

Las fracciones son un problema

Liliana Pazos | Maestra. Formadora de maestros en Enseñanza de la Matemática.

El trabajo con fracciones enfrenta, en la enseñanza, varias prácticas habituales que muchas veces se convierten en un obstáculo para la construcción del concepto. Probablemente, frente a un concepto tan complejo, los docentes hemos ido forjando prácticas que ayuden a los alumnos a ser exitosos en la resolución de las situaciones que proponemos, pero que no aseguran la comprensión del tema. Es la diferencia entre tener éxito y comprender¹.

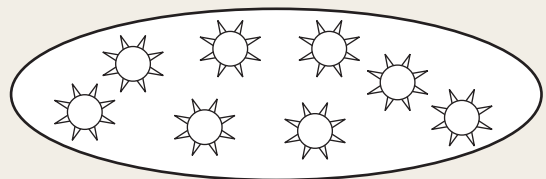
¿Cuáles son algunas de estas prácticas que pueden obstaculizar los avances y que deberíamos revisar en busca de una mayor comprensión por parte de los alumnos?

Un primer grupo de obstáculos podría centrarse en los siguientes puntos:

- ▶ el trabajo con fracciones se apoya mayoritariamente en representaciones gráficas que trabajan fundamentalmente el aspecto parte-todo;
- ▶ apela al mismo tipo de representaciones, generalmente rectángulos o círculos;
- ▶ es decir que trabaja sobre cantidades continuas.

Esta presentación deja de lado otros posibles contextos de uso de las fracciones, cuyo recorrido es necesario para que los alumnos se acerquen a la construcción del concepto. Entre estos contextos de uso podríamos señalar el de reparto, el de medida y aquellas situaciones que implican el establecimiento de relaciones entre fracciones.²

Del mismo modo, no se establecen las necesarias relaciones entre el trabajo con cantidades continuas y discretas, presuponiendo que el trabajo con las primeras es suficiente para que los alumnos transfieran estos conocimientos al trabajo con las segundas. Deberíamos valorar la diferencia en el nivel de dificultad entre ambas situaciones y pensar que no es para nada similar pintar la cuarta parte de un rectángulo ya dividido en 4 partes iguales que calcular la cuarta parte de un conjunto.



Pinta 1/4 en cada caso

Pero además, y específicamente en lo que refiere a las representaciones gráficas, que es el aspecto que nos ocupa en esta oportunidad, deberíamos pensar que las presentaciones habituales pueden convertirse en obstáculo para futuros avances.

El primero de ellos es que *estas prácticas abordan solo la relación parte-todo*, la que es solo un aspecto del enorme abanico que deberíamos trabajar cuando nos dedicamos a fracciones.

¹ Se toma la expresión del título en D. Lerner (2005).

² Se toman los contextos de uso de PMEM 2006. *Cuadernos de Estudio II*.

Por otro lado, el trabajo que prioriza la relación parte-todo *deja de lado todas las posibles relaciones* que deberíamos ayudar a establecer entre las propias fracciones, y entre estas y las representaciones decimales, la división, la medida, las equivalencias, la proporcionalidad y otros muchos aspectos que se descuidan cuando el trabajo se limita a esta presentación.

Si bien creemos que el trabajo con este aspecto no es el que más ayuda en la construcción del sentido de estos números, teniendo en cuenta que es el que se realiza con más frecuencia, analicemos al menos cuáles son sus mayores problemas y trabajemos sobre ellos.

Veamos cuáles pueden ser algunos de los problemas que específicamente se presentan en estas situaciones³:

- ***Se centran en el conteo de partes, priorizando el número de partes y no la relación entre la parte y el todo.***

Cuando presentamos a los alumnos este tipo de representaciones para que indiquen la fracción representada por la parte pintada, no se pone en cuestión la relación entre la parte y el todo, sino que exige simplemente el conteo de las partes representadas.



Es suficiente este mecanismo: se cuenta la cantidad de partes y se escribe como denominador, mientras que la cantidad de partes pintadas

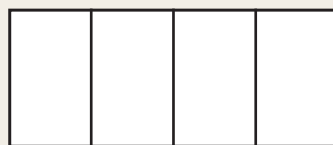
se coloca como numerador. Es una situación que se resuelve por simple conteo.

Por el contrario, si se presentara una figura como la siguiente, es necesario que sea el alumno quien establezca la relación entre la parte y el todo, analizando cuántas veces la parte pintada está contenida en la unidad, en el entendido que $1/4$ es tal si $1/4 \times 4 = 4/4$, es decir que $1/n$ es tal en la medida en que $1/n \times n = n/n$



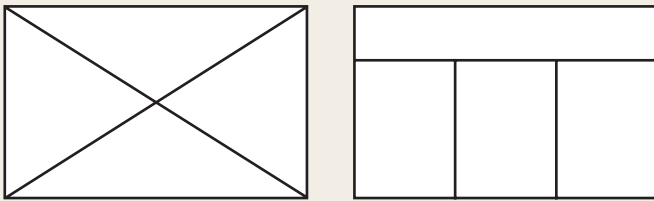
- ***No se trabaja la independencia de la forma.***

Es decir que no se establecen relaciones entre las diferentes representaciones gráficas. Si vemos los ejemplos siguientes, el alumno debería poder establecer que cada una de las partes en las que están divididas las unidades son equivalentes; los rectángulos en que se dividen ambas unidades son equivalentes en cantidad de superficie, aún cuando las partes no sean congruentes en relación a su forma.



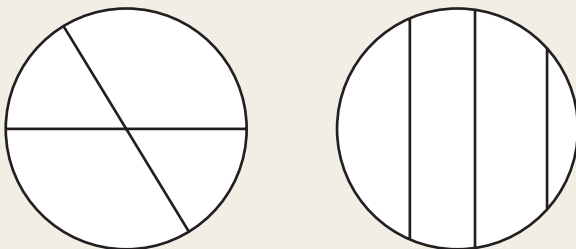
³ Varios de los ejemplos que se usan en este artículo son tomados de PMEM 2006. Cuadernos de Estudio II.

No solo sería necesario establecer que las partes son equivalentes entre las unidades, como veíamos en el ejemplo anterior, sino que en una misma unidad, las partes pueden ser equivalentes aún cuando no sean congruentes. No es la forma lo importante, sino la equivalencia de superficies. En los siguientes ejemplos, los dos tipos de triángulos así como todos los rectángulos de la segunda unidad, tienen la misma superficie. A su vez, cada uno de los triángulos de la primera es equivalente en superficie a cada uno de los rectángulos de la segunda así como de los rectángulos que se presentaron en el ejemplo anterior.⁴

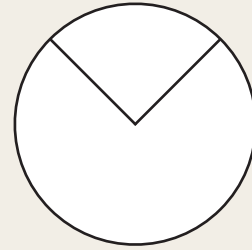


- ▶ **No tiene en cuenta la necesaria equidad de las partes.**

Derivado de las prácticas habituales aparece otro problema. Como los alumnos generalmente no se enfrentan a tomar decisiones acerca de cómo deben ser las partes y cuántas es necesario representar, porque generalmente este problema se les da solucionado, los alumnos se limitan a contar la cantidad de partes sin tener en cuenta otras consideraciones. De esta manera parece que para $1/4$ los alumnos marcan cualquiera de las siguientes representaciones



y no señalan aquellas en las que no están representadas las 4 partes aunque la relación sea de $1/4$.



- ▶ **No se trabaja con fracciones mayores que la unidad.⁵**

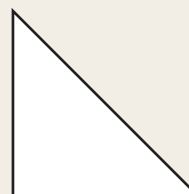
Generalmente se trabaja a partir de la unidad. Son pocas las veces en que nos encontramos con propuestas que obligan a los alumnos a:

- reconstruir la unidad a partir de alguna de sus partes como en los ejemplos siguientes

Representa la unidad, sabiendo que la parte que se ha representado es $1/3$ de la misma.



Estos son los $2/5$ de una unidad, representa la unidad.



- reconstruir la unidad a partir de una fracción mayor que ella

Estos son $6/3$ de la unidad. Representa la unidad.



⁴ Estamos trabajando con unidades iguales.

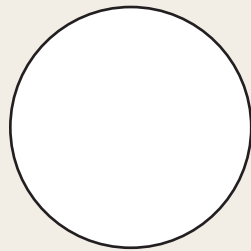
⁵ Sobre estos ejemplos volveremos en un próximo artículo.

Foto: Concurso Fotográfico QE / Juan José Suárez

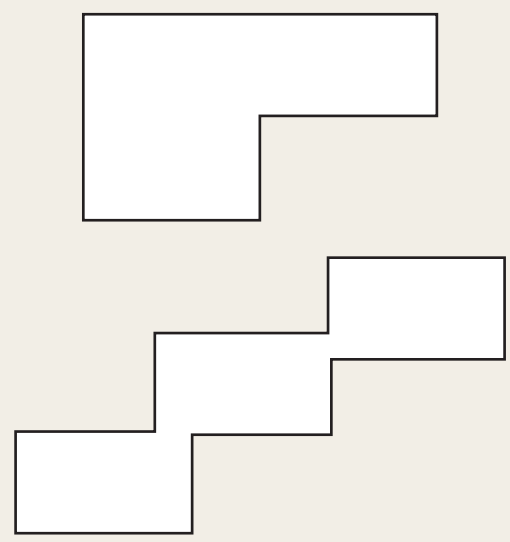


- representar una fracción a partir de otra fracción de la misma unidad

Estos son $4/2$ de la unidad. Representa $3/4$ de la misma unidad.



En todos los casos anteriores podría preguntarse, además, si hay una única solución, es decir, si es posible representar la unidad de una sola forma. Establecer que para el 1^{er} caso (representar la unidad a partir de $1/3$) la solución podría ser cualquiera de estas figuras u otras muchas, ayudaría a los alumnos a centrarse sobre las equivalencias y las relaciones, y no sobre las formas y el conteo.



Las fracciones son un problema

- ▶ *No se hace hincapié en la relación número de partes y tamaño de las mismas.*

A veces, al solicitar las representaciones de los alumnos, para facilitar la tarea se les auxilia con el uso de papel centimetrado. Esto origina representaciones de este tipo para $1/4$, $1/5$ y $1/9$,



lo que hace que $1/4$, $1/5$ o $1/9$ tengan la misma cantidad de superficie. Por lo tanto, para el alumno estas 3 fracciones son iguales.

No se tiene en cuenta que se han representado en unidades diferentes y, por lo tanto, se ha perdido una idea que es básica: *a mayor número de partes, las partes son menores.*

En general, los alumnos tienen serias dificultades para ordenar fracciones de distinto denominador. Ello se debe a que extienden a estos números lo que saben de los números naturales. Por lo tanto, si 4 es mayor que 3 no es fácil entender que $1/4$ es menor que $1/3$. El trabajo con presentaciones como la que se ejemplifica arriba no ayuda a construir la idea de que a menor cantidad de partes, estas son mayores. Para establecer relaciones de orden es necesario que la unidad sea la misma.

Deberíamos tener en cuenta que esta relación de proporcionalidad inversa es fundamental para comparar fracciones, pero también puede ser básica para entender la relación entre los términos de la división (a igual dividendo y mayor divisor, corresponde menor cociente) o para poder manejar luego las equivalencias de medida ($1\text{m} = 10\text{dm}$ porque el dm es $1/10$ del m, por lo que mantener la igualdad supone tener 10 de estas unidades).

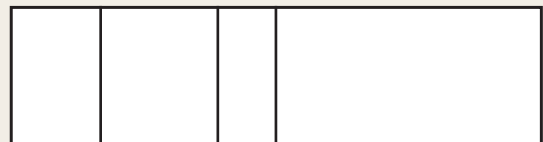


- ▶ *No se representan distintas fracciones en una misma unidad.*

En la presentación escolar parecería que en cada unidad debe representarse solo una fracción, por ejemplo, solo cuartos.



Sin embargo sería interesante poder representar varias fracciones en una misma unidad, por ejemplo, pintar con un color $1/6$ y con otro $1/2$.




Esto impediría que el alumno resolviera por conteo de partes y obligaría a establecer la relación entre la unidad y la parte en cada caso.

Pero además, esta situación que parece no habitual en nuestras prácticas si la presentamos de esta forma, es sin embargo equivalente a lo que proponemos en situaciones "clásicas" tales como: se planta un campo de manera que en la mitad se siembra determinada verdura, en $1/6$ otra, en $1/5$ otra y se pide saber cuánto ha quedado sin sembrar. Se está pidiendo el cálculo de distintas fracciones de una misma unidad, lo que no se atiende en las representaciones gráficas.



Hemos recorrido algunas de las posibilidades de enriquecer el trabajo con representaciones gráficas de fracciones. Insistimos en que este no debería ser, a nuestro criterio, el “casi único” aspecto a trabajar. Pero, sin duda, debe ocupar un lugar en nuestras prácticas, quizás de menor privilegio. Por lo tanto, cuando planifiquemos este trabajo, tengamos en cuenta todas las variables posibles y vayamos complejizando las presentaciones a lo largo del ciclo escolar. Del mismo modo vayamos ayudando a tejer las relaciones entre estas presentaciones y los otros contextos de uso de las fracciones y las expresiones decimales, así como entre las representaciones y el cálculo, y entre estas y otros contenidos en cuya base están estos números y sus propiedades.

Habitualmente, los maestros decimos que las fracciones son un problema a la hora de enseñarlas. Juguemos con las palabras y cambiemos el “es un problema para nosotros enseñar fracciones” por “presentemos las fracciones de manera que originen un problema desafiante para los alumnos”. 

Bibliografía

- ANEP. CODICEN. República Oriental del Uruguay (2006): *Cuadernos de Estudio II*. Programa para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en ANEP.
- FRIPP, Ariel (2005): “Construcción de significados en la enseñanza de las fracciones” en Beatriz Rodríguez Rava y Ma. Alicia Xavier de Mello (comps.): *El Quehacer Matemático en la Escuela. Construcción colectiva de docentes uruguayos*, pp. 119-123. Montevideo: FUMTEP - Fondo Editorial QUEDUCA.
- LERNER, Delia (2005): “¿Tener éxito o comprender? Una tensión constante en la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración” en M. Alvarado; B. Brizuela (comps.): *Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la Psicología, la Didáctica y la Historia*. México: Ed. Paidós.
- LLINARES, Salvador (2003): “Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional” en Ma. del C. Chamorro (coord.): *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall. Colección: Didáctica Primaria.
- LLINARES, Salvador; SÁNCHEZ, Ma. Victoria (1997): “Las fracciones: distintas interpretaciones” en S. Linares; Ma. V. Sánchez: *Fracciones*. Madrid: Ed. Síntesis.
- PONCE, Héctor (s/f): “Fracciones ¿Un mito escolar? (II) (2do Ciclo)” en *Proyecto En la escuela*, Edición 32. Buenos Aires: Ed. Novedades Educativas.
- PUJADAS, Mabel; EGUILUZ, Ma. Liliana (2000): “Los números racionales como objeto de enseñanza” en M. Pujadas; Ma. L. Eguiluz: *Fracciones ¿un quebradero de cabeza? Sugerencias para el aula*. Buenos Aires: Ed. Novedades Educativas.