

# LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

---

DE DÓNDE VIENEN Y HACIA DÓNDE SE  
DIRIGEN

Benjamín Galán Atienza

26-6-2012



## INDICE

INTRODUCCIÓN:.....	4
PARTE 1 – ANÁLISIS HISTÓRICO DE LAS MATEMÁTICAS POR ÉPOCAS.....	5
EGIPTO Y LAS MATEMÁTICAS .....	5
CHINA Y LAS MATEMÁTICAS .....	7
GRECIA Y LAS MATEMÁTICAS .....	10
LA SITUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNDO .....	13
<b>EL RENACIMIENTO Y LAS MATEMÁTICAS POSTERIORES</b> .....	15
<b>EL SIGLO XIX</b> .....	16
<b>LA MATEMÁTICA EN LA ACTUALIDAD</b> .....	18
<b>LAS MATEMÁTICAS HACIA EL FUTURO</b> .....	19
<b>INTRODUCCIÓN EN EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA</b> .....	20
<b>COMPETENCIAS BÁSICAS</b> , según Carmen Sánchez Ávila en referencia a la investigación sobre el análisis de la Introducción al currículo de secundaria. ....	22
<b>MÉTODOS PEDAGÓGICOS</b> según Sánchez Ávila(14) .....	24
<b>OBJETIVOS</b> según Sánchez Ávila(14) .....	25
<b>CONTENIDOS</b> .....	26
<b>LOS CONTENIDOS COMUNES:</b> .....	27
<b>NÚMEROS:</b> .....	27
<b>ÁLGEBRA</b> .....	28
<b>GEOMETRÍA</b> .....	29
<b>FUNCIONES Y GRÁFICAS</b> .....	31
<b>ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD</b> .....	31
PARTE 2- REFLEXIÓN DIDÁCTICA PERSONAL RESPECTO AL CURRÍCULO.....	32
Conclusiones:.....	32
LA HISTORIA COMO ELEMENTO MOTIVADOR .....	34
APLICACIÓN AL AULA Y CONCLUSIONES .....	35
<b>EJEMPLO DE RECORRIDO HISTÓRICO PARA LLEVAR AL AULA</b> .....	36
<b>CONCLUSIÓN FINAL</b> .....	39
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	40

## INTRODUCCIÓN:

Este trabajo de la historia de las matemáticas y el futuro de las mismas se ha realizado debido a un interés personal por las matemáticas, de las que nunca me han detallado exactamente su historia y evolución y de cómo afectan al resto de asignaturas. Si en un futuro voy a enseñar matemáticas creo que es imprescindible conocer estos aspectos y saber incluirlos en las explicaciones a mis futuros alumnos.

Este trabajo consta de varias partes:

Inicialmente, vamos a analizar los antecedentes matemáticos y su evolución a lo largo de la historia. Para ello vamos a ir separando y analizando por épocas, desde la cultura egipcia y babilónica hasta la actualidad matemática, siendo una descripción de un carácter general (debido a la reducida extensión del trabajo de fin de máster) y relatando los personajes más representativos de las matemáticas en función de cada época y los descubrimientos que consideramos más significativos. Es un tema muy amplio y toda la historia y acontecimientos no se pueden incluir en unas líneas, pero se analizará a grandes rasgos esta evolución. En una primera parte del proyecto se analizarán las diversas épocas y los nuevos planteamientos de investigación hacia el futuro.

Después de recopilar toda la información histórica comenzaremos con una segunda parte, en la que se analizará la situación de las matemáticas en los centros en la actualidad y se analizará lo que la ley contempla sobre este tema. En el resumen del currículo disciplinar que analiza cómo está relacionada la historia con la evolución del temario en cada curso y su integración en el aula, y así poder llegar a unas conclusiones basadas en los estudios de los investigadores: José Luis Montesinos Sirera (profesor de la universidad de Andalucía.), *Orietta Protti*(investigadora matemática de la universidad de Costa Rica), Alejandra Santillan-( Profesora de la universidad del Chaco Austral - Argentina), J. Salinas de Sandoval- (Profesor de la universidad de Tucumán- Argentina y posteriormente de París- Francia)y Carmen Sánchez Ávila- (Investigadora de la Univ .Complutense de Madrid).Conociendo un poco la historia en general y habiendo analizado lo que la ley exige para la enseñanza de las matemáticas podremos así, pasar a una tercera parte del proyecto, que consistirá una reflexión planteada por los investigadores anteriormente citados.

Hablaremos de temas acerca de cómo poder motivar y enseñar a los alumnos de una manera adecuada. También se llegará a conclusiones para definir las

labores por parte del docente en su trabajo de relacionar la asignatura de matemáticas con la historia, gracias a los estudios anteriormente citados.

En la última parte del proyecto se realizará un modelo orientativo de una propuesta educativa en base a las anteriores conclusiones, donde se reflejará cómo se debería incluir la historia en el aula.

La finalidad de este trabajo es introducir de una manera adecuada en el aula la historia y para ello debemos de analizar de qué factores depende. Es decir la ley, la historia y la evolución del currículo en cada curso y analizarlo en función de los estudios de los investigadores, para así poder establecer diversas conclusiones y así poder llegar a un modelo de integración de la historia en el aula.

## **PARTE 1 – ANÁLISIS HISTÓRICO DE LAS MATEMÁTICAS POR ÉPOCAS.**

Las matemáticas son tan antiguas como el propio conocimiento humano. Se puede apreciar en los diseños prehistóricos de utensilios de cerámica, pinturas en los que se aprecia la utilización de geometría.

También sabemos que el método de cálculo de los primitivos consistía en el uso de los dedos de las manos para contar y eso se ve reflejado en los tipos de sistemas numéricos cuyas bases son de cinco y diez.

Más tarde empezaron las civilizaciones a tener un pensamiento más profundo sobre las matemáticas.

Las primeras civilizaciones de la que se tiene constancia de la utilización de las matemáticas para su desarrollo, fueron la civilización Egipcia y Babilónica. Comenzaremos a relatar desde estas civilizaciones la historia de las matemáticas.

### **EGIPTO Y LAS MATEMÁTICAS**

Los primeros conocimientos de referencias de utilización de matemáticas en una cultura datan del 3.000 antes de Cristo. Empezaron a surgir en la zona de Egipto y Babilonia y posteriormente se fueron expandiendo por todo el mundo. Esta cultura utilizaba las matemáticas como una pura aritmética. Se preocupaban un poco de la forma de los objetos y los diferentes tipos de geometría pero no utilizaban demostraciones matemáticas y tampoco tenían el concepto de la creación de postulados, como referencia para avanzar en la ciencia. Son unas matemáticas prácticas para los problemas de su sociedad.

Los egipcios utilizaban una numeración decimal con distintos símbolos para las potencias de diez.

Los números se representaban escribiendo el número 1 tantas veces como unidades tenía el número dado, el símbolo del 10 tantas veces como decenas había en el número, y así sucesivamente hasta completar el número que se quería representar.

A continuación, podemos observar en la imagen algunos de los números en escritura hierática, que tenían en Egipto y su complejidad para la distinción de un número de otro.

1	1	10	100	1000
2	11	20	200	2000
3	111	30	300	3000
4	1111	40	400	4000
5	11111	50	500	5000
6	111111	60	600	6000
7	1111111	70	700	7000
8	11111111	80	800	8000
9	111111111	90	900	9000

Hieratic numerals

Números hieráticos

Enciclopedia de las matemáticas online. (1)

Las sumas de números se hacían separando las unidades, decenas, centenas, etc.

Las multiplicaciones y las divisiones se hacían como operaciones sucesivas según la parte del número que se estuviera operando, siempre diferenciando unidades, decenas, centenas, etc.

El pueblo Egipcio fue el primero en conseguir resolver problemas con números fraccionarios y aplicar su uso en diversos problemas que se les planteaban en su evolución como civilización.

Consiguieron evolucionar matemáticamente y llegaron a resolver problemas de cálculo de áreas. Aprendieron a calcular las áreas de los cuadrados, rectángulos, triángulos y también consiguieron descubrir la manera de calcular volúmenes de figuras geométricas como cubos, prismas, cilindros, etc.

A continuación podemos observar cómo los diversos cálculos y explicaciones se escribían en papiro.



Problema de cálculo del área del triángulo.

Papiro de Rhind - Autor Ahmes – Fecha: aprox 1650 a.C.(2)

Con el área del círculo no veían solución correcta alguna, pero consiguieron aproximarse mucho, dividiendo ese círculo en cuadrados pequeños y así calculando con un ligero error el famoso número constante pi.

Por otro lado, en oriente las matemáticas también estaban teniendo un papel importante en el desarrollo de las civilizaciones. Gracias a las rutas comerciales, se conocían los métodos matemáticos en muchas partes del mundo. China, como relataremos a continuación también fue una civilización basada en el comercio y desarrolló las matemáticas para así poder potenciar, entre otras muchas cosas, su crecimiento comercial.

## CHINA Y LAS MATEMÁTICAS

El inicio de las matemáticas en el pueblo chino se puede comparar en antigüedad a las civilizaciones de Egipto y Mesopotamia.

Uno de los primeros descubrimientos que se conoce del pueblo chino, es el descubrimiento de las horas solares. Este hecho viene incluido en la obra matemática llamada Chou Peique data del 1200 a. C.

Es la mayor obra matemática china y está formada por nueve libros o capítulos. Está compuesta por pergaminos y escritos independientes y recogen todos los temas importantes para su pueblo planteados en 246 problemas específicos. Este planteamiento de la resolución de los problemas, también lo realizaron el pueblo Egipcio y el pueblo Babilónico. El Chou Pei contenía problemas sobre agricultura, ingeniería, comercio y también aparece en el capítulo 8 un logro

importante de cómo resolver ecuaciones lineales, y sistemas complejos de cuatro ecuaciones con cinco incógnitas y ecuaciones indeterminadas.

Los chinos al igual que el resto de las culturas, necesitaban resolver los problemas de la vida diaria y sus matemáticas reflejaban el modo de vida que tenían. Sus actividades principales eran la agricultura, la ingeniería poco avanzada, y adaptaron las matemáticas para resolver problemas de impuestos. También utilizaron las matemáticas para problemas de ecuaciones, así pudiendo resolver teoremas como las propiedades de los triángulos rectángulos.

Utilizaban un sistema de numeración con operaciones semejantes a otras culturas. También conocían los números negativos, pero no los aplicaban a las soluciones de las ecuaciones y no los reconocían como resultados viables.

Uno de los descubrimientos matemáticos más importantes del pueblo chino fue el método para resolver ecuaciones lineales.

Inventaron el “tablero de cálculo” que descompone por colores los números positivos y los números negativos y se utilizaba de una forma similar al ábaco.

En la siguiente imagen, se puede apreciar en la esquina inferior izquierda, la distribución por colores de los números positivos y negativos, y como lo representaban en sus manuscritos.



Tablero de Cálculo-Obra Chou Pei autor desconocido- S III a.C.(3)

A continuación podemos ver en la fotografía cómo representaban los números en china en aquella época.

Números positivos (forma tradicional)										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vertical	○						┌	┌┌	┌┌┌	┌┌┌┌
Horizontal	○	—	==	≡	≡≡	≡≡≡	┐	┐┐	┐┐┐	┐┐┐┐

Números negativos (forma tradicional)										
	-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
Vertical	⊙	⋈	⋈⋈	⋈⋈⋈	⋈⋈⋈⋈	⋈⋈⋈⋈⋈	⋈⋈⋈⋈⋈┌	⋈⋈⋈⋈⋈┌┌	⋈⋈⋈⋈⋈┌┌┌	⋈⋈⋈⋈⋈┌┌┌┌

Números positivos (Song del sur)										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vertical	○				×	○	┌	┌┌	┌┌┌	×
Horizontal	○	—	==	≡	×	○	┐	┐┐	┐┐┐	×

Numeración China:Obra y Autor desconocidos.(4)

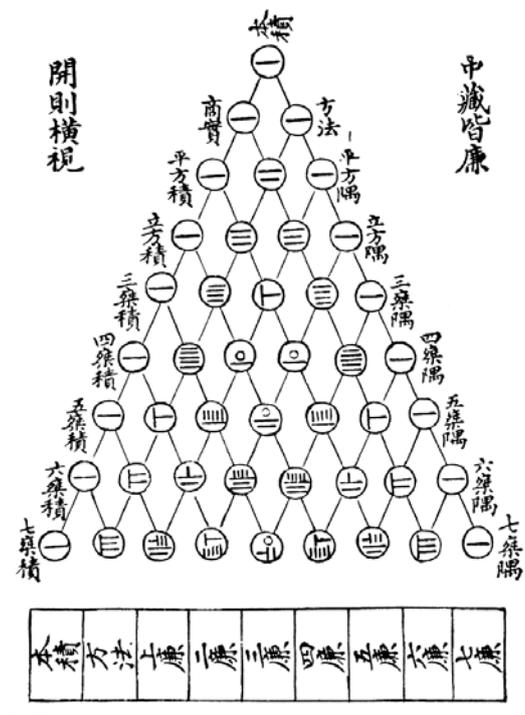
Los chinos siguen con este sistema de numeración hasta mediados del siglo XV, provocado por sus condiciones socio-económicas.

Chou Shi Hié se desarrolló el método algebraico en la edad media, que permitía encontrar raíces enteras y racionales, y aproximar decimalmente ecuaciones de este tipo:

$$P_n(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 .$$

Otro gran logro fue el triángulo de Yang hui publicada en la obra Si Yuan Yu Jian 1320, que consistía en la suma de progresiones y la combinatoria, y se construyó el denominado “espejo precioso” que hoy se menciona como triángulo de Pascal.

# 古法七乘方圖



Triángulo de Yáng Huī, 1238–1298) (5)

La geometría china es muy sencilla. No la desarrollaron tanto porque no veían necesidad de ello. Simplemente resuelven problemas de distancias y tamaños entre figuras y volúmenes reflejados en el Chou Pei.

Se puede apreciar como el pueblo chino, un pueblo que basa su sociedad en el comercio adapta las matemáticas a ello y no tanto a otros aspectos que engloba esta materia.

Durante estos procesos de evolución de la matemática china, la matemática babilónica y egipcia se iban expandiendo en los territorios próximos, influyendo en matemáticas importantes como la griega, gracias a las rutas comerciales en las cuales la evolución de los pueblos sufre nexos de unión.

## GRECIA Y LAS MATEMÁTICAS

Los griegos dieron un paso que revolucionó el concepto de matemáticas y se adaptó al mundo actual. Fue la primera civilización en la que se estructuran las matemáticas a partir de definiciones, axiomas y demostraciones.

Se cree que esta revolución conceptual empezó en el siglo VI a.C. Con Tales de Mileto (630 - 545 a. C). y Pitágoras de Samos( 580 – 495 a. C.).

Pitágoras de Samos nos enseñó que para entender cómo funciona el mundo, hay que estudiar los números y consecuentemente, sus discípulos hicieron descubrimientos decisivos sobre geométrica, que se le reconocieron a Pitágoras.

Demócrito de Abdera (460 - 370 a. C.) descubrió la fórmula para calcular el primer volumen de un cuerpo geométrico. Fue el de una pirámide en el Siglo V a.C. Este descubrimiento, es uno de los primeros avances de reglas matemáticas para el cálculo de volúmenes y supondrá el inicio del cálculo del resto de cuerpos geométricos.

Se plantearon diversos problemas en esta época que posteriormente se comprobaría que no tienen solución. Era una cultura en la que había que descubrir las soluciones de las inquietudes del conocimiento y había que descubrir si era posible o si no tenía solución, pero siempre con una demostración de por medio. Esta idea de pensamiento se ve reflejada hasta la vida actual.

Los griegos utilizaban los números naturales. Estos números sufren limitaciones y al no tener decimales no se pueden desarrollar muchos cálculos, como son por ejemplo diversos cocientes entre diagonal y lado del cuadrado.

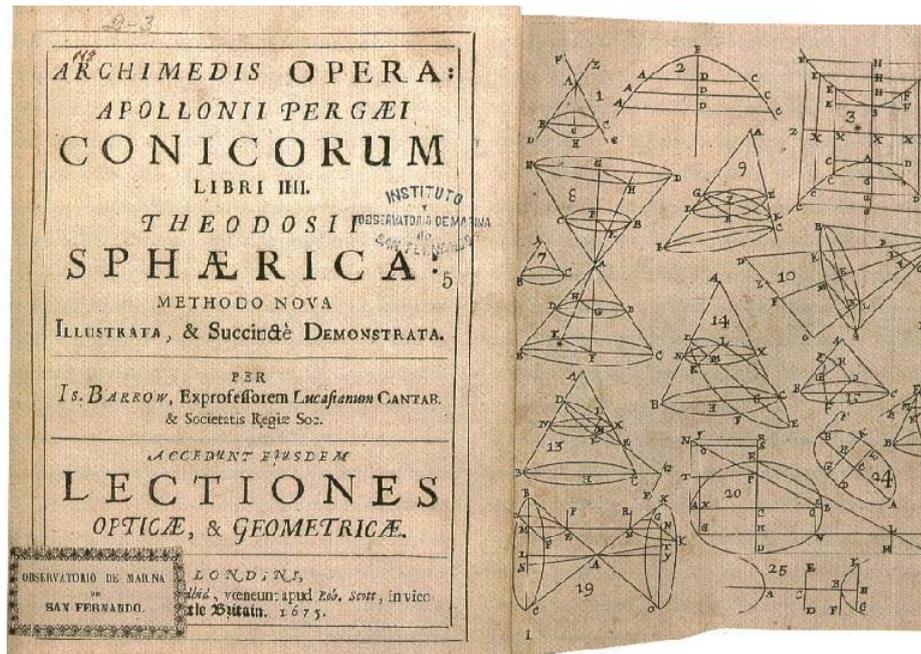
Euclides era un matemático de Alejandría que descubrió muchas teorías sobre óptica, geometría, áreas y volúmenes.

Poco después de su muerte, dejó un legado en el que las matemáticas sufrieron una gran evolución y esto se puede percibir en muchos los descubrimientos que realizó Arquímedes de Siracusa (287 – 212 a. C ).

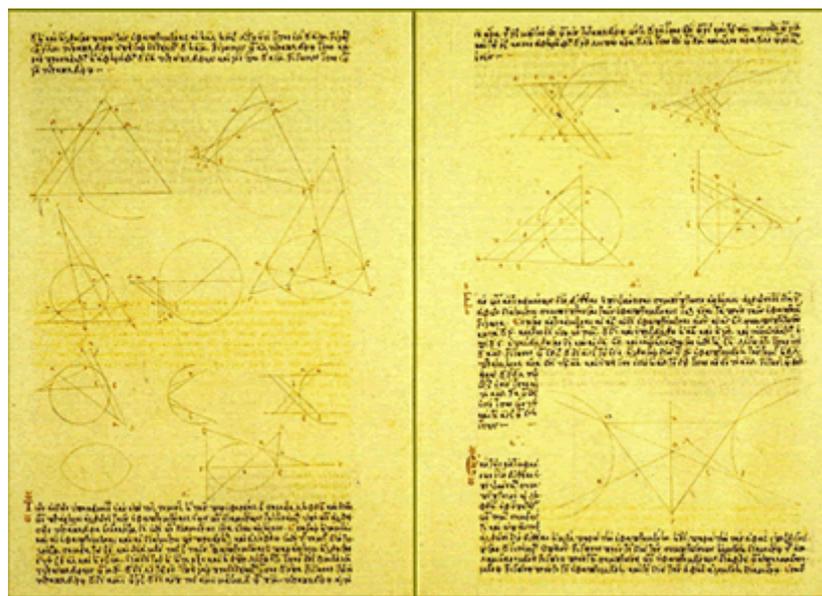
Arquímedes creó una nueva teoría basada en ponderar secciones muy pequeñas de figuras geométricas y a partir de las cónicas obtener áreas y volúmenes.

Las cónicas fueron descubiertas por un alumno llamado Menaechmus un Plautus (380– 320a.C.) y fueron objeto de estudio por muchos griegos.

En la siguiente imagen se puede apreciar En la siguiente imagen se puede apreciar la portada de una edición de 1675 de las cónicas de Apolonio y analizaban las diversas curvas cónicas.



Archimedis opera; Apollonii Pergaei conicorum libri IIII (6)



Archimedis opera; Apollonii Pergaei conicorum libri IIII,(7)

Se comenzaba a relacionar las matemáticas con la física y se empezaron a calcular los centros de gravedad. También se iniciaron los cálculos basados en la geometría en relación a la capacidad de flotar en el agua.

Apolonio de Perga (262 -190 a. C.) fue un investigador que trabajó con Teodosio de Bitinia (c. II-I a.C.) sobre las cónicas y escribió ocho libros sobre las cónicas. Fue quien estableció sus nombres conocidos hoy como la elipse, la parábola y la hipérbola.

Gracias a su obra, hasta el siglo XVII se pudieron estudiar en profundidad estas curvas.

Grecia tuvo tres principales investigadores dedicados a la geometría. Fueron Euclides, Arquímedes y Apolonio y consiguieron revolucionar la geometría tal y como hoy la conocemos. También se dedicaron a la astronomía e iniciaron estudios muy reconocidos.

En el ámbito de la astronomía, los griegos utilizaron el sistema babilónico de fracciones y realizaron las tablas de cuerda de un círculo. Estas tablas relacionan el radio del círculo con la longitud del mismo en función del ángulo y observaron la relación que se producía. Estas tablas fueron las bases hacia el futuro de la trigonometría.

Las matemáticas griegas fueron bastante más sofisticadas que las desarrolladas por otras culturas, debido a ello y a su proximidad con el resto de Europa influyeron en todo el mundo. Más tarde serían un modelo a seguir en la Edad Media, siguiendo un razonamiento inductivo establecido por reglas, definiciones y teoremas.

## **LA SITUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNDO**

En los siglos I al VIII es cuando más se desarrollaron las matemáticas hindúes. Al ser una cultura muy religiosa, utilizaban las matemáticas frecuentemente con el fin de conseguir crear unos monumentos arquitectónicos de gran importancia y la realización de templos para adorar a sus dioses.

Se vio reflejada la utilización de sistemas decimales de numeración como el resto de culturas anexas a la suya.

Hay cuatro matemáticos indios que destacaron sobre el resto en aquel momento. Son Aryabhata (476 - 550 d.C.), Brahmagupta (598 - 660 d.C.), Mahavira (s. IX) y Bhaskara Akaria (s. XII).

Lo más relevante de esta cultura es que utilizan reglas aritméticas para el cálculo, empiezan a utilizar los números negativos y el cero, y aceptan los números irracionales como soluciones correctas.

También consiguieron resolver las ecuaciones tanto lineales como cuadráticas y las raíces las consideraban como deudas. Los indios crearon los métodos para resolver las ecuaciones llamadas diofánticas.

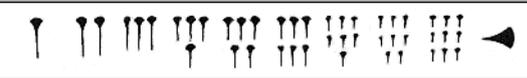
Por otro lado, los árabes también en esta época tenían una evolución matemática considerable.

Se suele creer que los números conocidos como números árabes son de esa zona geográfica pero en realidad son hindúes.

Los árabes en esta época estaban en plena expansión conquistando el mundo con la religión musulmana. Llegando así a la península Ibérica y hasta los límites de China. Debido a estas colonizaciones, el pueblo árabe iba adquiriendo la ciencia de los diversos pueblos a los que conquistaba y la hacía suya como tal.

El sistema numérico de los hindúes era de un tipo posicional y cada número tiene diferente valor en función de la posición que ocupe. Los árabes evolucionaron el sistema de los hindúes sobre las posiciones decimales y lo adaptaron a las fracciones.

En la imagen siguiente se puede observar cómo evoluciona la tipografía numérica a lo largo de la historia.

Babilonia	
Egipto	
Grecia	A B Γ Δ E F Z H Θ I
Roma	I II III IV V VI VII VIII IX X
China Antigua	一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
Maya	· .. ... - 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
India	१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०
Árabicos siglo 15	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 0
Actuales	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 0

Numeraciones históricas (8)

Los árabes introducen por fin los números tal y como los conocemos ahora según la posición. El 5 vale cinco en unidades, en decenas un 5 significaría 50, en centenas 500 y así sucesivamente pero este tipo de numeración no la utilizaban pueblos como el griego o el babilónico, sino que fue adoptada por los

árabes que se dieron cuenta que el sistema hindú era mucho más efectivo que el resto de numeraciones conocidas hasta el momento.

Un matemático persa llamado Omar Khayyam(1048-1131) descubrió métodos para resolver raíces cuadradas, cúbicas y de cualquier índice gracias a estas numeraciones.

El más conocido de los matemáticos árabes es Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi (780-850) revolucionando el álgebra y sus métodos de cálculo.

Se continuaron las investigaciones de Arquímedes acerca de las áreas y de los volúmenes y también se evolucionaron los problemas de óptica.

Habas al-Hasib (792-870) y Nasir ad-Din at-Tusi (1201–1274) investigaron y crearon diversos tipos de trigonometrías planas y esféricas utilizando la función seno de los indios y el famoso teorema de Menelao de Alejandría (70–140).

Durante la Edad Media los trabajos de los árabes fueron los más reconocidos y tuvieron muchísima importancia junto con los descubrimientos anteriores de Grecia.

Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano o Leonardo Bigollo ( 1170 - 1250), también llamado Fibonacci posteriormente se basaría junto con Fray Luca Bartolomeo de Pacioli(1445 – 1517) en las matemáticas de los árabes para realizar sus estudios. Esto marcó una nueva época como es el Renacimiento, desarrollando sobre todo en Europa una gran cantidad de descubrimientos.

## **EL RENACIMIENTO Y LAS MATEMÁTICAS POSTERIORES**

En esta época evolucionan los números y aparecen los números complejos. Gerolamo Cardano (1501 - 1576) descubre una fórmula matemática para resolver ecuaciones de tercer y cuarto grado. También fomentaron la nueva búsqueda de soluciones semejantes para las ecuaciones de índices superiores.

A partir de aquí se crearon las primeras investigaciones sobre la teoría de grupos en el siglo XVIII.

Se evolucionan los símbolos matemáticos durante el siglo XVI y se crea una notación más parecida a la actual.

El matemático francés François Viète(1540 - 1603) realizó estudios muy significativos sobre la resolución de ecuaciones y terminó influyendo en

discípulos suyos como Newton Sir Isaac Newton (1642 – 1727) y Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716).

Jakob Bernoulli (1654 - 1705) consiguió inventar el cálculo de las variaciones y otro descubrimiento significativo fue de Gaspard Monge (1746 - 1818) que consiguió crear la geometría descriptiva.

Giuseppe Lodovico Lagrangia (1736 - 1813) creó sus ecuaciones de sistemas dinámicos e hizo descubrimientos sobre teoría de los números y las ec. Diferenciales.

Por otro lado Pierre-Simon Laplace (1749 - 1827) escribió libros muy importantes sobre el análisis de probabilidades y también fue reconocido por sus investigaciones en la astronomía.

En el siglo XVIII destaca un matemático muy importante suizo llamado Leonhard Paul Euler (1707 - 1783). Fue un gran descubridor de las teorías del cálculo y escribió muchos libros sobre el álgebra y la mecánica, siendo así un modelo de referencia para las siguientes generaciones.

Surgen las teorías cinemáticas, los análisis de las velocidades por parte de Newton y las series infinitas de LaGrange.

Es una época donde Europa sufre una revolución matemática en todos los aspectos. El conocimiento se dispara y se empieza a especializar en diferentes campos de una forma bastante estructurada.

Es justo en el comienzo del siglo XIX donde la matemática se especializa y la complejidad de los cálculos y teoremas aumenta de nivel considerablemente. La exactitud cobra un papel todavía más fundamental en el pensamiento del siglo XIX.

## **EL SIGLO XIX**

Las matemáticas estaban reconocidas en el pasado como una ciencia asignada a las magnitudes, a los números y a la combinación entre magnitudes y números.

En el siglo XIX se empiezan a reconsiderar las matemáticas y se comienzan a plantear como un nexo de unión entre otras ciencias. Se comienza a utilizar simbología para crear una teoría exacta y deductiva basada en definiciones,

axiomas, reglas y postulados en los que se evolucionan los elementos anteriormente descubiertos en teoremas más avanzados.

En este siglo como consecuencia de la revolución matemática que hubo en el renacimiento en Europa, el legado de las generaciones anteriores y la cantidad de descubrimientos y de planteamientos que se generaron, se ve reflejado notablemente con el paso del tiempo. Entramos en un siglo en el que la manera de pensar ya está estructurada de una forma consolidada como actualmente la conocemos y las matemáticas son pensadas como un reto del conocimiento para comprender la realidad y ayudar a la humanidad.

En este siglo aparecen los conceptos de límite y los cálculos de aproximaciones. Esto fue iniciado por un matemático francés llamado Agustín Louis Cauchy (1789- 1857).

Apareció un concepto muy importante que se aplicaría en física y son los movimientos de elongación de un resorte. Para ello se creó el concepto de función definiéndolo como tal. Supuso un gran paso para la física el análisis de estos movimientos.

Johann Carl Friedrich Gauss (1777, 1855) consiguió dar una explicación en este siglo al concepto de número complejo y evolucionar su utilización.

Por otra parte Jean-Baptiste-Joseph Fourier (1768 - 1830) consiguió hacer sumas infinitas utilizando funciones de trigonometría. Más tarde serían reconocidas como las series de Fourier. También consiguió estudiar conjuntos infinitos y utilizar una aritmética de números infinitos. Esto desembocó en la creación de Fourier en la teoría de Cantor y actualmente forma parte de los fundamentos de las ciencias de la matemática y recientemente se puede ver aplicada en las turbulencias y corrientes de los fluidos.

En este siglo surgen las geometrías no euclídeas. Este tipo de geometrías no adoptan todos los postulados de Euclides. Una de dichas geometrías tiene de peculiar es que es posible trazar al menos dos rectas paralelas, a una recta dada que pasen por un punto que no pertenece a esta. En este siglo no se encontró ninguna utilidad a estas geometrías, pero Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826 - 1866) más tarde lo estudiaría y descubriría las paralelas múltiples y como consecuencia en el siglo XX a partir de las investigaciones que realizó Albert Einstein (1879 –1955) se le encontró aplicaciones en la física.

Gauss combinó investigaciones científicas y matemáticas desarrollando métodos estadísticos, cálculos sobre órbitas de planetas, trabajos sobre potencias, estudiaba el magnetismo y también realizaba estudios sobre la

geometría de las superficies y topográficas siendo uno de los personajes más importantes de este siglo.

Se descubrieron diversos sistemas algebraicos que tienen numerosas propiedades en los números reales.

Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813) y Évariste Galois (1811 - 1832) consiguieron crear una teoría sobre la resolución de polinomios a partir de fórmulas algebraicas y fue un avance importante en la teoría de grupos.

A finales de este siglo debido a la amplitud del conocimiento se encontraron con una gran cantidad de problemas que no sabían hallar respuesta. El número de matemáticos cada vez era mayor y el conocimiento mucho más especializado.

## **LA MATEMÁTICA EN LA ACTUALIDAD**

Debido a la gran cantidad de cuestiones y problemas sin resolver en el pasado, el matemático David Hilbert (1862 - 1943) en una conferencia en París estableció en 1900 un repaso de 23 problemas en los que afirmaba que eran las metas de las investigaciones matemáticas del siglo que estaba a punto de comenzar.

Después de esta conferencia los matemáticos se vieron orientados hacia donde debían de dirigir sus investigaciones y constantemente aparecen nuevas resoluciones de problemas.

Hilbert se vio sorprendido por la invención de los ordenadores y lo consideraba imprescindible como paso hacia un nuevo mundo del conocimiento y esencial en el futuro de las matemáticas.

Las máquinas programables de aquel entonces eran calculadoras de relojería de Blaise Pascal (1623 - 1662) y Gottfried Wilhelm Leibniz, a veces von Leibniz (1646 - 1716).

Más tarde Charles Babbage (1791 - 1871) creó una máquina que realizaba operaciones matemáticas siguiendo una lista de pasos a seguir escrito en tarjetas o cintas.

Posteriormente se inventaron el relé, la válvula de vacío y el transistor y gracias a estos inventos se pudieron crear computadoras a gran escala.

La creación de estas herramientas de trabajo, provocó avances en el análisis numérico, y han conseguido crear nuevas áreas de investigación matemática.

Hoy en día tenemos ordenadores con los que poder trabajar y los cálculos complejos son realizados mediante máquinas, siendo siempre necesaria la mente de un gran matemático para poder manipularlas en la dirección correcta.

Debido a esto, la mayoría de matemáticos saben que su herramienta indispensable de trabajo son los ordenadores y dependen de la tecnología enormemente para poder avanzar sus estudios. Es por ello que en el futuro una gran parte de las investigaciones principales estarán orientadas a sus herramientas de trabajo, necesarias para poder hacer un progreso adecuado en el campo del conocimiento.

## **LAS MATEMATICAS HACIA EL FUTURO**

### **ORDENADORES QUANTICOS**

Gracias a la creación de las computadoras como método de estudio para resolver problemas matemáticos hasta ahora inimaginables se ha llegado a la conclusión de que es necesario que este tipo de herramientas tengan una potencia excelente que nos permitan realizar nuevos descubrimientos.

Las computadoras actuales tienen una gran potencia pero es necesaria una potencia mayor para avanzar en algunos aspectos.

Hay científicos como Richard Phillips Feynman (1918 – 1988, Paul Benioff (1930-1982) y David Eliesser Deutsch (1953), que iniciaron la investigación de este tipo de ordenadores entre 1970 y 1980. Fomentaron la fabricación en esos años el concepto de computadora cuántica. Es decir, construir ordenadores que tuvieran sus componentes del tamaño de átomos. En 1994 Peter Williston Shor (1959) es capaz de conseguir escribir el algoritmo cuántico para descomponer ordenadores en otros más pequeños.

Una computadora cuántica utiliza qubits, es decir bits cuánticos. Esto permite nuevos circuitos y puertas lógicas con nuevos algoritmos matemáticos. En los ordenadores normales se guarda la información y se procesa en bits con valor 0 o 1 pero en los cuánticos pueden valer 0 y 1 a la vez y así poder trabajar mucho más rápido y con muchos más procesos a la vez que un ordenador ordinario, reduciendo operaciones que duran muchos años a segundos de ejecución.

Se ha descubierto que pueden funcionar con componentes defectuosos y funcionar incluso con componentes importantes estropeados y que pueden perder la cuarta parte de información del ordenador y seguir funcionando todo adecuadamente.

Se ha conseguido crear la primera computadora cuántica comercialmente viable todavía en pruebas.

A continuación se muestra la estructura de un ordenador cuántico en la fotografía.



Prototipo de ordenador cuántico presentado por D-Wave Systems – año 2011(9)

Una empresa de Canadá D-Wave systems ha conseguido construir el primer prototipo que tendría la posibilidad de salir al mercado.

Las partes del ordenador emiten fotones entre ellas y tiene muchísima más transacción de datos que un ordenador normal. Los átomos son emitidos mediante laser y provocan estados cuánticos en las partículas que tienen en su interior. El único inconveniente es que al haber una superconductividad en su interior se calientan mucho.

Se prevé en un futuro comercializar los primeros sistemas cuánticos.

## **INTRODUCCIÓN EN EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA**

A continuación, vamos a exponer un resumen de los requisitos que marca la ley y el funcionamiento que se debe seguir tanto en el aula, como en el centro educativo para la impartición de las Matemáticas.

Se expondrá un punto de vista acerca del currículo de secundaria por Carmen Sánchez Ávila:(Doctora en Ciencias Matemáticas desde 1993 por la Universidad Politécnica de Madrid) , complementado con deducciones a partir de las conclusiones, y puntos en común personales sobre los diversos artículos de investigación de los investigadores : José Luis Montesinos Sirera (profesor de la universidad de Andalucía.) *Orietta Protti, (investigadora matemática de la universidad de Costa Rica)*Alejandra Santillan-( Profesora de la universidad del Chaco Austral -Argentina) y J. Salinas de Sandoval- (Profesor de la universidad de Tucuman-Argentina y posteriormente de París- Francia) , llegando a unos aspectos comunes en los que coincidiremos basándonos en lo expuesto en este trabajo.

La ley que establece el tipo de funcionamiento de las asignaturas en los centros es la Ley Orgánica de Educación (LOE). Esta ley organiza todo el sistema de educación en este país , desde primaria , pasando por secundaria hasta la universidad.

Esta ley establece que la Educación Primaria y Secundaria es básica y obligatoria para todas las personas y comprende 10 años de educación , desde los 6 a los 16 años. Desde los 6 años hasta los doce años se cursa la educación primaria y desde los 12 años hasta los 16 se cursa la educación secundaria.

En el artículo número 6 de esta ley viene definido el concepto curricular y dicta textualmente: «se entiende por currículo el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente ley».

De esta manera, todos los ciudadanos de este país tienen una formación común y así podemos garantizar que los títulos son completamente válidos de cualquiera que curse la primaria y la secundaria.

El gobierno establece los requisitos curriculares básicos o enseñanzas mínimas y en el caso de la ESO al superarla se obtiene el título más básico del sistema educativo actual.

En el Real decreto 1631/2006 del 29 de diciembre se redactan los diversos objetivos, competencias básicas, contenidos y finalmente los criterios de evaluación.

Las administraciones educativas establecen un horario escolar para cada asignatura siendo iguales en todas ellas a excepción de las que tengan un segundo idioma en el cual varía los porcentajes diversos para cada asignatura.

Vamos a exponer a continuación en qué se basan las competencias básicas y cómo se pueden relacionar con la historia de las matemáticas para intentar mejorar así la enseñanza de esta materia.

**COMPETENCIAS BASICAS**, según Carmen Sánchez Ávila en referencia a la investigación sobre el análisis de la Introducción al currículo de secundaria.

Se ha escogido el trabajo de Sánchez Ávila (14) por representar una investigación muy completa sobre el análisis de las matemáticas en la educación española. Este trabajo contiene críticas tanto positivas como negativas de cómo ha evolucionado la enseñanza en España.

Debido a que estamos en la Comunidad Económica Europea, hay que poner unas pautas comunes de aprendizaje básicas.

Estas competencias básicas son lo que deben saber manejar los alumnos cuando terminen la ESO, así conseguirán realizarse como persona y podrán desenvolverse en la vida con un conocimiento y unas capacidades suficientes para las diferentes situaciones que se van a encontrar a lo largo de su vida.

Para poder desarrollar bien este tipo de competencias es necesario que tanto el centro como los alumnos, recursos didácticos y todo lo relacionado con la educación estén asociados para cumplir esta finalidad.

En el sistema de educación español hay 8 competencias básicas:

- Competencia lingüística
- Competencia matemática
- Competencia social
- Competencia del mundo físico
- Competencia artística
- Competencia digital y de información
- Competencia para aprender a aprender
- Competencia en autonomía e iniciativa como persona

Se puede entender que prácticamente el currículo contribuye a la adquisición de la competencia matemática, ya que utilizar el pensamiento matemático de diferentes maneras para interpretar y analizar la realidad, forma parte del aprendizaje.

Los bloques de contenidos del sistema de educación español están adaptados para que se expresen y se utilicen un lenguaje matemático y así obtener conclusiones y poder enfrentarse a situaciones diversas.

Los investigadores anteriormente citados destacan que dependiendo de cómo se enseñen las matemáticas se entenderá el mundo de una manera u otra y se abordaran los problemas de la vida cotidiana de manera diferente.

Personalmente creo que es conveniente poner en contexto la historia e ir haciendo un análisis de cómo en las anteriores épocas resolvían los problemas, abordándolos por diferentes caminos y con muchos menos recursos que los actuales, para así situar al alumno en las épocas respectivas de los descubrimientos matemáticos y provocar una curiosidad y acercamiento hacia los problemas acorde con el tipo de pensamiento que tenían los matemáticos de aquella época. De esta manera, pensamos que el alumno puede desarrollar más la capacidad intuitiva.

El correcto uso de la tecnología para enseñar la asignatura puede mejorar el tratamiento de la información y la competencia en las tecnologías así como la estadística y los programas gráficos para entender la información que le llega al ciudadano de una manera más adecuada.

Sería una buena práctica docente enseñar videos o documentales puntuales que relaten información al respecto sobre las diversas unidades didácticas del currículo, combinándolo con diapositivas y hallazgos diversos plasmados con el proyector. Actualmente gracias a internet se pueden ver reflejados descubrimientos históricos con animaciones y programas de geometría dinámica que facilitan mucho el aprendizaje.

El lenguaje matemático ayuda a formalizar el pensamiento y forma la competencia lingüística oral y escrita.

Montesinos Sirera (11) , en su obra: Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria año 2000 Editorial Síntesis S.A. afirma que la matemática se apoya en la competencia artística sobre todo la parte de geometría puesto que gracias a ello se puede describir el mundo y la realidad del ser humano y se aprende a analizar todos los objetos que nos rodean.

En mi opinión las civilizaciones antiguas como Egipto o Grecia eran pueblos muy imperialistas en los que la arquitectura era un pilar en el que la matemática cobraba gran importancia. La geometría era un aspecto imprescindible en todo tipo de construcción y el comprender los avances matemáticos explican la calidad de los monumentos y la dificultad de construcción acorde con la ciencia.

Varios investigadores coinciden en que la iniciativa personal se fomenta gracias a resolver problemas matemáticos, y con ello se pueden fomentar los aspectos de la capacidad de toma de decisiones.

Hay multitud de algoritmos y pasatiempos matemáticos que a lo largo de la historia se han propuesto como retos y han provocado una gran evolución del pensamiento matemático.

Y tratar la información de una manera adecuada y razonarla, contribuye a aprender a aprender y a tener una opinión personal sobre la realidad del individuo.

A continuación presentamos la visión de Sánchez Ávila sobre los métodos pedagógicos.

### **MÉTODOS PEDAGÓGICOS** según Sánchez Ávila(14)

Los métodos los dicta la administración, pero según Sánchez Ávila (14), para que el aprendizaje sea eficaz, las matemáticas se deben entender de una forma cíclica y que en cada curso se repitan contenidos pero se avance un poco más a medida que se asciende de curso. De esta manera se fijan contenidos básicos y se amplía poco a poco la capacidad matemática del alumno.

En la historia ocurre algo parecido. Diversas culturas tenían muchos campos del conocimiento matemático separados en secciones que iban evolucionando con los años. Actualmente, se dividen en varios campos en los que se recogen todos los principales descubrimientos del pasado. Hay ciertos conocimientos de la época moderna y contemporánea en que la evolución matemática ya sobrepasa el nivel matemático de la educación secundaria y se dan en bachillerato o en la universidad.

El método a utilizar dependerá de los alumnos que se esté enseñando. Una gran forma de organizarse podría ser potenciar todos los recursos que existan en el aula e intentar que el aprendizaje sea inductivo. Deben observar, pensar y responder de una manera argumentada los diversos problemas que se les planteen y a la vez intentarlo relacionar con otras asignaturas del currículum. Sería conveniente provocar en el alumno la curiosidad hacia la asignatura y tiene que entender la aplicación en el mundo real.

Los autores de los diversos artículos como: La historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria por Montesinos Sirera (11) y, Los aportes para la construcción de una historia de la matemática escrito por Alejandra Santillán(13), están de acuerdo con este método, se considera indispensable.

En mi opinión, por los artículos que he leído, los conceptos matemáticos se deben plasmar de una manera intuitiva buscando siempre el pensamiento matemático y su respectivo rigor. Así conseguiremos transmitir las ideas de una forma adecuada y precisa y para ello hay que acostumbrar al alumnado a que se exprese tanto oral como escrito y aprenda el lenguaje matemático de una forma más rápida.

Los investigadores Montesinos Sirera(11) y Sánchez Ávila(14), coinciden en que hay que intentar trabajar también por grupos para fomentar las capacidades de defender sus ideas y argumentar opiniones y que por ellos mismos sepan elegir correctamente las posibilidades.

Desde mi punto de vista se pueden plantear todo tipo de cuestiones para que razonen de manera adecuada y diversas situaciones históricas en las que las matemáticas fueron la utilidad del pueblo.

No hay que abusar de las calculadoras y hay que fomentar el cálculo mental, de esta manera tendrán un pensamiento más ágil y rápido, según Orietta Protti(10).

Por otra parte personalmente creo que es conveniente utilizar programas informáticos que faciliten las explicaciones de los problemas y así puedan asimilar antes los conceptos de una manera más gráfica siendo de gran utilidad para alumnos con baja capacidad de abstracción.

A continuación he seleccionado los objetivos que personalmente, me parecen más importantes deducidos a través de las investigaciones de Sánchez Ávila(14), Montesinos Sirera(11), Protti(10) , Santillan(13) y Salinas de Sandoval(15) y que reflejan , desde mi punto de vista, todo lo necesario para obtener una gran práctica docente.

### **OBJETIVOS** según Sánchez Ávila(14)

Para superar la educación secundaria obligatoria será necesario cumplir con unos objetivos.

- Conseguir tener un pensamiento reflexivo y así poder argumentar y razonar de una manera matemática adecuada para tener una buena capacidad comunicativa.
- Saber aplicar las matemáticas en la rutina diaria y a lo largo de la vida. [Sólo comprendiendo el pasado se puede entender la vida actual que tenemos.](#)

- Poder enfrentarse a situaciones y buscar diversas soluciones, eligiendo la que más le convenga al alumno analizando los resultados.

- Saber interpretar los diversos datos que le llegan al ciudadano día a día y poder analizarlos correctamente.

- Conseguir entender la información y los datos que se comentan en los medios informativos, para poder comprender y contrastarlos con otros medios de información.

- Tener la capacidad de identificar la geometría de su entorno diario, ser capaz de realizar un análisis, dándose cuenta de las propiedades que tienen dichos objetos.

- Poder utilizar la tecnología para fomentar su aprendizaje y la comprensión del mundo que le rodea.

- Enfrentarse a los problemas y situaciones de la vida con un pensamiento matemático buscando soluciones. [Los problemas del pasado serán las soluciones del futuro, pero siempre es imprescindible conocer cómo se resolvieron para así estar preparados hacia los problemas actuales.](#)

- Poder crear pensamientos propios y estrategias para resolver problemas, sabiendo utilizar diversos medios para abordarlos, analizando datos y respuestas.

- Tener una buena actitud ante los problemas y tener confianza en su propia capacidad para abordarlos. [La evolución de la ciencia cada vez avanza más rápido y esto es gracias a que vamos por un camino correcto en el que hay que buscar los campos que más amplíen el conocimiento.](#)

Estos objetivos serían lo mínimo que debería de aprender cada alumno por parte de la asignatura de matemáticas al terminar la ESO.

## **CONTENIDOS**

En este apartado vamos a intentar combinar los contenidos con algún recurso histórico y a la vez exponer los contenidos que pensamos que podrían plantearse a raíz de los estudios analizados.

Según el currículo de secundaria hay unos contenidos divididos en diversos bloques:

- Contenidos comunes

- Los números
- El álgebra
- La geometría
- Funciones y gráficas
- La estadística y la probabilidad

Estos bloques se irán combinando en función de lo necesario de cada unidad didáctica y no van estrictamente separados entre ellos.

### **LOS CONTENIDOS COMUNES:**

Incluyen la capacidad de transmitir y comentar los procesos que se llevan a cabo en la resolución de los problemas.

Se hace especial hincapié en la constancia y la flexibilidad de encontrar las soluciones de los problemas y en el análisis de las soluciones.

También se ven reflejadas las herramientas tecnológicas para llevar a cabo la asignatura.

### **NÚMEROS:**

Se continúa con el estudio de los números y se amplía hasta los números reales en secundaria.

También se estudian las distintas representaciones de los números como los números fraccionarios, los porcentajes y los números decimales. [Sería una gran opción incluir distintos tipos de numeraciones de diversas culturas, y comentar los diversos tipos de representación.](#)

Según Sánchez Ávila (14), se debe destacar que lo principal no es la destreza del cálculo sino la comprensión operacional que permite el adecuado uso de las matemáticas. Paralelamente se desarrollará el estudio de la capacidad de estimar magnitudes y la capacidad del cálculo mental.

En el primer curso es donde se imparten criterios de divisibilidad y sus diversas aplicaciones. Se da especial importancia al estudio de números enteros cuyos antecedentes son de la educación primaria. Se estudian las relaciones entre las fracciones y los números decimales, se introducen las potencias con exponentes naturales y también se lleva a cabo el cálculo de las raíces cuadradas exactas. Desde mi punto de vista, una buena manera de introducir la historia para el tratamiento de este tema, sería comentar que [el pueblo egipcio fue el primer pueblo que inició este tipo de cálculos de números decimales, fracciones.](#)

Se recuerda el sistema métrico decimal y las diversas unidades monetarias. Se tiene en cuenta que hay que recordar los porcentajes y también las magnitudes directamente proporcionales. [El pueblo chino fue un pueblo basado en el comercio y aprendieron a resolver problemas comerciales porque así se lo demandaba su sociedad.](#)

En segundo ya se finaliza la divisibilidad acabando con las unidades del max común divisor y el min común múltiplo. Esto le da la posibilidad al alumno de simplificar fracciones para resolver diversos problemas. [Proponemos para tratar este tema nombrar a Euclides y a su método para encontrar el máximo común divisor de dos números.](#)

Se hace recordatorios de medidas como el tiempo y los ángulos y aparecen las magnitudes inversamente proporcionales. [Es recomendable mencionar a los babilónicos y sus métodos de estudio.](#)

En tercero comienzan a estudiar los números racionales, los decimales exactos y también los periódicos. [Sería conveniente relacionarlo con los egipcios y con los árabes explicar su evolución ya que fueron estas civilizaciones quienes iniciaron estos descubrimientos.](#)

Se avanza con las potencias de exponente entero y esto da la posibilidad de trabajar con números especialmente grandes o pequeños iniciándose en las notaciones científicas. [Se recomienda recordar a los babilónicos y a los griegos como recurso histórico.](#)

Se estudian aproximaciones, errores absolutos y relativos y se sigue recordando las proporcionalidades. [Sería de gran utilidad hablar sobre Tales y su obra.](#)

Por último en el cuarto curso se finaliza con los números irracionales y se comienza el inicio de los números reales. Las potencias con exponentes fraccionarios aparecen en el último curso de la ESO y se comienza a operar con radicales. Los porcentajes se finalizan estudiando el interés compuesto y las proporcionalidades tanto como la inversa como la directa. [Como datos recomendables, comentar que los chinos no utilizaban la noción del cero, la evolución de los árabes en el uso de los números y también la evolución hasta llegar a los irracionales, entre otros importantes descubrimientos.](#)

## **ÁLGEBRA**

Este campo del conocimiento se va desarrollando progresivamente, utilizando simbología y expresiones, desde 1 de ESO hasta 4 ESO, y se hace especial

énfasis a la lectura, la simbología y los planteamientos en cada enunciado de los diversos problemas que se exponen.

Se tiene conocimiento de que el álgebra suele resultar difícil para los alumnos. El campo algebraico se debe comenzar con la representación y utilización de las cantidades y transformar sus unidades cuando fuera necesario.

En 1º ESO se introduce al alumno en la utilización de letras para la simbología de números desconocidos y también en la utilización de fórmulas sencillas para obtener resultados. [Se podría hacer alusión a la evolución del lenguaje simbólico culminado en Viéte.](#)

En 2º ESO se comienzan a realizar diversas operaciones con binomios y ecuaciones de primer grado y su diversa aplicación en problemas. [Se podría presentar la manera de resolver dichas ecuaciones por civilizaciones como la griega y la china.](#)

En 3º ESO se introduce al alumno en las sucesiones numéricas y en las progresiones, ya sean aritméticas o geométricas. Se trabajan las operaciones con polinomios y se estudian las ecuaciones con dos incógnitas y de segundo grado. Para finalizar se aplican estos conocimientos para la resolución de problemas. [Una buena aportación podría ser, comentar a Fibonacci y sus progresiones, que ayudaran a comprender las sucesiones. En la India, se consiguieron resolver ecuaciones con dos incógnitas y de segundo grado en la Edad Media.](#)

En 4º ESO se continúan estudiando los polinomios, las diversas entidades notables, la factorización, Ruffini, se abordan las operaciones con fracciones algebraicas y el estudio de las inecuaciones y todo ello aplicándolo a problemas diversos. [Sería útil exponer el trabajo de Nicole Oresme y Gerolamo Cardano en relación a la resolución de ecuaciones de tercer y cuarto grado.](#)

## **GEOMETRÍA**

[Sería conveniente hacer alusión a las matemáticas griegas y a los trabajos de geometría de matemáticos como Euclides, Arquímedes y Apolonio.](#)

Este campo del conocimiento, consiste en las diversas definiciones y fórmulas para poder desarrollar cálculos de superficies y volúmenes, y sobre todo se basa en analizar las propiedades y relaciones clasificando y razonando las formas y las estructuras geométricas según Sánchez Ávila (14).

La geometría debe de aportar conocimientos útiles para construir y dibujar modelos, así como tener una capacidad de medir y catalogarlos en función de

los criterios elegidos. Este tipo de conocimiento permite la oportunidad de establecer la relación con otras partes del conocimiento humano, como la naturaleza o el arte y se debería hacer énfasis en ello.

Es aconsejable utilizar recursos manipulativos para fomentar el pensamiento del alumno y dar una gran importancia en la geometría en donde la abstracción puede ser fomentados reflexionando así las ideas que van surgiendo a medida que se adquiere experiencia en la observación de los objetos físicos.

Es de especial interés utilizar programas de geometría dinámica, puesto que permite a los alumnos interaccionar con las figuras y sus diversas características, siendo más fácil el análisis de propiedades, ver las relaciones y crear conclusiones.

En 1º ESO se estudian los componentes básicos que conforman la geometría del plano, pero todavía no se estudia la geometría del espacio que se demora para cursos posteriores. Se estudia el paralelismo y la perpendicularidad entre rectas, también se analizan las relaciones entre ángulos, la bisectriz de un segmento y se estudia el método de creación de la mediatriz de un ángulo. [Se podrían presentar los axiomas de Euclides y las construcciones geométricas sencillas de su obra “Los Elementos”.](#)

Las figuras planas elementales, poniendo especial atención al triángulo y sus diversos elementos notables, los cuadriláteros, la circunferencia y los diversos cálculos de las áreas y los perímetros. Para finalizar se estudia la simetría axial en planos. [Muy recomendable sería una introducción sobre Pitágoras, el gran matemático Griego que estudio los triángulos y sus propiedades.](#)

En 2ºESO se continúa avanzando con la geometría del plano. Se hace un comienzo del estudio del teorema de Pitágoras y las semejanzas y escalas.

Para ello se podrían presentar distintas demostraciones del teorema de Pitágoras a lo largo de la historia, y la obra de Tales en el tratamiento de la semejanza.

Se comienzan a estudiar los elementos del espacio como son los puntos, las rectas y los planos, sus diversas relaciones ya sea el paralelismo, incidencia o la perpendicularidad entre las rectas y los planos, los diversos cuerpos geométricos y problemas de cálculo de longitudes, áreas y volúmenes.

En 3º ESO aparece el concepto de lugar geométrico y se enseña el teorema de Tales y el teorema de Pitágoras. Se realizan diversos problemas con estos teoremas y se analizan y estudian los movimientos del plano tanto como giros, las simetrías o las traslaciones.

También se estudian las posiciones relativas de las esferas y de los planos, y se analiza el globo terráqueo comentando la longitud y latitud, y los husos horarios.

En 4º de ESO en la opción A, se estudia más a fondo la semejanza de los triángulos y el teorema de Pitágoras con el fin de obtener medidas indirectas para resolver problemas geométricos. Se finaliza el bloque con una pequeña iniciación a la geometría analítica del plano y tratan temas como las coordenadas de los puntos y la distancia entre ellos.

En 4º ESO en la opción B, se estudia las figuras y cuerpos en función de la semejanza. Se comienza con el estudio de trigonometría y se analizan las razones trigonométricas y las resoluciones de triángulos rectángulos aplicándolo a problemas. Para finalizar se estudia un poco de geometría analítica plana, entrando en temas como las coordenadas de los puntos, la distancia entre ellos y las representaciones de las soluciones de una ec. de primer grado con dos incógnitas.

## **FUNCIONES Y GRÁFICAS**

Se analizan las diversas relaciones entre variables y su representación, utilizando gráficos y tablas junto con modelos matemáticos para interpretar y explicar fenómenos de tipo social, económico y natural. En este bloque se explican las diferentes formas de representar diversas situaciones como la numérica, la verbal, geométrica y se pretende que los alumnos sean capaces de diferenciar y distinguir características en determinadas funciones y así poder desenvolverse en la realidad.

Se analizan las gráficas y sus respectivas características como son los cortes con los ejes y su respectivo crecimiento y decrecimiento, la continuidad, las simetrías, etc.... En 3º ESO se hace especial énfasis sobre el estudio de gráficos algebraicamente de funciones constantes, funciones lineales y funciones afines. Y para finalizar en 4º ESO, se analizan las funciones no lineales tanto como exponenciales como cuadráticas y en la opción B se estudian las funciones logarítmicas sencillas. Para finalizar este curso se comienza con el estudio de las tasas de variación y las funciones con intervalos, interpretándolas y representándolas solucionando diversos problemas relacionados con la naturaleza y la información.

Sería de gran aportación hablar sobre Descartes y sus avances en las funciones gráficas generando coordenadas y diversas propiedades.

## **ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD**

Es un tema en el que constantemente aparece en los medios informativos y se utiliza en gran variedad de materias. La estadística actualmente tiene muchísima importancia y saber estudiarla y comprenderla, da una capacidad a los estudiantes para analizar con una buena capacidad crítica las representaciones e información diversa que nos envían los medios de comunicación.

En los primeros cursos se intenta hacer una aproximación al análisis de datos mediante tablas y gráficos, utilizando medidas de centralización, siendo estas la media, la moda, mediana y en tercer curso el rango y la desviación típica. Más adelante, el trabajo va orientado para obtener valores representativos de diferentes muestras y se analiza más en profundidad la utilización de diversos diagramas y gráficas complejas para así terminar sacando las conclusiones respectivas. En este bloque, es donde se utiliza en mayor proporción la calculadora siendo una gran herramienta para analizar gráficas y tablas estadísticas.

La probabilidad comienza estudiando los fenómenos aleatorios utilizando la experimentación. En 3º ESO se enseña a estudiar experimentos aleatorios y los métodos de Laplace para calcular probabilidades. En 4º ESO se amplía la materia, estudiando experimentos compuestos, mediante la utilización de tablas de contingencia y diagramas árbol para calcular probabilidades. En la opción B se estudiará la probabilidad condicionada y la combinatoria.

Se propone comentar algunos de los trabajos sobre análisis de probabilidades y estadística de Gauss y Laplace.

Después de analizar y situarnos lo que la ley exige como enseñanza de las matemáticas y de cómo sería conveniente relacionarla con algún ejemplo de la historia en función de los estudios analizados, vamos a relatar unas conclusiones de cómo pensamos que sería conveniente abordar el currículo y la enseñanza de las matemáticas.

## **PARTE 2- REFLEXIÓN DIDÁCTICA PERSONAL RESPECTO AL CURRÍCULO**

Se puede llegar a diferentes conclusiones en relación al currículo y la integración en el aula, teniendo en cuenta la historia como herramienta didáctica.

Conclusiones:

- 1- Se comienza por conceptos sencillos y a medida que se va avanzando los cursos se proponen temas más complejos, que suelen coincidir bastante con el orden cronológico histórico.
- 2- Hay temas muy importantes y extensos que se van desarrollando por partes y nivel de dificultad a medida que se asciende de curso. Estos temas, se extienden a lo largo de varios cursos pero se suelen iniciar al inicio de la secundaria. En la historia, se necesitaron muchos años para descubrir soluciones a problemas y el alumno debe de formar su pensamiento matemático acorde a la complejidad y extensión de los diversos descubrimientos en la historia.
- 3- En bachillerato, hay temas muy extensos que se suelen extender a lo largo de todo el bachillerato y son de mayor dificultad. A mayor complejidad del tema más cercana a la actualidad es su descubrimiento.
- 4- La dificultad de las matemáticas asciende a medida que pasa el tiempo, dado que las matemáticas son una ciencia en evolución, éstas tienen que ir acorde con la evolución del alumno, por ello es imprescindible que el nivel siga al alumno y sus progresos.
- 5- Al ser una ciencia tan amplia, se divide en apartados cada curso. Cada apartado va en relación con una parte del conocimiento. Inicialmente al alumno en los primeros cursos, le parecen independientes, pero a medida que se va formando sus mecanismos cognitivos y evoluciona en su aprendizaje, se va dando cuenta de que todo está completamente relacionado.
- 6- Los matemáticos y sus respectivos alumnos, deben de utilizar las herramientas y conocimientos que poseen en función de la época en que se sitúan cronológicamente para así poder evolucionar, ese es el verdadero espíritu matemático y en eso está basada la progresión y estructura de cada curso. Los cursos dependen de la evolución histórica.

Como hemos podido apreciar la historia de las matemáticas y la evolución del currículo disciplinar van muy relacionadas en función de evolución y complejidad del problema, y también en relación con los descubrimientos de las diferentes épocas.

Una vez hemos llegado a las conclusiones, hay que saber presentar al alumno esta historia y ponerla en relación con lo que se imparte en el aula. Para ello, hay que provocar en el alumno curiosidad y valernos de la historia como herramienta didáctica.

A continuación se va realizar una propuesta de cómo se puede utilizar la historia como motivación al alumnado, para que así comprendan porqué se estudian esos temas y la importancia que tienen.

## LA HISTORIA COMO ELEMENTO MOTIVADOR

Para muchos alumnos, aprender matemáticas es otra asignatura más de la que todavía, no tienen mucha idea de para todo lo que puede servir. La estudian porque no tienen otro remedio para poder alcanzar la profesión que les interesa de verdad. El concepto de la utilización de las matemáticas, suele estar ligado al cálculo y a la geometría como simple método teórico que ven poca aplicabilidad en la vida real. Esto, para el alumno supone ver las matemáticas como una barrera a superar, y no como un atractivo y un origen del conocimiento.

Los alumnos que estudian matemáticas no comprenden su origen y su evolución. Yo personalmente, he realizado el trabajo debido a estos problemas de carencia en la enseñanza.

Considero que es imprescindible motivar al alumno si queremos que aprenda. Para ello es necesario que relacione lo que está estudiando con el mundo real. Si el alumno ve únicamente abstracción y teoría le tenemos perdido, desorientado y con muy pocas ganas de aprender. Pero si en cambio, ve que hay relación con el mundo real entonces iremos por buen camino.

Para que el alumno encuentre el nexo con el mundo real es imprescindible explicarle la historia. La necesidad del hombre en el pasado. Las dificultades que tenían, los retos que se planteaban hasta el día de hoy y los planteamientos del hombre actual hacia el futuro.

Deben comprender la manera en que se desarrollaba el conocimiento en el pasado e involucrarse en el papel histórico. Se tienen que sentir identificados con el ser humano en las diferentes épocas históricas y así poder provocarles retos conceptuales, en este caso retos matemáticos y que se podrían aplicar a todas las asignaturas.

No estoy hablando de los típicos problemas de las fracciones y las porciones de tarta, que están muy bien para explicar una unidad didáctica en concreto, sino hacer sentir al alumno un investigador y un matemático de verdad. Que se sienta un científico que tiene que evolucionar.

Hay que provocar el reto de pensar y plantearse las cosas antes de abordarlas. Si tenemos un alumno que quiere pensar y no “aprobar simplemente” tendremos alumnos implicados en la asignatura, en el aula y en el estudio de la materia.

Se puede utilizar la historia para plantear las necesidades del hombre a través de los siglos y las soluciones a muchos de sus problemas, en función de la

unidad didáctica que se vaya a trabajar. Este es el verdadero valor de la historia en las matemáticas. Plantear soluciones para evolucionar en el conocimiento.

Sabiendo lo que hay que provocar, la curiosidad y la curiosidad por el aprendizaje en el alumno, a continuación vamos a ver cómo se pueden plasmar estos conceptos teóricos en un modo de trabajo en el aula. Más avanzado el proyecto, se podrá ver un ejemplo de propuesta didáctica en el aula.

## **APLICACIÓN AL AULA Y CONCLUSIONES**

En conclusión, las labores por parte del docente para relacionar la asignatura de matemáticas con la historia según los estudios analizados y contrastados, desde mi punto de vista deberían ser:

1-Hacer pensar: Provocar planteamientos, situaciones y diferentes momentos históricos para relacionar la historia de las matemáticas, con la búsqueda de soluciones sobre la unidad que se está impartiendo en el aula.

Esto se puede hacer antes de cada unidad. Así los alumnos razonarán por qué se descubrieron ese tipo de teoremas y verán su aplicabilidad.

2-Modernizar la visión y la didáctica de las matemáticas.

Hay que hacer ver al alumno que las matemáticas, son constante evolución y valen tanto para cosas divertidas, como para cosas no tan divertidas. Hacerles ver la relación que tienen con el deporte, con el cine, con la música, con la vida en general y que a la vez de complicado puede ser muy divertido su aprendizaje para comprender cómo funciona el mundo y la sociedad.

3-Hacer más ameno el aprendizaje de las matemáticas, haciéndole ver al alumno que hay más cosas que la conforman como ciencia además de los cálculos y modelos abstractos.

Los problemas deben de ser divertidos y tener relación directa con diversos momentos históricos.

4-Provocar curiosidad: Hay que comentar diversas anécdotas históricas y argumentar cómo se abordaron en su momento, y el porqué de esas soluciones.

5-Ver su utilidad y aplicabilidad en el mundo real: Hay que saber relacionar los problemas del mundo real en una época determinada con sus diversas necesidades, analizando así la historia y su evolución.

6-Hacer sentir al alumno que puede aplicar en un futuro los conocimientos de esta asignatura: Hay que reflejar al alumno la utilidad de los descubrimientos y reflejar su importancia en el mundo actual. Hacerle ver que lo que se investigue en el día de hoy, lo van a agradecer mañana.

Teniendo en cuenta las cinco labores de introducción de las matemáticas en el aula por parte del docente anteriormente citadas, para relacionar esta asignatura con la historia, realizaremos una propuesta de diversas explicaciones de interés y algún ejemplo de actividades que contengan dichos factores para introducir la historia en el aula.

### **EJEMPLO DE RECORRIDO HISTÓRICO PARA LLEVAR AL AULA**

Nos situamos en primero de la E.S.O y vamos a comenzar a explicar cambios de unidades. En este caso, como ejemplo vamos a poner las unidades de tiempo.

Si por ejemplo, nos encontramos en este contexto de explicar cambios de unidades, podemos abordarlo de una manera lógica y analítica de como se produjo en la historia. Se puede explicar el transcurso de tiempo desde cuando no tenían ningún recurso instrumental para saber la hora, hasta la llegada de los relojes.

Se pueden ir analizando las unidades de tiempo en la naturaleza y cómo lo medían con los astros.

**Sol:** Podemos comentar el ciclo solar y cómo el hombre utilizó el día como unidad de medida de tiempo. Más adelante fue ampliando por estaciones ese tiempo hasta llegar al año y concluir el ciclo completo.

**La Luna:** Se observa de una manera más fácil que un año solar. Hay un intervalo temporal en el que la Luna se separa en dos fases idénticas, llamado mes Lunar. Se puede comentar como datos de interés general, que el hombre contaba los ciclos Lunares y así llegó a la conclusión de que medían el tiempo en función de la duración del día y la noche. También se puede añadir como concepto curioso, que en muchos idiomas la palabra Luna se parece a la palabra mes como en el inglés y en el alemán. (Month-moon y Monat-mond.)

Otro dato de interés es que en las civilizaciones antiguas, el periodo de las mujeres era de mes a mes y es originario del verbo medir, asociado a culturas que se regían como medida temporal a este ciclo de la vida. (Medir-mensurar).

**PRIMEROS INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN:**

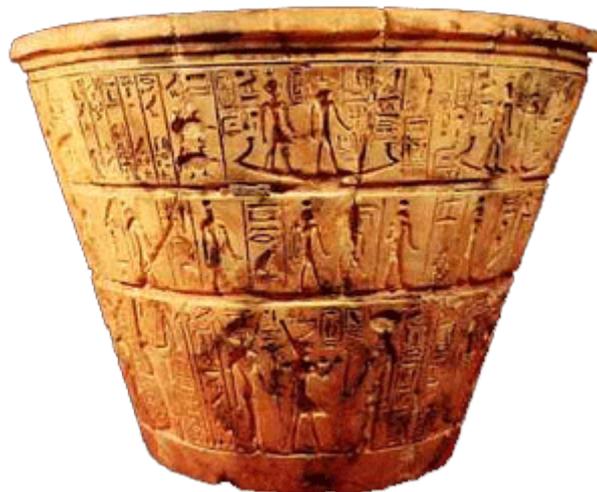
## Reloj solar:

El ser humano fue evolucionando y analizando su entorno. Se dieron cuenta del giro de los astros y que siempre era periódico ese movimiento, así que utilizaron un bastón (gnomon: en griego “sirve de medida”), para hacer un reloj solar. Marcando en el suelo en cada momento, las divisiones correspondientes a los diferentes momentos del día. Los utilizaron los Babilonios y durante la Edad Media todavía se seguía utilizando este mismo sistema.



Reloj solar (45)

**Clepsidras:** Se utilizaron cerca de hace 3000 años y medían el tiempo por la noche. Son relojes que utilizaban el agua para medir el tiempo. La cantidad de agua que fluye es directamente proporcional al tiempo que se transcurre. La expresión flujo del tiempo, viene de este instrumento. Consiste en un recipiente con un orificio en la parte inferior. El nivel de agua baja indicando el tiempo transcurrido. Se graduaban anteriormente con otros instrumentos como el reloj solar.



Clepsidra o reloj de agua egipcia 1300 a.C.(46)

El agua que se desprendía de un recipiente pasaba a otro, que también estaba graduado. Se originaron en Egipto y más tarde llegaron a todo el Mediterráneo, a civilizaciones como Grecia y Roma propagándose por toda Europa.

El reloj de arena se basa en el mismo principio y se utiliza para medir diversos tiempos en función de la cantidad de volumen de este y del paso de arena.

## LOS RELOJES CONVENCIONALES

El ser humano se percató que los anteriores instrumentos no tenían apenas precisión y autonomía. Gerberto de Aurillac inventó el reloj utilizando pesos en el año 996 y Huyghens en 1658 creó el primer reloj de péndulo. Más tarde aparecieron los relojes de pared y los relojes de pulsera así facilitando su portabilidad. El reloj de pared eléctrico se creó en 1840 y el reloj eléctrico en 1952. Se puede apreciar el impacto eléctrico y cada vez más en todos los aparatos evolutivamente. Hubo varios sistemas como los relojes analógicos en 1968 o los digitales de 1970 que utilizaban el cuarzo. Llegaron hasta tal punto las investigaciones sobre el tiempo, que en 1948 se creó el reloj atómico de cesio y permitió establecer el segundo atómico. Estos son los relojes con mayor precisión jamás creados, con una exactitud de  $10 \times 10^{-9}$  segundos por día de desfase horario.

¿Porqué es un día, 24 horas y 7 días una semana?

El día se fue dividiendo en periodos. Los babilonios hace 4000-5000 años. Lo dividieron en 6. 3 periodos diurnos y otros 3 nocturnos.

Según la estación, los periodos variaban de duración y se paso a 6 periodos de día y 6 de noche. El número 6 es un número perfecto, ya que la suma de sus divisores es el doble de el.  $12 = 1 + 2 + 3 + 6$ . Así una hora ha sido dividida en 60 minutos.

Los astrónomos se preocupaban por la exactitud de sus cálculos. Y veían que el ciclo se completaba en 24 unidades de tiempo. Todo en función del número perfecto 6.

Aparece la hora, que para los griegos era toda división temporal. Como había 24 divisiones temporales el día adopto 24 horas.

Utilizaron esa unidad de día de 24 horas, para conseguir unidades más grandes y tomaron como referencia la Luna. La Luna tarda 7 días para pasar de Luna nueva a su primer cuarto, así que con un ciclo Lunar completo tenemos el mes.

Los nombres de los días se hicieron referencia desde los babilónicos. Los llamaron como los nombres de los planetas que conocían. Estos planetas eran Júpiter, Saturno, Marte, el Sol, Venus, Mercurio y la Luna.

*Lunes* día de la Luna ;

*Martes* día de Marte ;

*Miércoles*, día de Mercurio ;

*Jueves*, día de Júpiter ;

*Viernes*, día de Venus ;

*Sábado*, día de Saturno ;

*Domingo*, en España sería el día del Señor ya que sustituye al Sol por los cristianos, pero en países como Inglaterra o Alemania encontramos Sunday y Sonntag: día del Sol.

Como se puede apreciar en este tipo de explicaciones, no es todo una explicación de pura matemática. Hay que utilizar el contexto histórico y los recursos. Hacer situar al alumno en ese momento histórico y hacerle pensar cómo utilizar todos los recursos disponibles de la época. También de esta manera, se aprenden muchos conceptos de cultura general que siempre refuerzan el aprendizaje entre otras disciplinas y ayudan a desarrollar la mente del alumno. Se está enseñando en competencias, junto con las 5 conclusiones principales a las que se ha llegado que son: 1-hacer pensar, 2- modernizar la visión, 3-Hacer el aprendizaje ameno, 4-Provocar curiosidad, 5-Ver la aplicabilidad en el mundo.

Este ejemplo educativo hay que combinarla con libros de texto que contengan los problemas clásicos sobre unidades, pero utilizando estas propuestas sobre la historia, provocamos un aprendizaje más abierto y significativo, en el que se consiguen cubrir todos los requisitos curriculares, de una manera más efectiva que si lo hacemos de una manera convencional sin utilizar la historia como recurso didáctico.

A continuación vamos a establecer una conclusión final de lo que me ha supuesto el trabajo y hacia dónde se pueden dirigir los cambios en la enseñanza sobre las matemáticas.

## **CONCLUSIÓN FINAL**

Para que los docentes puedan llevar a cabo una buena práctica educativa y con una gran calidad de la enseñanza, retomando los principios comunes entre las investigaciones analizadas, estoy completamente de acuerdo con todos los aspectos comunes en los que se debería acoplar mejor el currículo actual.

Estos principios comunes son:

1-Hacer pensar, 2- Modernizar la visión, 3-Hacer el aprendizaje ameno, 4- Provocar curiosidad, 5-Ver la aplicabilidad en el mundo.

Deberíamos de hacer mas incisión en diversas ligeras modificaciones respecto al currículo actual, como los puntos 1 y 6 de la reflexión didáctica respecto al currículo, siendo estos:

- 1- Sería necesario que el profesorado tenga una gran formación en el área de la historia de las matemáticas.
- 2- Los matemáticos y sus respectivos alumnos, deben de utilizar las herramientas y conocimientos que poseen en función de la época en que se sitúan cronológicamente, para así poder evolucionar.

De esta manera, teniendo un buen profesorado preparado en historia de las matemáticas, se nos permitirá enlazar buenos ejemplos significativos y productivos, dependiendo del tema o unidad didáctica a abordar en el aula y por supuesto, hay que utilizar los métodos que creamos más atractivos para nuestro alumnado.

## **BIBLIOGRAFÍA**

### **FOTOGRAFÍAS**

1

[http://www.xenciclopedia.com/upload/03-08/Numeros\\_hieraticos\\_egipcios146.gif](http://www.xenciclopedia.com/upload/03-08/Numeros_hieraticos_egipcios146.gif)

2-<http://www.egiptologia.org>

3-<http://personal.us.es/cmaza/china/index.htm>

4-

<http://4.bp.blogspot.com/oPr4fEsQoHQ/T4NtQoiQE4I/AAAAAAAAADJk/ZH51jW OQvv4/s1600/Sistema%2Bposicional.png>

5- [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Yanghui\\_triangle.gif?uselang=es](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Yanghui_triangle.gif?uselang=es)

6- Archimedis opera; Apollonii Pergaei conicorum libri IIII; Theodosii Sphaerica. Edición de I.Barrow de Las Cónicas de Apolonio (Londres, 1675). Contiene también obras de Arquímedes y de Teodosio

7- Archimedis opera; Apollonii Pergaei conicorum libri IIII; Theodosii Sphaerica. Edición de I.Barrow de Las Cónicas de Apolonio (Londres, 1675). Contiene también obras de Arquímedes y de Teodosio

<http://euler.us.es/~libros/images/arquimides55.jpg>

8-<http://www.padreshispanos.com/2009/11/proyecto-para-ni%C3%B1os-la-historia-de-los-n%C3%BAmeros/>

9-<http://www.fotomat.es/ordenador-cuantico/>

#### OBRAS EN LAS QUE HE BASADO EL TRABAJO

10- Protti, Orietta: Importancia-historica-de-las-matematicas-en-el-aula

<http://cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen2/Parte10/articulo19.html>

11- Montesinos Sirera , José Luis: Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria año 2000

12- Encuentro educativo : Revista de enseñanza y educación

<http://www.encuentroeducativo.com/revista/?cat=95>

13- Santillán Alejandra: Aportes para la construcción de una historia de la matemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemática.

14-Carmen Sánchez Ávila: Análisis de la Introducción al currículo de secundaria. 2001

15- Salinas de Sandoval, José: El uso de la historia de las matemáticas para el aprendizaje de la geometría en alumnos del bachillerato. 2010

16- NOËL EMILE: Le matin des mathématiciens

17- IFRAH GEORGES: Historia universal de las cifras

18- COUDERC PAUL: Le calendrier

19- LEFORT JEAN: La saga des calendriers Bibliothèque Pour la Science

- 20- JOUETTE ANDRE :Le secret des nombres
- 21- J.L Laurière :Résolution de problèmes par l'homme
- 22-Histoire des mathématiques pour les collèges
- 23- Georges Ifrah: Historia universal de las cifras.
- 24- Lectus -Vergara: Enciclopedia Interactiva de consulta
- 25- www.padreshispanos.com
- 26-<http://www.boe.es/>
- 27-[http://www.terra.es/personal/arey42/3\\_hist.htm](http://www.terra.es/personal/arey42/3_hist.htm)
- 28-<http://www.monografias.com/trabajos82/historia-matematicas/historia-matematicas.shtml>
- 29-<http://www.matematicasdivertidas.com/Historia/historia.html>
- 30-<http://es.wikipedia.org/wiki/Portal:Matem%C3%A1tica>
- 31-[http://biblioteca.universia.net/html\\_bura/ficha/params/title/enciclopedia-matematica-mega/id/37785389.html](http://biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/title/enciclopedia-matematica-mega/id/37785389.html)
- 32-<http://algoritmosabn.blogspot.com.es/p/articulos-de-opinion-sobre-temas.html>
- 33-<http://www.nuevatribuna.es/opinion/opinion/sraffa-logica-economica-y-matematicas/20120227105201071060.html>
- 34-<http://www.Foa.upm.es>35-<http://didactica-y-matematica.idoneos.com/>
- 36-<http://carmensanchezfrontauramdi.wordpress.com/category/articulos-de-matematicas/>
- 37-<http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33530205>
- 38-<http://www.la2revelacion.com/?p=3239>
- 39-<http://www.iimas.unam.mx/>
- 40-<http://cimm.ucr.ac.cr/sitio2/>
- 41-<http://www.monografias.com/trabajos18/didactica-matematica/didactica-matematica.shtml>

42- Charles, R., Dossey, J., Leinwand, S., Seeley, C, et al. (1999). Matemáticas Intermedias: Curso 2. USA: Addison Wesley Longman, Inc.

43-<http://www.portalplanetasedna.com.ar/arquimedes.htm>

44-<http://www.portalplanetasedna.com.ar/gauss.htm>

45- <http://elnavegantedeltiempo.blogspot.com.es/p/origen-del-blog.html>

46- <http://img443.imageshack.us/img443/9756/clepsidra0ic8sg4.gif>