el sistema métrico decimal se organiza con el metro y sus múltiplos y submúltiplos. La expresión “un metro ocho decímetros” da cuenta de una medida más exacta que “más de un metro, pero menos que dos metros” o “casi dos metros”, y éstas últimas expresiones, a su vez, son una mejor aproximación a la medida que decir solamente “un metro”.

En preescolar no se pretende que los niños den medidas exactas sino aproximaciones de ésta usando unidades no convencionales, así como que trabajen con diversas unidades (el tamaño de su pie, las cuartas, varitas, etcétera) y seleccionen la unidad tomando en cuenta lo que quieren medir. Es decir, la unidad se elige en función de lo que se quiera medir; a veces conviene usar una unidad grande y otras una chica, las unidades blancas o negras usadas en el juego, no son útiles, por ejemplo, para medir la distancia entre el salón de clase y la dirección. Por eso, utilizando el sistema convencional de medidas de longitud,¹⁴ el metro no es siempre la unidad más conveniente para hacer una medición, si se quiere medir la distancia entre dos pueblos es más razonable usar el kilómetro (múltiplo del metro) y si lo que se necesita es medir el largo de un zapato es mejor usar al centímetro (submúltiplo del metro).

¹⁴ Que *no* se trabaja en el preescolar.

Los libros para los niños, diferentes tipos de organización para resolver las actividades y el material didáctico

Estudios realizados sobre la escuela primaria (Balbuena *et al.*, 1991), muestran una sobreevaluación en el uso de los libros dirigidos a los niños, incluso la enseñanza se ha organizado alrededor de éstos; esta manera de proceder en la enseñanza tiene como recaudo el bajo nivel de conocimiento matemático que adquieren los alumnos en su tránsito por la escuela, a la vez que se anidan sentimientos de frustración y de rechazo hacia la disciplina matemática.

Esto no deja de ser un riesgo instalado en preescolar, máxime ahora que se amplían los contenidos; los niños en general, y con más razón los de preescolar que son muy pequeños, si bien pueden interactuar con el material gráfico que les ofrece algún libro, *fundamentalmente deben realizar múltiples y diferentes actividades que son necesarias e ineludibles para acceder a un conocimiento con sentido (funcional) de la matemática*. Es decir, el libro para los niños (en caso de existir) debe ser un recurso didáctico cuya principal función es propiciar y favorecer las actividades de aprendizaje, y no necesariamente hacer más fácil la tarea escolar de alumnos y maestros.

En didáctica, lo fácil no necesariamente resulta productivo; suele confundirse este principio, por lo que en varios libros dirigidos a alumnos proliferan ejercicios o actividades que lo que exigen de los niños es tiempo y no actividad intelectualmente productiva que les genere aprendizajes con sentido; para ello es recomendable que antes de optar por un libro, se le revise desde la perspectiva del tipo y la calidad del trabajo intelectual que propone propiciar en los niños.

Las actividades pueden realizarse en el salón de clase o en el patio, organizando a los niños en parejas o en equipos, también puede tratarse de trabajo individual o de grupo. Estas diferentes organizaciones para realizar las actividades propician, en cuanto al aprendizaje de la matemática, espacios de socialización del conocimiento y de las experiencias de (y entre) los niños y colateralmente van propiciando el desarrollo de competencias sociales tales como: exponer y compartir ideas, escuchar a otros, tomar acuerdos o en ocasiones disentir generando argumentos para exponer la propia posición.

Cabe advertir que seguramente estas diferentes organizaciones serán visualizadas, no por pocas educadoras, como una tarea compleja tratándose de niños pequeños, con el riesgo además de malograr la disciplina del grupo; sin embargo, iniciar la socialización sistemática del conocimiento desde el preescolar, habilita a los niños para su ingreso a la primaria, que comparte la misma sugerencia metodológica y por ello está asentado en el enfoque de la Propuesta. A esto se adiciona que, investigaciones como las de Rancel,¹⁵ sobre la experi-

¹⁵ *Experimentación de una secuencia didáctica sobre los números, en un grupo de preescolar. Estudio de caso*, tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias en Investigación Educativa en el Departamento de Investigaciones Educativas del Cinvestav, desarrollada por María de los Ángeles Rangel Yescas, bajo la dirección de la M. en C. Irma Fuenlabrada. Tesis en proceso de defensa para el inicio del 2005.

mentación de una secuencia didáctica en un grupo de preescolar llevada a cabo por una educadora, han mostrado no sólo su viabilidad con niños pequeños, sino fundamentalmente los beneficios sobre el aprendizaje de la matemática que ello reporta. Una de las conclusiones de dicha investigación señala cómo la educadora logró que sus alumnos trabajaran en equipo, en parejas o grupalmente a partir de una equilibrada respuesta de ella hacia sus alumnos. Por un lado, las diversas organizaciones aparecían sistemáticamente en todas las actividades del aula (no sólo las referidas a la matemática) y, por otro, la educadora daba espacios de participación a todos sus alumnos (no sólo a los que decían o hacían lo que ella pudiera esperar, como suele suceder en muchas aulas), con el tiempo esta actitud fue minimizando la natural insistencia de los niños por ser atendidos y aumentó en todos la confianza por expresarse libremente sobre sus particulares maneras de enfrentar las situaciones frente a sus compañeros y su maestra.

En muchas actividades es necesaria la interacción de los niños con material didáctico o con material escolar¹⁶ que se requiere *como apoyo para su razonamiento en la búsqueda de soluciones a las problemáticas que se les propongan*; pero que sirven poco para el aprendizaje si lo utilizan siguiendo indicaciones de aquella educadora cuya única finalidad es que la actividad resulte entretenida y organizada y, si es el caso, limpiecita y bien presentada.

A título de conclusiones

Una de las aspiraciones del enfoque metodológico de la Propuesta editada por la SEP es apuntalar la autonomía de los niños (competencias cognitivas) y su control sobre el aprendizaje (competencias cognitivas y afectivas; la autoestima, por ejemplo, que se adquiere de saber que es capaz de resolver situaciones sin que nadie le diga cómo hacerlo). Pero pareciera ser que el proceso de enseñanza que se deriva de dicho enfoque *implica un nuevo rol de las educadoras*; esto es parcialmente cierto, ya que si bien se espera (esto es lo nuevo) que las educadoras se deslinden de asumir no sólo la dirección paso a paso de la manipulación de un material sino también de lo que sus alumnos consideren necesario hacer para resolver las situaciones (en las situaciones adidácticas), también es cierto que en el proceso didáctico está previsto que las educadoras “recuperen”, por así decirlo, su rol de enseñantes, pues ellas son las que poseen el conocimiento cultural de las temáticas que se trabajan en el preescolar.

Nos parece importante advertir sobre este doble rol que se demanda a las educadoras, con el fin de prever algunas equivocadas interpretaciones de enfoques metodológicos análogos al

¹⁶ Se entiende por material didáctico: fichas de colores, tarjetas con escenas, con números colección, rompecabezas, dominós, balanzas, recipientes, etcétera; mientras que el material escolar refiere a: estambre, tijeras, crayolas, papel, etcétera.

que se sustenta en la Propuesta, en los que erróneamente se ha inferido que el docente sólo es un facilitador u observador del aprendizaje de sus alumnos desprovisto de la facultad de dar informaciones o de intervenir. Citaremos algunos ejemplos de intervención: si los niños llegan a preescolar sin el conocimiento del inicio de la serie numérica oral (ya sea porque son muy pequeños, o porque su núcleo social es de analfabetas o su lengua materna no es el español¹⁷), deben aprenderla de su maestra, porque sin ella no pueden iniciarse en el proceso de conteo,¹⁸ lo mismo sucede con los símbolos con los que convencionalmente se escriben los números: si no hay alguien que les diga cómo son, no los aprenderán; de la misma manera requieren que se les diga cómo se llaman algunas figuras geométricas. La prevención opera al saber en qué momento es importante dar esta información, pero sobre todo al no perder de vista que la enseñanza –desde lo que actualmente se sabe sobre procesos de aprendizaje infantil de la matemática– no es un acto de informar para que los niños puedan repetir dicha información a solicitud de su maestro, sino que su aprendizaje de la matemática se instale como una herramienta útil, eficiente y eficaz para resolver diversos problemas. De hecho, el aprendizaje conlleva el reconocimiento del significado de los diversos conceptos matemáticos (para qué sirven, qué tipo de problemas resuelven, cómo se representan), que para el preescolar refieren a los primeros números con su representación para dar cuenta del resultado, el conteo como estrategia de solución de diferentes problemas, el desarrollo de la percepción geométrica, las nociones iniciales de algunas magnitudes y los procesos de medición, por citar algunos.

Bibliografía

- Balbuena, Hugo, David Block, Irma Fuenlabrada, Leove Ortega y Ruth Valencia (1991), “Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las matemáticas en los primeros grados de la escuela primaria”, en *Educación Matemática*, vol. 3, núm. 3, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Block, David, Irma Fuenlabrada, Alicia Carvajal y Patricia Martínez (1991), *Los números y su representación. Propuestas para divertirse y trabajar en el aula*, México, SEP (Libros del rincón).
- Brousseau, Guy (1998), “Théorie des situation didactiques”, en *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, París, La Pensée Sauvage.
- Fuenlabrada, Irma (2001), “La numerosidad de las colecciones y los números como signos que las representan”, en *Memorias (electrónicas) del VI CNIE*, Manzanillo, Colima.

¹⁷ La serie numérica oral tendrán que aprenderla y trabajar con ella en su lengua, posteriormente la aprenderán en español.

¹⁸ Recuérdese que contar pasa por establecer una correspondencia uno a uno, entre los objetos de una colección y la serie numérica oral, y los niños no lo harán si todavía no pueden mencionar los nombres de los números en orden (uno, dos, tres, etcétera).

Fuenlabrada, Irma, Leove Ortega y Ruth Valencia (1996), "La geometría en los libros de texto de Matemáticas del primer ciclo de primaria", en G. Waldegg y D. Block (coords.), *Estudios en Didáctica*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.

Nemirovsky, Miriam *et al.* (1990), *Informe de Investigación: Situación actual de la enseñanza de la Matemática en el Nivel Preescolar*, México, Dirección General de Educación Preescolar-Sección de Matemática Educativa-Cinvestav.

SEP (2004), *Programa de Educación Preescolar 2004*, México.

ANEXO 6

Algunas sugerencias didácticas

Figuras para jugar*

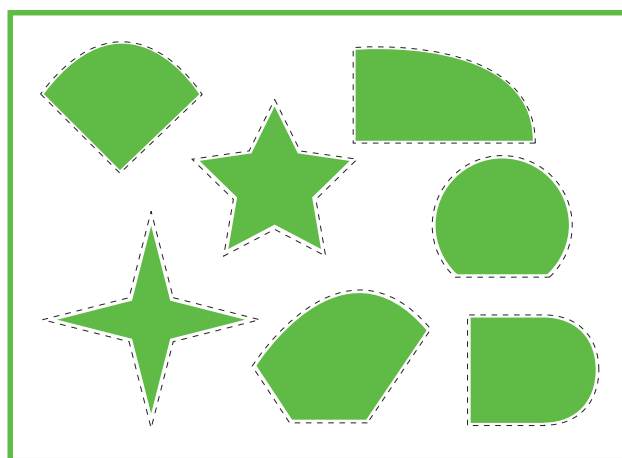
Se necesitan:

- Dos jugadores.
- Dos cuadrículas.
- Las figuras recortadas.

Reglas del juego:

Los jugadores se ubican cada uno al lado del otro y se coloca un objeto o tabique en el medio para que no vean lo que hace su compañero. Cada jugador, por turnos, elige una de las figuras y la pone en uno de los cuadrados de su cuadrícula.

Luego dará las indicaciones para que el otro seleccione la misma figura y la ponga en el mismo cuadro. Si al levantar el tabique las mismas figuras están ubicadas en el cuadro correcto, ganaron un punto los dos jugadores. Se juega nuevamente, pero cambiando los roles.



*En *Enseñar matemática. Números, formas, cantidades y juegos*, mayo, Buenos Aires, Ediciones Novedades Educativas (0 a 5. La educación en los primeros años), 2004.

Propuestas*

Las cucharitas

Objetivo: obtener la mayor cantidad de cucharitas.

Materiales:

- Una caja con 100 cucharitas desechables.
- Cartas españolas del 1 al 4.

Desarrollo:

- Pueden jugar hasta cuatro jugadores.
- Se coloca en el centro de la mesa:
 - La caja con las cucharitas
 - El mazo de cartas, apilado, boca abajo.
- A su turno, cada jugador saca una carta del mazo, le da vuelta y “toma de la caja las cucharitas que la carta indica”.
- El juego termina cuando en el mazo no quedan más cartas.
- Gana el jugador que obtuvo la mayor cantidad de cucharitas.

Variantes:

- a) Se juega de igual forma pero con cartas del :
 - 1 al 6.
 - 1 al 9.
 - 4 al 6.
- b) Se juega con las cartas arriba mencionadas pero se cambia la dinámica dado que:
 - Uno de los jugadores reparte una carta a cada jugador.
 - Todos dan vuelta simultáneamente a la carta recibida.
 - Cada jugador *saca las cucharitas que le indica su carta*.
 - El mismo jugador u otro reparte nuevamente una carta a cada jugador. Se repiten las acciones hasta que se quedan sin cartas.
- c) Se juega de igual forma pero se dan vuelta simultáneamente dos cartas. Se toma la cantidad de cucharitas indicada por ambas cartas.

*En Adriana González y Edith Weinstein, *¿Cómo enseñar matemática en el jardín? Número. Medida. Espacio*, Buenos Aires, Ediciones Colihue (Nuevos caminos en educación inicial) (s/f), pp. 75-173.

Las construcciones

Objetivo: realizar una construcción igual a la del otro grupo.

Materiales: dos juegos de 10 (diez) bloques de diferentes formas y tamaños, cada juego debe tener las mismas piezas.

Desarrollo:

- Se forman dos grupos de no más de tres integrantes cada uno.
- Se entrega a cada grupo un juego de bloques.
- El “grupo A” realiza con su juego una construcción, sin que el “grupo B” la vea.
- El “grupo B” observa la construcción, una sola vez, durante un lapso de tiempo, por ejemplo 2 minutos.
- Luego se tapa la construcción.
- El “grupo B” con su juego de bloques debe reproducir la construcción observada.
- Al finalizar se confrontan las construcciones. Se sacan conclusiones.
- Luego se invierten los roles.

El veo-veo espacial

Objetivo: Poder descubrir el objeto elegido por el coordinador del juego.

Desarrollo:

- Se forman grupos de no más de cuatro integrantes. Se elige un coordinador.
- El coordinador elige un objeto de los que se encuentran en el lugar donde se desarrolla el juego.

Por ejemplo, si se juega en la sala, el objeto puede ser el armario.

- El objeto elegido no debe ser comunicado al resto del grupo, pero sí al docente.
- El grupo debe tratar de descubrir cuál es el objeto, mediante preguntas que permitan localizarlo y que se puedan responder por “sí” o “no”.

Por ejemplo:

¿Está arriba de la mesa?

¿Está al lado de la puerta?

¿Está apoyado sobre la pared?

Se pueden hacer hasta diez preguntas.

Variante:

Se juega de manera similar, pero en lugar de que el grupo realice preguntas, el coordinador da tres referencias espaciales, que permitan al grupo ubicar y nombrar el objeto elegido.

La batalla naval

Objetivo: hundir el barco del compañero.

Materiales:

- Dos tableros.

Por ejemplo:

- Un barco o elemento que lo reemplace.
- Ocho porotos, botones, chapitas, etcétera.

Desarrollo:

- Se forman grupos de dos integrantes. Se le entrega a cada uno un tablero.
- Uno de los niños “esconde” el barco en una casilla de su tablero y el otro debe ubicar dónde fue escondido.
- El jugador que debe encontrar el barco, nombra oralmente las posibles posiciones. Coloca en su tablero un botón, poroto, chapita, etcétera, en el lugar nombrado. Así hasta que logra hundir el barco.
- Al finalizar se cuentan cuántos botones, chapitas, porotos, etcétera, se emplearon para hallar el barco y se registran.
- Luego se invierten los roles.
- Gana el jugador que hundió el barco en menos tiros.

La mudanza

Objetivo: determinar si el perchero entra o no en el lugar asignado.

Materiales: perchero.

Desarrollo:

- Se forman grupos de no más de cuatro integrantes.
- Se les da la siguiente consigna:
“Quiero colocar este perchero (que está debajo de la ventana) entre el armario y la biblioteca. ¿Qué les parece? ¿Podremos colocarlo ahí?”
- Cada grupo busca soluciones y luego se confrontan.

Preparando masa

Objetivo: preparar masa para modelar y registrar los vasos de agua utilizados.

Materiales:

- Una jarra de un litro de agua.
- Un paquete de harina.
- Vasos desechables de tres tamaños diferentes.
- Una cuchara.
- Una palangana.
- Lápiz y papel.

Desarrollo:

- Se forman grupos de no más de cuatro integrantes.
- Se entrega a cada grupo un juego de los materiales mencionados.
- Se les plantea la siguiente consigna:
“*Tienen que preparar masa y anotar los vasos de agua que usaron*”.
- Se confronta lo realizado por cada grupo. Se sacan conclusiones.

Variante:

La actividad es similar, pero:

- Se entregan vasos de tres tamaños diferentes y cucharas de dos tamaños.
- Se les plantea que anoten los vasos y/o cucharas utilizados.

¿Qué hacemos hoy?

Objetivo: determinar la secuencia de actividades a realizar durante el día.

Materiales:

- Tarjetas que representan, por medio de dibujos, las distintas actividades del jardín.

Desarrollo:

- Se trabaja con todo el grupo.
- La maestra les plantea la siguiente consigna:
“Hoy ustedes van a organizar las actividades del día. ¿En qué orden las quieren realizar?”.
- Los alumnos, después de ponerse de acuerdo y de determinar las actividades a realizar, colocan secuencialmente las tarjetas.
- Durante el día se realizan las actividades, y al finalizar la jornada se reflexiona sobre la posibilidad o no de realizar todo lo planificado. Se analiza la duración de las actividades.

Variante:

La actividad es la misma, pero:

- Cada día se registra la cantidad y tipo de actividades realizadas y al finalizar la semana se compara:
 - La cantidad de actividades realizadas en cada día.
 - El tipo de actividades realizadas.
 - La duración de las actividades.
 - La relación entre cantidad, tipo y duración.

Módulo IV. Pensamiento matemático infantil e intervención docente
Guía de estudio

se imprimió por encargo de la
Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de

con domicilio en

el mes de diciembre de 2004.
El tiro fue de 20 000 ejemplares
más sobrantes de reposición.

El cuidado de la edición estuvo a cargo de la
Dirección General de Normatividad de la Secretaría de Educación Pública.